This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 01871529 6

VEN
Adhemar

VEN

Atlas in
~~451. B~~
451

TRAITÉ

DE

CHARPENTE.

PARIS. — IMPRIMÉ PAR E. THUNOT ET Cᵉ,
Rue Racine, 26, près de l'Odéon.

TRAITÉ

DE

CHARPENTE.

PAR J. ADHÉMAR.

Deuxième Édition,

REVUE ET AUGMENTÉE.

ASTOR LIBRARY
NEW-YORK.

PARIS.

CARILIAN-GŒURY ET Vor DALMONT,
Libraires, quai des Augustins, 49.

MATHIAS, Libraire, quai Malaquais, 15.

BACHELIER, Libraire, quai des Augustins, 55.

HACHETTE ET Cie, Libraires, rue Pierre-Sarrazin, 14.

1854

PRÉFACE.

Pour comprendre et pour exécuter les épures qui se rapportent aux constructions en charpente, il faut savoir la géométrie descriptive.

Malheureusement, malgré tous les cours qui leur sont destinés, beaucoup d'ouvriers ignorent encore les premiers éléments de cette science, parce que d'abord, très-peu d'entre eux peuvent assister à ces cours, qui se font souvent dans des locaux trop éloignés des chantiers de construction, et que beaucoup d'autres habitent la province ou ne restent à Paris que pendant la saison des travaux.

Ensuite, les ouvrages de théorie, contenant les principes nécessaires à un grand nombre de professions diverses, renferment, par cette raison, beaucoup de choses inutiles à chacune d'elles, et la difficulté de reconnaître ce qui leur est plus particulièrement nécessaire détourne souvent les ouvriers d'une étude dont ils ne comprennent pas suffisamment le but.

Ce qui précède explique pourquoi j'avais cru devoir introduire dans la première édition de ce traité, les principes de géométrie descriptive sans lesquels les charpentiers ne peuvent pas comprendre les épures des combles à surfaces courbes ; mais cette partie purement théorique, placée ainsi au milieu des applications, avait l'inconvénient d'interrompre l'enchaînement des idées et de détourner l'attention du lecteur des études qui font le sujet principal de cet ouvrage.

Pour ne pas retomber ici dans la même faute, j'ai réuni, au commencement de l'édition actuelle, tout ce qui est indispensable pour bien comprendre les épures de charpente, en rappelant que cette introduction peut être passée par les personnes qui savent la géométrie descriptive.

J'ai ajouté aussi quelques planches nouvelles sur les courbes à double courbure, sur l'équilibre des fermes des berceaux, dômes, coupoles, etc., et enfin une étude complète du comble si remarquable du cirque Napoléon.

TABLE DES MATIÈRES.

INTRODUCTION.

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

		Pages.
CHAP. Ier.	Le point, la ligne droite et le plan	1
CHAP. II.	Surfaces des corps et courbes de section	29
CHAP. III.	Courbes planes	37
CHAP. IV.	Courbes à double courbure	50
CHAP. V.	Dispositions des épures	63
CHAP. VI.	Pénétrations des surfaces	73

CHARPENTE.

LIVRE PREMIER.

BOIS DROITS.

CHAP. Ier.	Notions générales	1
	Composition des charpentes	5
	Des pans de bois	6
	Équarrissage	13
CHAP. II.	Assemblages	19
	Tenons et mortaises	19
	Moises	26
CHAP. III.	Pans de bois verticaux	27
	Cloisons	34
CHAP. IV.	Planchers	35
	Poutres armées	41
	Poutres d'assemblages	45
	Combles	48
CHAP. V.	Fermes	53
	Croupes	64
	Appentis	65
CHAP. VI.	Épures d'assemblages	67
	Croupe droite	69

Pages.
Poinçon de croupe droite. 78
Deuxième étude de poinçon. 84
Croupe droite avec pannes et tasseaux. 91
Étude des pannes et tasseaux. 95
Croupe biaise. 104
Empanon et chevron de croupe biaise. 107
Empanon délardé. 113
Empanon déversé. 115
Chevron déversé. 122
Intersection de combles ; noues et noulets. . . . 123
Étude des noues. 125
Pannes et tasseaux de noues. 129
Arêtier et noue à faces déversées. 132
Empanon de noue. 136
Chevron empanon. 138
Arêtier à faces déversées. 139
Étude d'embrévement. 141
Deuxième étude d'embrévement 158
Ferme moisée. 164
Deuxième étude de moises. 167
Noulets. 168

LIVRE DEUXIÈME.

BOIS COURBES.

CHAP. Ier. Courbes planes. 173
Premier exemple de courbe plane. 175
Deuxième exemple de courbe plane. 177
Courbes planes de grande dimension. 180
Courbes d'assemblages. 184
Combles à surfaces courbes. 187
Ponts. 192
Dômes et coupoles. 195
Dôme des Invalides. 202
Berceaux cylindriques. 206
Arêtier. 208
Tasseaux et cales. 210
Noue. 215
Deuxième exemple de berceau cylindrique. . . . 218

Pages.
Troisième exemple de berceau cylindrique. . . . 222
Fermes arêtières. 224
CHAP. II. Stabilité des fermes. 229
Poussée des arbalétriers. 231
Première méthode. 234
Deuxième méthode. 235
Fermes sans tirants. 238
Berceaux cylindriques. 240
CHAP. III. Combles coniques et sphériques. 241
Courbes planes, cylindriques, coniques et sphériques. 243
Sections cylindriques. 244
Noulets sphériques. 248
Courbes et pénétrations coniques. 249
Noulet cylindrique. 257
Deuxième noulet cylindrique. 258
Noulet conique. 260
Deuxième noulet conique. 267
Sections planes de la sphère. 276
Noulet sphérique. 278
Deuxième noulet sphérique. 281
Voûtes sphériques. 284
Pénétrations planes. 287
Croix de Saint-André. 289
Deuxième exemple de croix de Saint-André. . . . 306
CHAP. IV. Stabilité des combles coniques et sphériques. . . 318
Dômes et coupoles. 321
Comble du cirque Napoléon. 326

LIVRE TROISIÈME.

EXÉCUTION DES OUVRAGES DE CHARPENTE.

CHAP. Ier. Étude des projets. 345
Tracé des assemblages. 346
CHAP. II. Courbes à double courbure. 351
Projections. 352
Débillardement. 356
Taille des bois courbes. 358
Pénétrations. 363

Pages.

Lunette droite. 364
Lunette biaise. 374
Descente droite. 378
Descente biaise. 383
Lunette conique. 388
CHAP. III. Courbe rampante. 397
CHAP. IV. Escaliers. 413
Escaliers droits. 421
Escaliers circulaires. 426
Joints du limon. 441
Limon dont la courbure est variable. 448
Balancement des marches. 458
Escaliers à rampes droites avec palier. 470
Patin et rampe. 471
Paliers. 473
Marche palière. 478
Deuxième exemple de marche palière. 487
CHAP. V. Épures et modèles, perspectives. 497

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

NOTA. Les nombres placés en tête et du côté opposé au numéro de chaque page, indiquent la planche. Les numéros des figures sont indiqués dans le texte. Enfin les nombres placés entre parenthèses sont des renvois aux articles.

Le numéro de chaque article est au commencement de l'alinéa.

INTRODUCTION.

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

CHAPITRE PREMIER.

Le Point, la Ligne droite et le Plan.

1. **Projections.** Dans la géométrie plane on exprime exactement par des figures les relations de grandeur et de forme qui existent entre les quantités qu'il s'agit de comparer. Ainsi, on peut faire un angle droit ou tracer une circonférence lorsque la solution du problème exige la construction d'une perpendiculaire ou d'un cercle.

Il n'en est plus de même dans la géométrie de l'espace. En effet, lorsque le plan qui contient une figure est placé obliquement par rapport au rayon visuel, toutes les parties de cette figure sont déformées; les angles paraissent plus petits, ou plus grands, suivant leurs positions. Les lignes droites sont plus ou moins raccourcies, par suite de leur éloignement ou de leur direction dans l'espace.

La loi de toutes ces déformations doit être étudiée dans les traités de perspective. Mais dans un grand nombre de questions pratiques, il est nécessaire de conserver les rapports de forme et de position des objets que l'on dessine, et c'est pour atteindre ce but que l'on a imaginé la méthode des *projections*.

2. **Projections du point.** L'espace n'ayant pas de limites, on ne peut déterminer la position d'un point qu'en le rapportant à des limites de convention. Concevons donc (*fig.* 1, *pl.* 1) un plan quelconque X, que, pour mieux fixer les idées, nous supposerons horizontal. Si par le point M nous abaissons la droite M*m* perpendiculaire sur le plan X, le pied *m* de cette perpendiculaire sera la *projection horizontale* du point M, et si l'on conçoit la droite M*m'* perpendiculaire sur le plan Y, que nous supposerons vertical, le point *m'* sera la projection verticale de M.

3. Les deux plans X et Y se nomment *plans de projections*, la droite M*m* est la *verticale projetante* du point M, et la droite M*m'* est *l'horizontale projetante* du même point. La droite AZ est *l'intersection des plans de projections*.

4. La position d'un point ne peut pas être déterminée par une seule de ses projections. En effet, si l'on ne donnait que la projection horizontale *m*, cela indiquerait que le point dont il s'agit appartient à la verticale *m*M. Mais on ne saurait pas s'il est situé au-dessus ou au-dessous du plan X, s'il est près ou loin de ce plan, tandis que si l'on connaît les deux projections *m* et *m'*, *la position du point sera déterminée*, puisqu'il devra se trouver à l'intersection des deux lignes *m*M et *m'*M menées par les points *m* et *m'* perpendiculairement aux plans de projections.

5. **Épure.** Si nous concevons que l'on fasse tourner le plan horizontal X jusqu'à ce qu'il vienne s'appliquer sur le plan vertical Y', le point *m* se placera au-dessous de la ligne AZ, et dans le prolongement de la ligne *m'o*. La figure 3, que l'on obtiendra dans ce cas, sera ce que l'on appelle une *épure*.

Ainsi, une épure est une surface plane sur laquelle on trace toutes les lignes nécessaires à la solution des problèmes qui dépendent de la géométrie descriptive. La partie de l'épure qui

est au-dessus de la ligne AZ, représente le plan vertical de projection, et tout ce qui est au-dessous de la ligne AZ, représente le plan horizontal, qui est censé avoir tourné jusqu'à ce qu'il soit venu s'appliquer sur Y', prolongement du plan Y. Les épures se font ordinairement sur une feuille de papier bien tendue; quelquefois, cependant, on fait les épures sur des murs, sur des planches ou sur la terre. Mais dans tous les cas, *les projections tracées sur une épure doivent être dessinées avec le plus grand soin.*

6. Le plan qui contient les deux droites M*m*, M*m'*, fig. 1, est perpendiculaire aux deux plans de projections et par conséquent à leur intersection AZ, de sorte que sur l'épure, fig. 3, la droite *om* doit former le prolongement de *m'o*; d'où il résulte que *les deux projections d'un même point doivent toujours se trouver sur une même droite perpendiculaire à la ligne* AZ. De plus, *la distance* mo *de la projection horizontale du point* m *à la ligne* AZ *exprime la distance du point* M *au plan vertical de projection* Y, *et la perpendiculaire* m'o *exprime la hauteur du même point au-dessus du plan horizontal* X.

7. **Quadrant principal**. Les plans de projection étant *infinis*, partagent l'espace en quatre parties qui sont également *infinies*; mais la plupart des objets que nous aurons à considérer dans les applications, étant limités dans tous les sens, il sera presque toujours possible de les supposer entièrement contenus dans l'un des quatre *angles dièdres* ou *quadrants*, formés par les plans de projection. Cependant il arrivera quelquefois que des lignes d'opérations employées pour la solution du problème, iront se rencontrer derrière le plan vertical ou dessous le plan horizontal de projection. Il est donc nécessaire que nous sachions déterminer la position d'un point situé dans l'un quelconque des angles dièdres formés par les plans X et Y.

Nous appellerons *quadrant principal* toute la partie de l'espace comprise dans l'angle dièdre Y—AZ—X, *fig.* 1; on doit toujours supposer, *fig.* 3, que la partie AZX du plan horizontal est venue se placer au-dessous de la ligne AZ. Par la même raison, le prolongement AZX' du plan horizontal doit venir se placer derrière la partie supérieure du plan vertical. D'où il résulte

que dans une épure, *fig.* 3, tout l'espace qui est au-dessus de la ligne AZ, représente en même temps le plan vertical de projection et le prolongement du plan horizontal, tandis que la partie de l'épure qui est au-dessous de la ligne AZ représente le plan horizontal et le prolongement du plan vertical.

8. D'après cela, concevons, *fig.* 2, un point N qui serait situé au-dessus du plan X et derrière le plan Y, il est évident que sa projection verticale sera n'. Mais, par le rabattement du plan X, la projection horizontale n viendra se placer au-dessus de la ligne AZ, et les deux projections n,n' seront alors dans la partie supérieure de l'épure, *fig.* 3.

9. Si le point U donné *fig.* 4, est situé au-dessous du plan X et devant le plan Y, sa projection horizontale u doit venir se placer au-dessous de la ligne AZ, et les deux projections u,u' sont alors dans la partie inférieure de l'épure, *fig.* 3. Si le point S donné. *fig.* 5, est situé au-dessous du plan X, et derrière le plan Y, la projection horizontale s vient se placer au-dessus de la ligne AZ ; tandis que sa projection verticale s' est au-dessous de cette ligne, *fig.* 3. Enfin, il est évident que la ligne AZ contient les projections verticales de tous les points qui appartiennent au plan X, et les projections horizontales de tous ceux qui sont situés dans le plan Y.

10. **Projections de la ligne droite.** Si par une droite M, *fig.* 6, on conçoit un plan P perpendiculaire au plan horizontal de projection X, la droite m, suivant laquelle le plan P rencontre le plan X, sera *la projection horizontale* de la droite M. Le plan P se nomme *plan projetant vertical.* La projection verticale de la droite M sera m', et provient de l'intersection du plan vertical Y par le plan P' qui lui est perpendiculaire et qui contient la droite M. Le plan P' est *le plan projetant perpendiculaire au plan vertical de projection.*

11. Lorsque l'on donne les deux projections m et m' d'une droite, la position de cette ligne est déterminée ; car, puisqu'elle doit appartenir en même temps aux deux plans projetants P et P', elle ne peut être que leur intersection M. Sur l'épure *fig.* 8, les droites m et m' sont les deux projections d'une ligne inclinée par rapport aux deux plans X et Y.

12. Toutes les droites devant être considérées comme infinies, il s'ensuit qu'une ligne, inclinée par rapport aux deux plans de projection, aura quelques-uns de ces points au-dessous du plan horizontal et derrière le plan vertical. Mais, les conventions qui précèdent, suffisant pour faire reconnaître la position de chaque point de la ligne donnée, nous n'avons plus qu'à rechercher comment on peut exprimer la *direction* des lignes.

13. Si la droite donnée N, *fig.* 7, est perpendiculaire au plan horizontal de projection, les deux plans P et Y seront perpendiculaires sur le plan X, et la projection verticale *n'* de la droite donnée, sera perpendiculaire sur la ligne AZ (*Géom.*). Il est évident que les verticales projetantes abaissées des différents points de la droite N, se confondent toutes avec cette ligne, dont la projection horizontale se réduira au point *n*, *fig.* 8. Par la même raison, lorsqu'une droite est perpendiculaire au plan vertical de projection, sa projection verticale doit être un point, tandis que sa projection horizontale est une perpendiculaire à la ligne AZ.

14. Lorsque la droite U, donné *fig.* 9, est parallèle au plan horizontal de projection; le plan projetant P' est lui-même horizontal, et la projection verticale *u'*, *fig.* 8, est parallèle à la ligne AZ (*Géom.*). Si la droite donné était parallèle au plan vertical de projection, sa projection horizontale serait parallèle à la ligne AZ. Enfin, si la droite S, donnée *fig.* 10, était parallèle aux deux plans de projection, ses deux plans projetants P et P' seraient eux-mêmes parallèles aux plans de projection et les deux projections *s* et *s'*, *fig.* 8, seraient alors parallèles à la ligne AZ.

15. **Traces des plans.** On sait que la position d'un plan est déterminée :

1° *Lorsqu'on connaît trois points situés dans ce plan, pourvu que ces points ne soient pas en ligne droite.*

2° *Lorsqu'on connaît deux droites parallèles situées dans le plan dont il s'agit.*

3° *Lorsqu'on connaît deux droites quelconques de ce plan.*

On pourra donc déterminer la position d'un plan dans l'espace, en projetant trois quelconques de ses points, ou deux droites parallèles, ou enfin deux droites quelconques situées dans ce plan. On détermine ordinairement la position d'un plan, en projetant

deux droites de ce plan. Et pour plus de simplicité, on choisit de préférence les deux droites, suivant lesquelles ce plan coupe les deux plans de projection. Ces droites se nomment *les traces du plan*.

Ainsi les deux droites *ox* et *oy*, *fig.* 11, sont les traces du plan donné P. Les mêmes droites sont désignées par les mêmes lettres sur la *fig.* 13, qui représente l'épure.

Si le plan donné P′, *fig.* 12 et 13 était perpendiculaire au plan horizontal de projection, sa trace verticale *o′y′* serait perpendiculaire à la ligne AZ. Tandis que si le plan donné était perpendiculaire au plan vertical de projection, sa trace horizontale serait perpendiculaire à la ligne AZ.

Quand le plan donné P″, *fig.* 14 et 13, sera parallèle au plan horizontal de projection, sa trace verticale *o″y″* sera parallèle à la ligne AZ, et la trace horizontale n'existera pas, puisque le plan donné ne peut rencontrer nulle part le plan horizontal de projection. Enfin, si le plan donné P‴, *fig.* 15 et 13. était parallèle à la ligne AZ, ses deux traces *o‴y‴ o‴x‴*, seraient parallèles à cette droite.

16 **Théorème.** *Une droite inclinée dans l'espace est en général plus longue que sa projection.* En effet, *fig.* 1, *pl.* 2, si nous représentons le plan de projection par X, il est facile de voir que la droite MN sera plus longue que sa projection *mn*; mais si par le point N, on mène la droite NO, parallèle au plan de projection, et par conséquent égale à la projection de la ligne donnée, on pourra reconnaître qu'en général *une ligne droite* MN, *située comme on voudra dans l'espace, est l'hypoténuse d'un triangle rectangle* MON, *dans lequel un des côtés* NO *de l'angle droit est égal à la projection de la droite, et l'autre côté* MO *est la différence entre les distances* Mm, Nn *des extrémités de cette droite, au plan sur lequel elle a été projetée.* On remarquera cependant que si la droite donnée MN, *fig.* 2, était parallèle au plan de projection X, elle serait alors égale à sa projection sur ce plan, puisque dans ce cas les deux droites MN, *mn*, seraient les côtés opposés d'un rectangle.

Ce que nous venons de dire pour une droite s'applique à une figure plane quelconque. Ainsi le polygone incliné, *fig.* 3, est

plus grand que sa projection ; car, si l'on trace une droite quelconque AC dans le plan du polygone, cette ligne sera plus longue que sa projection. Les seules droites qui dans le polygone seraient égales à leur projection sont les sections que l'on obtiendrait en coupant le polygone par un plan parallèle au plan de projection X.

17. **Théorème.** *Lorsque deux droites sont parallèles, leurs projections sont parallèles.* En effet, *fig.* 4, le plan projetant d'une ligne droite doit contenir cette ligne et toutes les perpendiculaires abaissées de ses différents points sur le plan de projection. On peut donc dire qu'une de ces perpendiculaires, avec la ligne donnée, suffit pour déterminer la position du plan projetant. Donc, *si deux lignes* AB, CD, *sont parallèles dans l'espace, leurs plans projetants* P *et* P' *seront parallèles et les traces* ab, cd, *de ces plans, ou autrement les projections des lignes données seront parallèles.*

18. **Théorème.** *Lorsqu'une ligne droite est perpendiculaire à un plan, les projections de cette ligne sont perpendiculaires sur les traces du plan.* Soit, *fig.* 5, la ligne droite AB perpendiculaire sur le plan P ; représentons le plan de projection par X, et par P' le plan projetant de la droite AB, on aura *ac* pour la projection de cette droite, et *co* sera la trace du plan P. Or le plan P', comme plan projetant, est nécessairement perpendiculaire sur le plan de projection X ; de plus, il est perpendiculaire sur le plan P, puisqu'il contient la droite AB, qui, d'après la question, est perpendiculaire à ce plan. Il résulte de là, que le plan P' étant perpendiculaire en même temps sur le plan P et sur le plan de projection X, sera perpendiculaire à leur intersection *co*, qui n'est autre chose que la trace du plan P ; cette ligne *co* sera donc perpendiculaire au plan P', et par conséquent à toute ligne telle que *ac* qui passerait par son pied dans ce plan : ce qu'il fallait démontrer.

19. **Réciproquement** (*fig.* 10), *si les projections* (ab, a'b') *d'une droite sont perpendiculaires aux traces d'un plan* p, *cette droite sera perpendiculaire au plan* p ; car les deux plans projetants *p'* et *p''* étant perpendiculaires sur les traces du plan *p*, seront tous deux perpendiculaires à ce plan (*Géom.*), et par

conséquent la ligne ab, $a'b'$, qui est leur intersection, sera aussi perpendiculaire au plan p. *Donc, pour exprimer qu'une droite est perpendiculaire à un plan ou réciproquement, il faut faire en sorte que les deux projections de la droite soient perpendiculaires sur les traces du plan.*

20. **Remarque essentielle.** Afin de ne pas trop multiplier le nombre des planches on a souvent employé la même figure pour la solution de plusieurs problèmes. Cela est sans aucun inconvénient, parce que le lecteur ne doit pas étudier sur les figures du livre; il doit commencer par construire les données sur une planche à dessin et chercher lui-même les points, les lignes ou les plans qui satisfont aux conditions du problème. Chaque épure doit être faite beaucoup plus grande que la figure correspondante du livre.

21. **Notation.** Pour rendre les épures plus faciles à comprendre, on est convenu de tracer en ligne pleine les portions de lignes droites situées au-dessus du plan horizontal, et en deçà du plan vertical, et de tracer en points les portions de ces lignes qui passent derrière ou dessous les plans de projection. On trace aussi en lignes pleines et en noir les données et les résultats de la question; et l'on emploie des points plus ou moins allongés ou de l'encre de couleur pour les lignes nécessaires à la construction de l'épure, en ayant soin surtout de ponctuer toujours de la même manière les deux projections d'une même droite, et de changer la ponctuation de cette ligne lorsqu'elle traverse les plans de projection.

Pour énoncer un point ou une droite, on écrira ses deux projections; ainsi (a,a') exprime le point dont les deux projections sont a et a'. Par la même raison (b,b') serait la droite qui aurait b et b' pour projections. Il est quelquefois utile de désigner la projection d'une droite par deux lettres; $(cd,c'd')$ serait la droite qui a pour ses projections les lignes cd et $c'd'$.

22. **Problème.** *Construire les projections d'une droite passant par un point donné.* Le plan projetant d'une droite contenant toutes les perpendiculaires abaissées des différents points de cette ligne sur le plan de projection, il est évident que la projection de la droite doit contenir la projection de chacun de ses

points. Par conséquent, *pour exprimer qu'une droite située dans l'espace contient un certain point, il suffit de faire passer les projections de la droite par celles du point.* On conçoit que cette question est indéterminée, c'est-à-dire que l'on peut construire une infinité de droites qui passent par un point donné.

23. *Réciproquement*, si l'on voulait exprimer qu'un point est sur une droite, il faudrait placer les projections du point sur celles de la droite, et sur une même perpendiculaire à la ligne AZ. Si l'on voulait *faire passer une droite par deux points*, il est évident, d'après ce qui vient d'être dit, qu'il faudrait faire passer les projections de la droite par les projections des deux points.

24. **Problème.** *Exprimer que deux droites se coupent dans l'espace.* Il suffit pour cela de les faire passer par un même point; dans ce cas, le point de rencontre des projections verticales et l'intersection des projections horizontales doivent être situés sur une même perpendiculaire à la ligne AZ. Dans le cas contraire les droites ne se coupent pas.

Ainsi, les deux droites (b,b') (c,c'), *fig.* 15, ne se rencontrent pas, tandis que les droites (c,c')) (d,d') se coupent au point (n,n').

25. **Problème.** *Trouver les traces d'une droite.* On donne le nom de *traces* aux points suivant lesquels la ligne donnée perce les plans de projection. Soit donc la droite (a,a'), *fig.* 6. Il est évident que le point (v,v') appartient à la droite, puisque ses projections appartiennent à celles de la droite (22); de plus il appartient au plan vertical de projection, puisque sa projection horizontale v est sur la ligne AZ (9). Donc, il est l'intersection de la ligne donnée avec le plan vertical. De même, le point (u,u') étant en même temps dans le plan horizontal et sur la ligne donnée, représente l'intersection de cette ligne avec le plan horizontal.

Il résulte de ce que nous venons de dire, que *pour obtenir les traces d'une droite, il faut prolonger ses projections; puis au point où la projection horizontale rencontrera la ligne* AZ, *on élèvera sur cette dernière ligne une perpendiculaire qui, par son intersection avec la projection verticale de la droite proposée, donnera la trace verticale de cette droite. De même, par le point où la projection verticale rencontrera la ligne* AZ, *on mènera*

une perpendiculaire dont l'intersection avec la projection horizontale de la ligne donnée sera la trace horizontale de cette ligne.

26. **Problème**. *Exprimer qu'un point est situé dans un plan.* Supposons, *fig.* 6, que l'on connaît la projection horizontale *m* d'un point situé dans le plan *p*, on veut déterminer la projection verticale *m'*. On concevra, par le point *m*, une droite parallèle à la trace horizontale du plan *p*, et par conséquent au plan horizontal de projection. Cette droite, dont la projection horizontale est *mc*, rencontrera le plan vertical de projection en un point *c'* situé sur la trace verticale du plan donné *p*. La projection verticale de la droite *mc*, sera donc *c'm'* parallèle à la ligne AZ, et la rencontre de *c'm'* avec la perpendiculaire élevée du point *m*, donnera *m'* pour la projection verticale de ce point.

Pour vérifier l'opération, on construira la droite *m'o'* parallèle à la trace verticale du plan *p*. Cette droite rencontrera le plan horizontal de projection en un point *o*, par lequel on tracera la droite *om* parallèle à la ligne AZ. Et si l'on a bien opéré, la droite *mo* doit contenir le point *m*. En général, pour exprimer qu'un point est situé dans un plan, il faut exprimer que ce point appartient à une ligne *quelconque* du plan, et c'est pour plus de simplicité que nous avons employé de préférence une droite (*mc*, *m'c'*) parallèle à l'un des plans de projection.

27. **Problème**. *Étant données les traces d'un plan et l'une des projections d'une droite de ce plan, trouver l'autre projection de cette même droite.* Soient donnés (*fig.* 6) le plan *p* et la projection verticale *a'* d'une droite située dans ce plan. La droite donnée étant prolongée, s'il est nécessaire, coupera la trace verticale du plan donné en un point *v'*, qui fera partie du plan vertical de projection, et aura, par conséquent, sa projection horizontale *v* sur la ligne AZ. Ensuite, le point, dont la projection verticale se trouve en *u'* sur la ligne AZ, est, par cette raison, nécessairement situé dans le plan horizontal de projection; et comme, de plus, il fait partie du plan donné, puisqu'il est situé sur une droite de ce plan, il sera sur l'intersection du plan horizontal avec le plan donné, c'est-à-dire sur la trace horizontale de ce plan. Donc,

Étant données, la projection verticale *a'* d'une ligne droite,

et les traces du plan qui la contient, *on mènera par les points* v' *et* u' *deux perpendiculaires à la ligne* AZ; *puis joignant le point* v, *où la ligne perpendiculaire menée par le point* v' *rencontre la ligne* AZ, *avec le point* u, *suivant lequel la seconde perpendiculaire rencontre la trace horizontale du plan, on aura la projection horizontale* vu *de la droite*. On ferait une construction analogue, si l'on donnait la projection horizontale de la ligne, et que l'on voulût déterminer sa projection verticale. Enfin, on pourrait vérifier l'opération en construisant (26), par un point de la droite, des parallèles aux traces du plan *p*.

Il résulte de ce qui précède, et il est très-essentiel de remarquer que, *pour exprimer qu'une droite fait partie d'un plan, il faut faire en sorte que les traces* v' *et* u *de la droite soient situées dans le plan*, ou plus généralement *il faut faire les constructions nécessaires pour que deux points quelconques de la droite soient situés dans le plan.*

28. **Problème**. *Étant donnés un plan et un point de ce plan, construire les projections d'une droite qui passe par ce point et qui soit située dans le plan.* On mènera par l'une des projections du point donné *m*,*m'* (*fig.* 6), et arbitrairement, l'une des projections de la droite demandée; puis l'on déterminera la seconde projection par le moyen que nous venons d'indiquer (27). Le problème admet une infinité de solutions.

29. **Problème** (*Fig.* 7). *Étant données les projections d'un point* (m, m'), *construire les traces d'un plan qui contienne ce point.* On construira d'abord une trace verticale *ps* à volonté, puis, par le point donné *m'*, on fera la droite *m'o'* parallèle à *ps;* la projection horizontale de cette droite sera *mo*, parallèle à la ligne AZ; la perpendiculaire *o'o* déterminera le point *o*, et la droite *so* sera la trace horizontale du plan demandé. Tout plan dont la trace horizontale passera par le point *o*, et dont la trace verticale sera parallèle à *m'o'*, contiendra le plan donné.

En construisant la trace verticale dans une autre direction, on obtiendra encore un nombre infini de plans. Enfin, on pourrait commencer par construire la trace horizontale.

Si l'on veut que le plan demandé soit parallèle à un plan doonné p^{iv}, on commencera par faire la droite *m'o'* parallèle à

la trace verticale du plan p^{IV}. Enfin (*fig.* 11), si l'on veut que le plan demandé p soit perpendiculaire à une droite donnée (a, a'), on fera $m'o'$ perpendiculaire sur la projection verticale a' de la droite donnée, puis so perpendiculaire sur a, enfin sp parallèle à $m'o'$.

30. **Problème.** *Fig.7 Etant données les deux projections* (vu, v'u') *d'une droite, faire passer un plan par cette droite.* On fera passer les traces du plan par les traces v' et u de la droite.

Ce dernier problème admet une infinité de solutions, parmi lesquelles on doit surtout remarquer les deux plans p'' et p'''. Le premier de ces plans est perpendiculaire au plan horizontal, et le second est perpendiculaire au plan vertical de projection. En général, *pour mener par une droite un plan perpendiculaire à l'un des plans de projection, il suffit de prendre pour trace, sur ce plan, la projection même de la droite, et pour l'autre trace, une perpendiculaire à la ligne* AZ. Il est évident (10) que le plan construit de cette manière, sera l'un des plans projetants de la ligne donnée ; ainsi, les deux plans p'' et p''' sont les plans projetants de la ligne $(vu, v'u')$.

La construction précédente peut encore servir pour construire des plans qui satisfont à des conditions données. Ainsi, pour résoudre le problème du numéro 29 on pourra (*fig.* 7) :

1° Tracer par le point donné (m, m') une droite quelconque $(vu, v'u')$;

2° Faire passer les traces du plan demandé par les traces v' et u de la droite $(vu, v'u')$.

Si l'on veut construire (*fig.* 12) un plan p parallèle à une droite donnée $(ab, a'b')$, il suffira de faire passer le plan demandé par une seconde droite $(sk, s'k')$ parallèle à la première (*Géom.*). La question est indéterminée. Si l'on veut que le plan cherché soit perpendiculaire à un autre plan donné, on commencera par construire une droite perpendiculaire au plan donné, et tous les plans qui contiendront cette droite seront perpendiculaires au plan donné (*Géom.*).

31. **Problème.** *Fig.* 8. *Faire passer un plan par deux droites qui se coupent.* On fera passer les traces du plan par les traces des deux lignes données.

32. *Faire passer un plan par trois points donnés.* On joindra ces points deux à deux par des droites, et la construction se fera comme dans le cas précédent.

33. *Faire passer un plan par deux lignes parallèles.* On cherchera encore les traces des deux lignes données, et les droites passant par ces traces seront les traces du plan cherché.

Intersections des plans.

34. **Problème.** (*Fig.* 7). *Deux plans* p et p' *étant donnés par leurs traces, construire leur intersection.* L'intersection de deux plans étant une ligne droite, il suffit de trouver deux points de cette ligne pour qu'elle soit déterminée; or, le point v', intersection des traces verticales, est un point commun aux deux plans donnés, donc il appartient à leur intersection; mais, ce point faisant partie des traces verticales, est nécessairement situé dans le plan vertical de projection; par conséquent sa projection horizontale v sera sur la ligne AZ. Par la même raison, le point u, intersection des traces horizontales, fait partie du plan horizontal de projection : c'est pourquoi sa projection verticale u' sera sur la ligne AZ. Il ne reste plus maintenant qu'à tracer (23) les projections de la droite qui contient les deux points (v, v') et (u, u').

On conclura de ce que nous venons de dire, qu'en général : *Pour obtenir l'intersection de deux plans dont on a les traces, il faut, par le point d'intersection des traces verticales, abaisser une perpendiculaire à la ligne* AZ; *et joignant le pied de cette perpendiculaire avec le point de rencontre des traces horizontales, on aura la projection horizontale de la ligne demandée; puis, du point où les traces horizontales se rencontrent, on abaissera une perpendiculaire sur la ligne* AZ; *et joignant le pied de cette perpendiculaire avec le point de rencontre des traces verticales, on aura la projection verticale de cette même ligne.*

35. **Problème.** *Trouver l'intersection d'une ligne droite avec un plan, fig.* 8. Soient aa', la droite dont on demande l'intersection avec le plan p; on fera passer par la droite un plan

quelconque p', que pour plus de simplicité on prendra perpendiculaire à l'un des plans de projection. Ce plan contenant la droite donnée, contiendra le point cherché; de plus, ce point, d'après la question, doit faire partie du plan donné p; donc il sera sur l'intersection du plan p avec le plan p'; on construira cette intersection $v'u'$ (34), et le point cherché devant être en même temps sur les deux droites (aa') et ($vu,v'u'$), sera au point (m,m') suivant lequel ces deux lignes se coupent. On s'assurera de l'exactitude des constructions, en faisant usage du plan p'' perpendiculaire au plan vertical de projection, ou bien en construisant par le point (m,m') des parallèles aux traces du plan p (26).

36. **Problème.** *Fig.* 15. *Par un point donné* mm' *construire une droite* (md,m'd') *qui rencontre deux autres droites données* (cc', bb'), On construira le plan qui contient le point mm' et la droite bb'; puis on déterminera l'intersection nn' de ce plan avec cc'. La droite ($mn,m'n'$) sera la ligne demandée.

Le plan auxiliaire sera déterminé par la droite bb' et par une seconde droite ($mu,m'u'$) qui joindrait un point quelconque uu' de la droite bb' avec le point donné mm'. On s'assurera que la ligne ($md,m'd'$) rencontre la droite bb' (24).

Il n'est presque jamais facile de construire sur l'épure les traces du plan auxiliaire qui contient le point m et la droite bb'. Dans ce cas, on pourra opérer de la manière suivante On prendra sur la ligne bb' deux points quelconques (uu') (vv'). On joindra ces points avec mm' par les deux droites ($mu,m'u'$) ($mv,m'v'$) qui détermineront le plan auxiliaire. Les deux droites $o'a$, $s's$, perpendiculaires à la ligne AZ, feront connaître les points o et s. Enfin, la droite os qui joint ces deux points sera l'intersection du plan projetant c' avec le plan des deux droites ($mu,m'u'$) ($mv,m'v'$). Cette dernière opération déterminera le point nn', suivant lequel la droite ($md,m'd'$) s'appuie sur la ligne cc' (35).

Le plan auxiliaire qui contient le point mm' et la droite bb', serait déterminé complétement par cette ligne et par l'une des droites ($mu,m'u'$) ($mv,m'v'$). Il semblerait donc que l'une de ces lignes est inutile; mais alors, pour construire os, il faudrait prolonger la droite b' jusqu'à sa rencontre avec le plan projetant c',

ce qui serait souvent impossible, et dans tous les cas, moins commode que la construction précédente, puisque l'on peut toujours choisir les deux points (u,u') et (v,v') de la manière qui convient le mieux à la disposition de l'épure.

Distances.

37. **Problème.** *Trouver la distance de deux points dont on connaît les projections* (mn,m'n'). *Fig.* 9. On pourra construire le triangle rectangle $m'on'''$, dans lequel un coté de l'angle droit est la différence $m'o$ des hauteurs des extrémités de la droite dont les projections sont données, de sorte que, pour achever le triangle, il n'y aura plus qu'à prendre avec le compas la grandeur de la projection horizontale mn; puis après l'avoir portée de o en n''', l'hypoténuse $m'n'''$ sera la longueur demandée (16).

38. On peut encore expliquer, d'une autre manière, la construction précédente. Supposons que la droite donnée tourne autour de la verticale projetante du point mm', en conservant toujours la même inclinaison par rapport à cette ligne. Le point n,n' décrira un arc de cercle horizontal. Cet arc étant parallèle au plan horizontal, aura pour sa projection sur ce plan l'arc nn'', et sa projection verticale $n'n'''$ sera parallèle à la ligne AZ. Or si nous arrêtons le mouvement de la droite $(mn,m'n')$ au moment où sa projection horizontale aura pris la position mn'', la projection verticale correspondante $m'n'''$ sera la longueur cherchée, car la droite étant alors parallèle au plan vertical de projection, il est facile de concevoir qu'elle sera projetée sur ce plan suivant sa grandeur (16).

On aurait pu faire tourner la droite donnée autour de l'horizontale projetante du point m,m', jusqu'à ce qu'elle soit parallèle au plan horizontal. Enfin, on peut aussi concevoir que le trapèze MNmn, *fig.* 1, tourne autour du côté horizontal mn, jusqu'à ce qu'il soit rabattu dans la position $mnm^{\text{IV}}\,n^{\text{IV}}$, *fig.* 4, alors $m^{\text{IV}}n^{\text{IV}}$ sera la ligne elle-même couchée sur le plan horizontal.

Ces opérations, auxquelles on donne le nom de *rabattements*, sont fréquemment employées; on en fait usage pour avoir la

grandeur d'une figure plane. On conçoit, en effet, que pour cela il faut construire cette figure dans ses véritables dimensions ; ce qui peut se faire, soit en cherchant les grandeurs de toutes les parties qui la composent, soit en la faisant tourner tout entière, jusqu'à ce qu'elle soit parallèle à l'un des plans de projection ; car il est évident que si on la projette de nouveau dans cette position, elle sera égale à sa projection. Nous reviendrons plus tard sur ce sujet.

39. **Problème**. *Déterminer la distance d'un point à un plan.* Étant donnés, par exemple (*fig.* 5), le plan P et le point A.

1re *opération.* On tracera par le point A une droite AB perpendiculaire au plan P.

2e *opération.* On déterminera le point B suivant lequel la perpendiculaire AB perce le plan P.

3e *opération.* On cherchera la longueur de la *portion* AB de perpendiculaire comprise entre le point donné et le plan.

La question étant ainsi décomposée, on commencera l'épure en exécutant successivement chacune des *trois* opérations précédentes, dans l'ordre suivant lequel nous venons de les indiquer. Ainsi, *fig.* 10, étant donnés le plan p et le point a,a'.

1re *méthode.* 1° On tracera par les points a et a' les deux droites $ab,a'b'$ respectivement perpendiculaires sur les traces du plan p. Ces deux lignes seront les projections de la droite perpendiculaire sur le plan p. 2° On déterminera (35) le point b,b' suivant lequel la droite $ab,a'b'$ perce le plan p; de sorte que $ab,a'b'$ seront les deux projections de la portion de perpendiculaire comprise entre le point (a,a') et le plan p. 3° On fera tourner la droite $ab,a'b'$ autour de la verticale projetante du point aa' (38); ce qui donnera $a'b''$ pour la distance du point aa' au plan p.

40. 2e *méthode.* On construira d'abord le plan vertical p' perpendiculaire sur la trace horizontale du plan p, et par conséquent perpendiculaire à ce plan (*Géom.*). Le plan p' contiendra la perpendiculaire abaissée du plan aa' sur le plan p. On fera tourner le plan p' autour de sa trace verticale, jusqu'à ce qu'il soit rabattu sur le plan vertical de projection. Dans ce mouvement, le point aa' viendra se placer en a'', et le point s en s'', après avoir décrit deux arcs horizontaux dont les centres ont le point o pour

projection horizontale commune. On tracera la ligne $v's'''$, intersection du plan donné p par le plan auxiliaire p'; et la droite $a'''b'''$, perpendiculaire sur $v's'''$, sera la distance du point aa' au plan p. En effet, les deux plans p et p' étant perpendiculaires entre eux, la droite $a'''b'''$, située dans le plan p' et perpendiculaire à l'intersection $v's'''$ est aussi perpendiculaire au plan p, et mesure par conséquent la distance de ce plan au point donné aa'.

Si on voulait avoir la projection verticale de la perpendiculaire, on ramènerait cette ligne dans le plan p, ce qui donnerait $a'b'$ perpendiculaire sur la trace verticale du plan p. Il est évident qu'au lieu d'un plan vertical p', on aurait pu employer le plan p'' perpendiculaire à la trace verticale du plan donné. Dans ce cas on rabattrait ce plan sur le plan horizontal.

41. **Problème.** *Déterminer la distance de deux plans parallèles*: On choisira un point dans l'un des deux plans donnés, puis on cherchera la distance de ce point au second plan (39).

On peut encore opérer de la manière suivante. On construira une droite perpendiculaire aux deux plans donnés (19). On déterminera les points suivant lesquels cette droite perce les deux plans (35) et l'on cherchera ensuite la distance de ces deux points.

42. **Problème.** (*Fig.* 11.) *Mesurer la distance d'un point* (m,m') *à une droite donnée* (a,a') : 1° On mènera par le point m,m' un plan p perpendiculaire sur la droite a,a' (19); 2° on déterminera (35) l'intersection de la droite aa' avec le plan p, ce qui donnera en nn' le pied de la perpendiculaire abaissée du point mm' sur la droite aa'; 3° joignant ce point avec le point donné, on aura cette perpendiculaire ($mn,m'n'$); 4° il n'y aura plus qu'à en chercher la grandeur $n'm'''$ (38).

43. **Problème.** *Mesurer la distance de deux droites parallèles.* On choisira un point quelconque sur la première droite (23). Puis on cherchera la distance de ce point à la droite donnée (42).

2° *Méthode.* On peut encore opérer de la manière suivante :

1° On construira un plan perpendiculaire sur les droites données (19).

2° On déterminera les points suivant lesquels ce plan coupe

les deux droites (35), puis on cherchera la distance de ces deux points.

44. **Problème.** *Mesurer la distance de deux droites quelconques.* Pour plus de clarté, on fera bien, avant de faire l'épure, de représenter par un croquis en perspective toutes les opérations indiquées ci-dessous. Exprimons les droites données dans l'espace par AB et CD : 1° on prendra sur CD un point quelconque H ; 2° on mènera par le point H une ligne KS parallèle à la droite AB ; 3° par les deux lignes CD et KS on construira un plan P (31). Ce plan sera parallèle à la droite AB ; 4° on prendra ensuite sur la droite AB un point quelconque M ; 5° on abaissera de ce point une ligne MN perpendiculaire au plan P (19) ; 6° on déterminera en N le pied de cette perpendiculaire (35) ; 7° on fera mouvoir la droite MN parallèlement à elle-même jusqu'à ce que le point N soit arrivé en O sur CD, puis on tracera la droite OI parallèle à NM. La droite OI sera perpendiculaire sur les deux droites données. En effet, OI étant parallèle à MN, sera, comme cette dernière ligne, perpendiculaire au plan P, et par conséquent à la droite CD qui passe par son pied dans ce plan ; par la même raison, elle sera perpendiculaire à la droite NO et par conséquent à AB qui est parallèle à NO. 8° Quand on aura obtenu la ligne OI perpendiculaire sur les deux droites données, il ne restera plus qu'à en chercher la grandeur (37).

L'épure (*fig.* 12) représente les constructions que nous venons d'indiquer. Pour obtenir le résultat, il suffit d'exécuter ces constructions dans l'ordre suivant lequel on vient de les énoncer, en faisant pour cela usage des principes établis précédemment.

Rabattements.

45. **Définition.** Nous avons dit (au n° 38) que, pour avoir la grandeur véritable de la portion de ligne droite qui joint deux points, il fallait faire tourner cette ligne jusqu'à ce qu'elle soit parallèle à l'un des plans de projection. Cette opération, que

l'on nomme *rabattement*, a servi dans la solution de plusieurs questions précédentes.

La droite immobile autour de laquelle on fait ainsi tourner le plan que l'on rabat se nomme *axe* ou *charnière* de rabattement. *Elle doit toujours être parallèle à l'un des plans de projection*; car si on faisait tourner une figure plane autour d'une droite qui ne satisferait pas à la condition que nous venons d'énoncer, la figure que l'on ferait tourner, ne pouvant *jamais* être parallèle au plan de projection, ne se projetterait jamais sur ce plan dans sa véritable grandeur.

Lorsque l'on fait un rabattement, chaque point décrit dans l'espace un cercle qui a son centre sur l'axe de rotation, et qui a pour rayon la distance de cet axe au point que l'on rabat. Les notions précédentes étant admises, nous allons compléter cette théorie par quelques exemples.

46. Supposons que l'on veuille rabattre le point m,m', *fig.* 13, sur le plan horizontal qui contient la droite $ab,a'b'$ et que l'on ait choisi cette droite pour l'axe du rabattement. Le point mm' ne quittera pas le plan vertical qui a pour trace horizontale la droite mm^{IV} perpendiculaire sur ab; et pour connaître la place que le point mm' doit venir occuper sur le plan horizontal qui contient la droite ab, $a'b'$, il suffit de chercher la véritable grandeur de la droite mo, $m'o'$, qui n'est autre chose que le rayon de l'arc de cercle parcouru par le point mm', dans son mouvement.

Pour obtenir la grandeur de la droite (mo, $m'o'$), il faudra opérer comme nous l'avons dit au n° 38; c'est-à-dire que l'on fera tourner cette ligne autour de l'horizontale projetante du point oo'. Le point mm' décrit alors un arc de cercle $m'm''$ parallèle au plan vertical de projection, et qui, par cette raison, doit avoir sa projection horizontale mm''' parallèle à la ligne AZ. Par suite de cette opération, on aura $m'''o$ pour la véritable grandeur de la droite (mo,$m'o'$), et par conséquent pour la distance du point mm' à la droite ab,$a'b'$; de sorte qu'en ramenant $m'''o$ dans la position $m^{\text{IV}}o$, le point m^{IV} sera la place occupée par le point mm' rabattu en tournant autour de ab, sur le plan horizontal qui contient cette droite.

Il est très-essentiel de remarquer que, dans l'opération précédente, il y a deux rabattements. L'un, qui se fait autour de *ab*, a pour but de rabattre le point *mm'* sur le plan horizontal *a'b'*. Le second, qui a lieu autour de l'horizontale projetante du point *o*, sert à déterminer la distance du point *mm'* à la droite *ab*, que l'on a prise pour axe du rabattement.

L'opération serait bien plus simple, si la droite que l'on prend pour axe du rabattement était perpendiculaire à l'un des plans de projection, comme on peut le voir par la solution du n° 38. Nous conclurons de ce qui précède :

1° Que les conditions essentielles pour qu'une droite puisse servir d'axe de rabattement, c'est qu'elle soit *parallèle à l'un des plans de projection.*

2° Que les constructions seront encore plus simples lorsque l'axe du rabattement sera *perpendiculaire au plan de projection.*

Or, dans un plan incliné quelconque, on pourra toujours obtenir un nombre infini de droites parallèles à tel plan de projection que l'on voudra; mais on ne pourra obtenir de perpendiculaires au plan de projection que dans les plans qui satisferaient eux-mêmes à cette condition.

47. **Problème**. *Déterminer la distance d'un point à une droite.* Cette question, que nous avons déjà vue au n° 42, peut être résolue par un rabattement. Voici l'ordre qu'il faudra suivre :

1re *opération. Fig.* 14. Par le point donné (*a*,*a'*), concevons le plan horizontal *p*. L'intersection de ce plan par la droite donnée *bb'* sera un point *nn'* que l'on projettera en *n* sur le plan horizontal.

2e *opération.* La ligne droite *an*,*a'n'* sera une horizontale située dans le plan qui contient le point et la droite donnée.

3e *opération.* Nous ferons tourner la droite *bn*,*b'n'* autour de l'horizontale *an*,*a'n'*, jusqu'à ce qu'elle soit ramenée dans le plan horizontal *p*. Dans ce mouvement, le point *nn'* ne changera pas de place, puisqu'il appartient à la droite *an*,*a'n'*, que nous prenons pour axe de rabattement. Mais si nous prenons sur la droite donnée, un point quelconque *mm'*, il est évident que ce point, en tournant autour de *an*, ne quittera pas le plan vertical qui aurait pour trace la droite *mm*IV perpendiculaire sur *an*. De

sorte qu'en cherchant, comme nous l'avons fait au n° 203, la distance om''' du point mm' à la droite $an,a'n'$, nous obtiendrons m^{IV} pour la place occupée par le point mm' rabattu sur le plan p. Il ne restera donc plus qu'à tracer la droite nm^{IV} et la perpendiculaire au'', qui sera la distance demandée.

Si l'on veut avoir les deux projections de la perpendiculaire au'', on supposera que la droite nm^{IV} revient à la place qu'elle occupait primitivement dans l'espace, et l'on obtiendra (u,u') pour les deux projections du point suivant lequel la droite donnée est rencontrée par la perpendiculaire abaissée du point mm'.

Angles des lignes.

48. **Problème.** *Étant données* (fig. 1, pl. 3) *les projections de deux droites* (a,a') (b,b'), *on demande de construire l'angle que ces deux droites font entre elles.* On cherchera d'abord les points (cc',dd') suivant lesquelles les droites données vont percer un plan horizontal quelconque p; puis, prenant la droite cd pour axe, on fera tourner le plan des deux droites données autour de cette ligne, jusqu'à ce qu'il soit rabattu sur le plan p. Dans ce mouvement, le sommet de l'angle que les droites font entre elles décrira un cercle dont le centre sera placé en oo' sur l'axe du rabattement. Le plan de ce cercle étant vertical, il aura pour projection horizontale la droite oss''', et pour rayon la véritable grandeur de la droite so, $s'o'$. On cherchera (46) cette longueur représentée sur l'épure par la ligne os'', et on la portera de o en s'''; ce qui donnera la position que le sommet de l'angle viendra prendre sur le plan p. Enfin, si on joint le point s''' avec c et d, on aura l'angle demandé $cs'''d$ rabattu sur le plan horizontal p. La construction précédente nous a donné l'angle aigu que les deux droites font entre elles; si l'on voulait avoir l'angle obtus, il suffirait de prolonger un des côtés de l'angle obtenu. On pourrait, si cela était plus commode, prendre pour axe de rabattement une ligne parallèle au plan vertical de projection.

49. Sur la figure 2, l'un des côtés de l'angle cherché est ver-

tical. Prenant ce côté *aa'* pour axe, on a fait tourner le plan des deux droites jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position *au''*. Alors il se trouve projeté en *a's'u'''*, selon sa véritable grandeur. Si l'on voulait que l'angle donné fût partagé en deux parties égales, on construirait la droite *s'v'''* qui partage l'angle rabattu *a's'u'''* en parties égales, et l'on ramènerait ensuite le tout à sa place, ce qui donnerait *s'v'* pour la projection verticale de la droite demandée. Enfin, *fig.* 3. Si l'on veut partager en trois parties égales un angle dont les projections seraient *csd,c's'd'*, on commencera par le rabattre, ce qui donnera *cs'''d*, puis on partagera ce dernier angle par les droites *s'''—1*, *s'''—2* que l'on ramènera ensuite à leur place.

Angles des lignes et des plans.

50. **Problème.** *Construire l'angle qu'une droite fait avec un plan.* On sait (*Géom.*) que l'angle d'une droite avec un plan se mesure par l'angle que cette droite fait avec sa projection sur ce plan. Mais pour éviter la construction de cette dernière ligne, on remarquera que l'angle demandé est le complément de l'angle que la ligne donnée ferait avec la perpendiculaire au plan donné, d'où résulte la construction qui suit : 1° on prendra (*fig.* 4) sur la droite donnée (*ac,a'c'*) un point quelconque (*aa'*) ; 2° on abaissera de ce point, la ligne (*ab,a'b'*) perpendiculaire au plan donné *p*; 3° on rabattra l'angle *c'a'''b'* que ces droites font entre elles ; 4° on en prendra le complément *c'a'''u*.

51. **Problème.** (*Fig.* 5). *Construire les angles qu'une droite* (ac,a'c') *fait avec les plans de projection.* Pour avoir l'angle avec le plan horizontal : 1° On prendra sur la droite donnée un point quelconque (*aa'*) ; 2° on tracera la droite *a'b* perpendiculaire au plan horizontal de projection ; 3° on rabattra l'angle *ba'c''*, formé par les deux droites (*ac,a'c'*) (*ab, a'b'*) ; 4° l'angle *a'c''b*, complément de *ba'c''*, mesurera l'inclinaison de la droite donnée (*ac,a'c'*) sur le plan horizontal de projection.

Si 'on veut avoir l'angle que la même droite fait avec le

plan vertical de projection on opérera de la manière suivante : 1° Par un point quelconque cc', appartenant à la droite donnée, on fera passer la droite (cd, $c'd'$) perpendiculaire au plan vertical de projection. 2° On rabattra l'angle dca'' formé par les deux droites (ca,$c'a'$) (cd,$c'd'$). 3° L'angle $ca''d$, complément de dca'', sera l'angle demandé.

52. **Problème.** *Construire l'angle que deux plans font entre eux.* On sait (*Géom.*) que pour avoir l'angle de deux plans il faut mesurer l'angle que font entre elles deux droites menées dans ces plans, perpendiculairement par un même point de leur intersection.

1re *Méthode.* Soient (*fig.* 6) les deux plans p et p'; on construira (34) la projection horizontale vu de l'intersection de ces deux plans, puis on mènera perpendiculairement à cette ligne, une droite p'' qui représentera la trace horizontale du plan dans lequel se trouve l'angle que l'on cherche. Si l'on fait tourner ce plan autour de sa trace p'' pour le rabattre sur le plan horizontal, le sommet de l'angle demandé se meut dans le plan vertical $v'vu$, et ne peut, par conséquent, se rabattre que sur la ligne vu. Il ne reste donc plus qu'à connaître sa distance à la ligne p'' que l'on prend ici pour axe du rabattement : pour cela, faisons tourner le plan $v'vu$, autour de sa trace verticale vv'. L'intersection des deux plans donnés viendra prendre, sur le plan vertical, la position $v'u'$; le point o, qui représente le pied de la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle demandé sur la ligne p'' se rabattra en o'; abaissant du point o' une perpendiculaire sur $v'u'$, cette perpendiculaire $o's'$ sera la distance du sommet de l'angle cherché à la ligne p''; de sorte qu'en portant cette longueur $o's'$ de o en s, on aura asc pour l'angle demandé rabattu sur le plan horizontal de projection.

Par cette construction, on aura évité de construire la projection de l'angle cherché dont on ne demandait que la véritable grandeur.

On peut rabattre le plan vertical $v'vu$ sur le plan horizontal (*fig.* 7). Dans ce cas, l'intersection des deux plans serait représentée par $v''u$, et le sommet de l'angle cherché par s''. On pourrait encore, si cela était plus commode, faire sur le plan ver-

tical toutes les constructions que nous avons faites sur le plan horizontal.

53. 2e *méthode*. On sait (*Géom.*) que deux plans étant donnés, si d'un point pris où l'on voudra dans l'espace, on abaisse des perpendiculaires sur ces plans, l'angle que ces perpendiculaires feront entre elles sera le même que l'angle des deux plans. D'après cela, étant donnés les deux plans p et p' (*fig.* 6 ou 7), on prendra (*fig.* 8), un point quelconque ss', et après avoir mené par ce point des droites ($sa,s'a'$) ($sc,s'c'$) perpendiculaires aux deux plans donnés p et p' (19), on cherchera (48) l'angle que ces deux droites feront entre elles.

54. **Problème**. *Construire l'angle d'un plan donné avec les plans de projection*. L'angle que le plan p (*fig.* 10) fait avec le plan horizontal, étant situé dans le plan vertical p', on fera tourner ce plan autour de sa trace verticale jusqu'à ce que le point s, sommet de l'angle cherché, soit venu se placer en s' sur la ligne AZ; ce qui donnera l'angle $os'a$ pour l'inclinaison du plan p sur le point horizontal. De même, l'angle que le plan donné fait avec le plan vertical étant situé dans le plan p'', son sommet u se rabattra en u', et l'angle $ou'c$ représentera l'inclinaison du plan p sur le plan vertical de projection.

55. **Problème**. *Construire un plan passant par l'intersection de deux plans donnés, et qui partage l'angle qu'ils font entre eux en parties égales*. (*Fig.* 9). Le plan demandé devant contenir la ligne (vu) qui représente l'intersection des deux plans donnés, sa trace horizontale doit passer par le point u, et sa trace verticale par v' (27). Il ne reste donc plus qu'à trouver un second point de l'une de ses traces : pour cela, on rabattra sur le plan horizontal l'angle asc que les deux plans donnés font entre eux, et l'on construira la droite sn qui partage cet angle en deux parties égales. Le point n suivant lequel cette droite perce le plan horizontal appartiendra à la trace horizontale du plan cherché. Après avoir construit cette trace un, on fera passer la trace verticale par le point v', et l'on aura satisfait à la question. En effet, les trois droites sa,sn,sc, étant situées dans le plan p'' perpendiculaire à l'intersection commune des trois plans p,p',p''', les angles que ces lignes font entre elles mesurent les inclinaisons

de ces trois plans (*Géom.*), et puisque *sn* partage l'angle *sac* en deux parties égales, le plan p''', qui contient *sn*, partagera l'angle des deux autres plans aussi en parties égales. Il est bon de remarquer que l'on n'a pas ramené la ligne *sn* à sa place, parce qu'il suffisait d'avoir le point où cette ligne perce le point horizontal.

Nous avons partagé en deux parties l'angle aigu formé par les deux plans donnés; on opérerait de la même manière pour obtenir le plan qui partage l'angle obtus en deux parties égales. Enfin, les mêmes moyens seraient employés si l'on voulait partager l'angle de deux plans suivant tout autre rapport. Sur la figure 10, le plan p'' partage en deux parties égales l'angle que le plan *p* fait avec le plan horizontal de projection.

Angle trièdre.

56. **Problème.** Il existe entre les faces et les angles plans d'un angle trièdre des relations telles, que si l'on connaît trois quelconques de ces quantités, on peut toujours trouver les trois autres. Cette question donne lieu à six problèmes. En effet, désignons par *a*,*b*,*c* les trois angles plans ou faces, et par A,B,C les angles dièdres ou d'inclinaison des faces entre elles. On peut avoir :

	DONNÉES.	INCONNUES.
1°	*a*, *b*, *c*,	A, B, C,
2°	*a*, *b*, C,	*c*, A, B,
3°	*a*, A, C,	*b*, *c*, B,
4°	A, B, C,	*a*, *b*, *c*,
5°	A, B, *c*,	C, *a*, *b*,
6°	A, *a*, *c*.	B, C, *b*.

57. 1er **Problème.** *Étant donnés* a,b,c, trouver A,B,C. On placera les trois faces données à côté les unes des autres, comme on le voit (*fig.* 11), et l'on prendra une distance quelconque $sm'=sm''$, que l'on portera à droite et à gauche du point s, sur les deux côtés extérieurs des faces a et c.

Si maintenant, on fait tourner la face a autour de l'arête sv, pour la ramener à la position qu'elle doit occuper dans l'espace, le point m' décrira un cercle dont le plan sera perpendiculaire à l'arête sv, et dont la projection sur le plan de la face b sera représentée par la droite $m'm$; si l'on fait tourner pareillement la face c autour de l'arête su, le point m'' décrira un cercle qui aura pour projection la droite $m''m$. Or, quand les deux faces a et c seront revenues à leur place, le point m' et le point m'', qui sont à égale distance du point s, ne feront qu'un seul et même point, et ce point devant être en même temps dans les deux plans $m'm,m''m$, fera partie de leur intersection, qui, étant perpendiculaire au plan de la face b, se projettera sur cette face par le point m.

L'angle trièdre étant reformé, l'angle C, qui exprime l'inclinaison des faces a et b, aura son sommet en h, et sera projeté sur le plan de la face b par la ligne hm qui sera l'un de ses côtés. Pour avoir la grandeur de cet angle, il suffira de le faire tourner autour de hm pour le rabattre sur le plan de la face b, dans la position mhm'''. La perpendiculaire qui contient le point m prendra, dans ce rabattement, la position mm'''; on déterminera le point m''' en décrivant du point h, comme centre, un cercle dont le rayon hm''', égal à la ligne hm', sera le second côté de l'angle C. Une construction analogue donnera l'angle A rabattu sur le même plan, dans la position mkm^{IV}.

Pour obtenir l'angle B, on concevra par le point dont la projection est m, un plan perpendiculaire à l'arête sm. Ce plan, qui contiendra l'angle B, coupera la face a suivant une droite perpendiculaire à sm, et représentée par $m'v$ dans le rabattement de la face A; ce même plan coupera la face c, suivant la ligne $m''u$, perpendiculaire sur sm'', et la face b suivant vu; de sorte que les trois droites $m'v,vu,m''u$, seront les trois côtés du

triangle au sommet duquel se trouve l'angle B, que l'on connaîtra en construisant le triangle *vuz*.

58. Si la face *b* était égale à la somme des deux autres, le point *m* serait sur l'arc de cercle *m'om''*, les angles A et C seraient nuls et l'angle B vaudrait deux angles droits. Si la face *b* était plus grande que la somme des faces *a* et *c*, le point *m* se trouverait hors du cercle *m'om''*, et l'on aurait $mh > m'h$; ce qui serait absurde, puisque l'angle trièdre étant reformé, *mh* est la projection de *m'h*; enfin, s'il y avait dans les données quelque condition d'impossibilité, elle se manifesterait toujours par la construction de l'épure. J'engage le lecteur à changer les données de manière à reconnaître ce qui arriverait dans toutes les hypothèses. Il fera bien aussi de résoudre la même question en supposant que quelques-uns des angles donnés ou tous les trois sont obtus.

59. Si du point *m*, comme centre, avec un rayon égal à mm''', on décrit un arc de cercle, cet arc doit passer par le point m^{IV}; car il résulte de ce qui précède, que les deux droites mm''' et mm^{IV} représentant le rabattement de la même ligne. Enfin, les deux angles *shm*,*skm* étant droits, leurs sommets doivent se trouver sur la circonférence qui aurait *sm* pour diamètre.

60. 2e **Problème.** *Étant donnés* a,b,C, *trouver* c,A,B, on placera d'abord les deux angles *a*,*b*, à côté l'un de l'autre (*fig.* 11), et l'on prendra le point *m'* à volonté. La perpendiculaire abaissée du point *m'* sur l'arête *sv*, donnera en *h* le sommet de l'angle C, et comme la valeur de cet angle est donnée par la question; que, de plus, on sait que hm''' doit être égal à hm', on pourra construire le triangle rectangle mhm'''; ce qui déterminera le point *m*. On abaissera de ce point la ligne mm'' perpendiculaire sur l'arête *su*, et décrivant l'arc *m'om''*, on aura le point m'', et la face *c* sera connue. Les angles A et B s'obtiendront comme dans le problème précédent, qui ne diffère de celui-ci que par l'ordre des opérations.

61. 3e **Problème.** *Étant donnés* a,A,C, *trouver* b,c,B. On construira d'abord l'angle *a* (*fig.* 13), et l'on prendra le point *m'* à volonté. La perpendiculaire abaissée de ce point sur l'arête *sv* donnera en *h* le sommet de l'angle C. On construira le triangle

rectangle mhm''', dont on connaît l'angle aigu C, donné par la question et l'hypoténuse hm''' égale à hm'; le point m sera connu. Pour obtenir le point k', qui appartient à l'arête su, on se rappellera (60) que ce point doit être situé sur la circonférence d'un cercle qui aurait sm pour diamètre. Décrivant cette circonférence, il n'y aura plus qu'à trouver la distance du point k' au point m; ce qui sera facile, puisque cette distance est un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle, dans lequel on connaît un angle aigu A, donné par la question, et le côté opposé mm^{IV} égal à mm''' (*fig.* 11). Construisant donc ce triangle mkm''' (*fig.* 13), il n'y aura plus qu'à ramener le point k en k' sur la circonférence $shmk'$, et la face b sera connue. En opérant comme dans l'épure précédente, on obtiendra c et B.

62. Si au lieu de ramener le point k en k' à droite du point m, on l'avait ramené à gauche en k'', on aurait encore satisfait aux conditions demandées; au lieu de la face b on aurait obtenu l'angle vsu', la face c serait remplacée par $u'sm^{\text{V}}$, et l'angle B par vzu'; les faces c et $u'sm^{\text{V}}$ seraient égales dans les deux solutions et ne différeraient que par leur position dans l'espace; il faut cependant remarquer que dans ce cas, l'angle donné A serait à l'extérieur du trièdre au lieu d'être tourné vers l'intérieur comme dans les exemples qui précèdent.

Ces trois problèmes suffisent pour le but que nous nous proposons ici. On trouvera la solution des trois derniers dans le volume qui contient les exercices et questions diverses.

63. **Problème.** On peut désirer connaître l'angle que l'une des arêtes fait avec la face opposée. Supposons, par exemple, que l'on veuille obtenir (*fig.* 12) l'angle $m^{\text{VI}}sm$ que l'intersection des faces a et c fait avec la face b. On rabattra cet angle autour de la droite sm, en remarquant qu'il appartient à un triangle rectangle ayant pour l'un des côtés de l'angle droit la droite sm, et pour second côté de l'angle droit, la droite $mm^{\text{VI}}=mm'''$ (*fig.* 11). On obtiendrait de la même manière les angles que les autres arêtes font avec les faces opposées.

CHAPITRE II.

Surfaces des corps et courbes de section.

64. On sait que les polyèdres sont des corps terminés par des faces planes. Il résulte de là, que les dimensions d'un polyèdre seront parfaitement connues, dès que l'on connaîtra la position de ses sommets; car la position des sommets déterminera celle des arêtes, et les arêtes détermineront les faces. Par conséquent, *pour projeter un polyèdre, il suffira de projeter ses sommets.* Supposons qu'il s'agisse d'un tétraèdre placé d'une manière quelconque dans l'espace. On déterminera (*fig.* 1, *pl.* 4) les projections horizontales et verticales des quatre sommets, et les droites qui joindront ces points, deux à deux, seront les projections des six arêtes du solide.

Pour rendre plus facile à concevoir les projections des corps solides, on est convenu que l'on regarderait certaines lignes comme *vues*, et d'autres comme étant *cachées*, et que pour les distinguer on tracerait entièrement les lignes vues, tandis que l'on ponctuerait les lignes cachées. Pour cela on suppose, lorsqu'on regarde la projection horizontale d'un corps, que l'œil est placé au-dessus de ce corps à une distance infiniment grande, et lorsqu'on regarde la projection verticale, on est censé être placé devant le plan vertical de projection, et infiniment loin de ce plan.

Cette convention une fois adoptée, nous dirons qu'une ligne est vue, lorsqu'un point quelconque partant de cette ligne peut s'éloigner infiniment du plan de projection, en suivant une perpendiculaire à ce plan, sans rencontrer la masse d'aucun corps solide, et dans le cas contraire la ligne est cachée. Ainsi, par exemple, les deux lignes (1—3,1′—3′) (2—4,2′—4′) (*fig.* 1) étant deux arêtes d'un même polyèdre, la première serait cachée sur

la projection verticale. En effet, si l'on trace l'horizontale projetante du point *m*, il est évident qu'elle coupera les deux droites dont il s'agit, aux points *m'*,*m''*. Or, le dernier de ces deux points appartenant à la droite (2—4,2'—4'), on en conclut que cette ligne passe devant la droite (1—3,1'—3'), que, par conséquent, cette dernière ligne doit être tracée en points sur la projection verticale. Par un raisonnement analogue, on reconnaîtrait que la projection horizontale de la ligne (3—4,3'—4') doit être ponctuée.

65. Lorsqu'on veut décrire un objet qui n'existe encore que dans l'imagination, et dont les projections sont destinées à diriger le travail des ouvriers, on doit prévoir le moment où il faudra obtenir, d'après le dessin, les véritables grandeurs des diverses parties de ce corps pour les transporter sur la matière dont il doit être composé ; il faut donc choisir le système de plans de projection le plus propre à atteindre ce but. Ainsi, par exemple, s'il s'agit d'un prisme, on placera (*fig.* 2) une de ses bases *abcde* dans le plan horizontal, et l'on prendra pour second plan de projection un plan vertical parallèle aux arêtes ; puis, après avoir construit la projection horizontale de la base supérieure, on élèvera, par chacun des sommets de cette projection, des perpendiculaires jusqu'à ce qu'elles rencontrent le plan horizontal *mn*, dont la position est déterminée par la hauteur que l'on veut donner au prisme que l'on projette. On voit qu'au moyen de la précaution que l'on a prise de placer le prisme parallèle au plan vertical de projection, toutes les arêtes de ce corps seront projetées sur l'un ou l'autre plan de projection dans leur véritable grandeur.

66. Il est encore plus simple, lorsque cela peut s'accorder avec la nature de la question, de placer le prisme que l'on projette dans une position perpendiculaire à l'un des plans de projection. C'est ce que l'on a fait (*fig.* 5) pour le cylindre circulaire, que l'on peut considérer comme un prisme droit dont le nombre des faces serait infini. La figure 3 contient les deux projections d'un cône circulaire. Enfin, lorsqu'on veut projeter une surface de révolution (*fig.* 6), on choisit ordinairement un des plans de projection perpendiculaire à l'axe de la surface

donnée. La seconde projection de cette surface est alors une section méridienne que l'on nomme méridien principal, parce que son plan *pq* est parallèle au second plan de projections. La courbe *abcd* est la *section méridienne principale.*

Sections.

67. **Problème.** *Construire la section d'un polyèdre par un plan.* La figure demandée se compose évidemment de toutes les lignes suivant lesquelles le plan donné coupe les différentes faces du polyèdre. On pourrait donc chercher les traces de toutes ces faces, et la question reviendrait alors à faire, plusieurs fois, les opérations que nous avons indiquées au n° 34, pour construire l'intersection de deux plans; mais au lieu de chercher les intersections du plan donné avec les faces, il est presque toujours plus simple de déterminer les points suivant lesquels le plan coupant rencontre les arêtes du solide. Pour faciliter la recherche de ces points, on prend ordinairement un plan de projection perpendiculaire au plan donné, qui devient alors le plan projetant de la ligne de section. L'une des projections de cette ligne se réduit, par conséquent, à une droite qui se confond avec la trace du plan coupant, de sorte qu'il ne reste plus qu'à déterminer la seconde projection de la figure demandée.

68. Supposons, par exemple, que l'on veut obtenir la section du tétraèdre projeté (*fig.* 1) par un plan *c'p*, perpendiculaire au plan vertical de projection. On abaissera des perpendiculaires à la ligne AZ, par les points *v'*,*o*,*u'*,*z'*, suivant lesquels le plan *p* coupe les arêtes du polyèdre donné: on obtiendra, par ce moyen, les sommets du quadrilatère *vozu* qui est la projection horizontale de la section. Si l'on veut obtenir cette figure dans sa véritable grandeur, on la fera tourner autour d'une droite telle que (*c*,*c'*) perpendiculaire au plan vertical de projection et située dans le plan *p*. Lorsque ce plan sera dans la position horizontale *c'p'*, on aura le quadrilatère *v''o''z''u''* pour la section rabattue dans sa véritable grandeur.

69. Pour construire la section d'une surface courbe par un

plan, il suffit de construire la suite des points suivant lesquels le plan donné coupe un système de lignes tracées sur la surface. Il n'y a plus, dans chaque cas particulier, qu'à choisir les lignes les plus simples. Ainsi, par exemple, pour obtenir la courbe qui provient de la section du cône circulaire projeté (*fig.* 3), par le plan *pa'p*, perpendiculaire au plan vertical de projections, on établira sur la surface du cône un certain nombre de génératrices, et la courbe de section devra contenir tous les points suivant lesquels ces lignes sont coupées par le plan donné.

Pour construire la projection horizontale de cette courbe, on abaissera des perpendiculaires à la ligne AZ, par chacun des points suivant lesquels la trace verticale du plan donné coupe les projections verticales des génératrices du cône. On peut vérifier les projections de ces points en les faisant tourner autour de la verticale projetante du sommet, jusqu'à ce qu'ils soient arrivés dans le plan 8—4, parallèle au plan vertical de projections. Ainsi, le point *uu'* rabattu en *u''*, sera projeté de là en *u'''* sur la droite *s*—8, d'où on le ramènera en *u*. La courbe 8''—4'' est la section que l'on a rabattue, en la faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point *c'*.

70. La figure 5 contient les deux projections de la courbe qui résulte de la section d'un cylindre circulaire, par le plan *a'p*, perpendiculaire au plan vertical de projection. Par suite de la disposition adoptée pour cette épure, le plan donné et le cylindre sont les deux surfaces projetantes de la courbe demandée, qui a la droite 2'—6' pour l'une de ses projections, et pour seconde projection la circonférence 2—4—6—8. La courbe 2''—4''—6''—8'' est la section que l'on a rabattue dans sa véritable grandeur, en la faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point *a'*.

71. Sur la figure 6, on a projeté et rabattu la section d'un ellipsoïde de révolution par le plan *p*. Cette courbe est facilement déterminée en projetant les points suivant lesquels le plan *p* coupe les cercles horizontaux et parallèles de la surface. Enfin la figure 7 contient la section de la sphère par le plan vertical *p*. Cette courbe est un cercle dont on évite presque toujours la projection par un rabattement.

72. **Problème.** *Trouver les points suivant lesquels une ligne droite perce la surface d'un corps.* Pour trouver l'intersection d'une surface donnée par une ligne quelconque, il faut faire passer par cette ligne une surface auxiliaire qui contiendra par conséquent les points demandés. Ces points devant appartenir à la surface donnée, sont nécessairement situés sur l'intersection des deux surfaces, et sur la ligne donnée. La question étant ainsi résolue d'une manière générale, il n'y a plus qu'à choisir, pour chaque cas particulier, la surface auxiliaire la plus commode. On emploie souvent, comme surface auxiliaire, l'une des deux surfaces projetantes de la ligne donnée.

73. Ainsi, par exemple, si l'on veut obtenir les points suivant lesquels la surface du tétraèdre projeté (*fig.* 1) est percée par la droite aa', on concevra, par cette droite, le plan projetant $c'p$, perpendiculaire au plan vertical de projection. On construira le quadrilatère $vuzo$, provenant de la section du tétraèdre donné par le plan coupant $c'p$, et les points (x,x') (n,n') seront les projections des intersections demandées.

Au lieu de construire la projection horizontale du polygone $vuzo$, provenant de la section du polyèdre donné par le plan auxiliaire $c'p$, on préfère souvent rabattre ce plan, et construire le polygone rabattu $v''u''z''o''$. Dans ce cas, il faut aussi rabattre la droite donnée. Or, cette droite étant suffisamment prolongée, rencontre la charnière du rabattement en un point s qui ne doit pas changer de place, et par conséquent, si l'on fait tourner un autre quelconque de ses points (e,e'), par exemple, jusqu'à ce qu'il soit projeté en e'', la droite donnée, rabattue en se'', rencontrera la quadrilatère $v''u''z''o''$ en deux points x'' et n'', qui, ramenés dans le plan $c'p'$ et de là dans le plan $c'p$, donneront les points (x,x') (n,n') pour les projections des intersections demandées. Si le point s ne se trouvait pas sur l'épure, ou rabattrait un autre point quelconque de la droite donnée.

Développements.

74. **Problème.** *Construire le développement de la surface d'un corps.* Pour exécuter un corps quelconque, il faut tracer

sur la pierre, le bois ou le métal dont ce corps doit être composé, toutes les lignes qui doivent diriger le travail de l'ouvrier. Ces lignes se déduisent de leurs projections, par des rabattements si elles sont planes, et par des développements si elles font partie de surfaces courbes. Quelques-uns de ces développements peuvent être construits d'une manière rigoureuse; d'autres ne peuvent être obtenus que par approximation, parce toutes les surfaces ne sont pas développables.

75. On dit, en général, qu'*une surface est développable*, lorsque cette surface peut être étendue tout entière sur un plan sans qu'aucune de ses parties soit déchirée ni doublée. Il résulte évidemment de là que les surfaces de tous les polyèdres pourront se développer; car il sera toujours possible de construire toutes les faces à côté les unes des autres et dans leurs véritables grandeurs.

76. Si l'on voulait, par exemple, développer la surface du tétraèdre projeté (*fig.* 1), on chercherait la véritable grandeur de chacune des arêtes (37), et l'on pourrait alors construire les quatre faces triangulaires du solide. Si quelques-unes des faces du polyèdre donné étaient quadrangulaires ou pentagonales, on les décomposerait en triangles dont on chercherait les côtés, et que l'on construirait ensuite pour recomposer toutes les faces dont l'ensemble formerait le développement du solide.

77. Lorsqu'il y a dans le polyèdre que l'on veut développer quelques relations de régularité ou de symétrie, on doit en profiter pour donner plus d'exactitude au résultat. Supposons, par exemple, que l'on veut développer la surface d'un prisme pentagonal (*fig.* 2). On projettera ce corps sur un plan parallèle à ses arêtes, afin de ne pas être forcé de rabattre toutes ces lignes pour obtenir leurs véritables longueurs. Le plan $pa'p$, perpendiculaire à la direction du prisme, contiendra la *section droite* dont la projection verticale sera a'—$3'$.

Il serait facile de construire la projection horizontale de ce polygone, en abaissant des perpendiculaires par tous les points suivant lesquels la trace verticale du plan $a'p$ est rencontrée par les projections verticales des génératrices du prisme. Mais cette projection horizontale de la section droite serait tout à fait inutile

pour le but que nous proposons ici. Ce qui est beaucoup plus essentiel, c'est d'obtenir la section a'—$3'$ dans sa véritable grandeur. Pour y parvenir, on fera mouvoir le plan $pa'p$, parallèlement à lui-même, jusqu'à ce qu'il soit parvenu dans la position $p''a''p''$; puis on le fera tourner autour de sa trace horizontale, ce qui donnera le polygone a'''—1—2—3—4, rabattu sur le plan horizontal de projection. On aurait pu rabattre le plan de section droite, sans le faire avancer jusqu'à ce qu'il soit arrivé en a'; mais cela aurait embarrassé l'épure, et c'est ce ce qu'il faut toujours éviter.

La véritable grandeur de la section droite étant obtenue, on portera tous ses côtés à la suite les uns des autres, et autant que possible, dans le prolongement de la trace verticale du plan $pa'p$, ce qui donnera la droite $a^{IV}a^{V}$ pour la section droite *rectifiée*. Enfin, par les points a^{IV}, $1''$,$2''$,$3''$,$4''$ et a^{V} on tracera des droites parallèles et égales aux arêtes du prisme, et l'on aura le développement de la surface latérale. Sur la figure 2, on n'a conservé que le développement de la partie de surface comprise entre la base inférieure du prisme et la section, par un plan p''' perpendiculaire au plan vertical de projection. Pour plus d'ordre, on fera bien de numéroter les arêtes sur toutes les projections, ainsi que sur le développement du prisme.

78. Pour appliquer le principe qui précède au développement de la surface convexe du cylindre, il suffit de considérer ce corps comme un prisme qui aurait un très-grand nombre de faces. Cette hypothèse n'est pas rigoureusement exacte, mais elle suffit presque toujours dans la pratique. On peut d'ailleurs s'approcher autant que l'on veut de l'exactitude absolue, en traçant un plus grand nombre de génératrices sur les parties de la surface dont la courbure est plus prononcée. Enfin, quand la section droite est un cercle; ce qui est le cas le plus fréquent, on peut mesurer le rayon avec beaucoup de soin, et prendre une longueur égale à $2\pi R$ pour le développement de la circonférence, après quoi, on établit sur cette ligne rectifiée, les point par lesquels on veut faire passer les génératrices nécessaires pour la solution du problème. La figure 4 est le développement du cylindre projeté figure 5, la ligne $8'''$—$4'''$—$8'''$ est la section

droite rectifiée; enfin, la courbe 8^{iv}—4^{iv}—8^{iv} est le développement de la section du cylindre par le plan $a'p$ perpendiculaire au plan vertical de projection.

79. Pour développer la surface d'un cône circulaire ou de révolution (*fig.* 3), on peut opérer de la manière suivante. Supposons que la base du cône projeté soit partagée en un grand nombre de parties égales, si l'on conçoit une génératrice par chacun des points de division de cette ligne, la surface convexe du cône se composera d'une suite de triangles isocèles égaux entre eux. Tous ces triangles, placés à côté les uns des autres, formeront évidemment un secteur de cercle s'—$8'''$—$4'''$—$8'''$ et la seule condition nécessaire pour que ce secteur représente le développement du cône, c'est que l'arc $8'''$—$4'''$—$8'''$ soit égal à la circonférence du cercle 2—4—6—8.

Or, si nous exprimons l'angle $8'''$—s'—$8'''$ par x, l'arc $8'''$—$4'''$—$8'''$ par y, le côté s'—$8'''$ par R, et le rayon s—8 par r, nous aurons la proportion

$$x : 360 :: y : 2\pi R,$$

d'où $$x \times 2\pi R = 360\,y,$$

mais on doit avoir $$y = 2\pi r.$$

Multipliant et réduisant, on obtient

$$R\,x = 360\,r, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{360r}{R}.$$

Ce qui donne l'angle du secteur.

Supposons, par exemple, que l'on ait $R = 1^m,5$ et $r = 0^m,4$ la formule précédente donnera :

$$x = \frac{360 \times 4}{15} = 24 \times 4 = 96 \textit{ degrés.}$$

Ainsi, en décrivant un secteur de 96 *degrés*, avec un rayon de 15 *décimètres*, on aura le développement d'un cône dont le rayon de la base serait $0^m,4$ et le côté $1^m,5$.

La courbe $8'$—4^{iv}—8^{iv}, est le développement de la section du cône par le plan $pa'p$. Pour construire cette ligne, on a fait tourner toutes les génératrices autour de la verticale projetante

du sommet. Par ce mouvement, chaque point de la courbe est venu se placer sur la génératrice s'—$8'''$, d'où on l'a fait arriver sur la génératrice correspondante du développement, en lui faisant parcourir un arc de cercle décrit du point s' comme centre.

CHAPITRE III.

Courbes planes.

80. **Lieu d'un point mobile, sections par un plan.** Une courbe est plane lorsque tous les points sont situés dans un même plan. Une courbe plane peut être engendrée par un point qui se meut dans un plan, suivant certaines conditions. Mais on peut encore obtenir une courbe plane en coupant une surface courbe quelconque par un plan.

81. Lorsqu'une courbe provient de la section d'une surface par un plan, elle possède des propriétés qui dépendent de la nature de la surface coupée.

Ainsi en coupant les surfaces projetées sur les figures 3, 5, 6 et 7, par des plans horizontaux, on obtiendra toujours pour sections des cercles, tandis que si l'on incline le plan coupant, les courbes de sections seront modifiées suivant l'inclinaison du plan et la nature de la surface coupée.

82. **Courbes du deuxième degré.** Les plus remarquables des courbes planes sont les *courbes du second degré* (*pl.* 5), ainsi nommées, parce que toutes leurs propriétés peuvent être exprimées par une équation du second degré. Les courbes du second degré sont au nombre de trois, savoir : l'*ellipse* (*fig.* 1....6), la *parabole* (*fig.* 7, 8 et 9), et l'*hyperbole* (*fig.* 10, 11 et 12).

83. **Ellipse.** L'ellipse est une courbe telle que *la somme des distances de chacun de ses points à deux points fixes pris dans son plan, et que l'on nomme* FOYERS, *est une quantité constante.*

On exprime ordinairement cette quantité par $2a$. Soient (*fig.* 1) F et F′ les deux foyers. Le point A, milieu de FF′ se nomme *le centre de l'ellipse;* toute ligne droite passant par ce point est un diamètre partagé par le centre en deux parties égales. Le plus grand de tous les diamètres est celui qui contient les foyers; on lui donne le nom de *grand axe.* Le plus petit, que l'on nomme *petit axe*, est toujours perpendiculaire au grand. Il est facile de voir que le grand axe est égal à $2a$, car pour le point X, extrémité de ce grand axe, on doit avoir, comme pour tout autre point de la courbe $XF + XF' = 2a$; mais comme $XF = X'F'$, il en résulte $X'F' + F'X = 2a$, ou enfin $XX' = 2a$. Les distances Fu, $F'u$, d'un point de la courbe aux foyers, se nomment *rayons vecteurs*, et la distance Au se nomme simplement *rayon.* On voit que dans l'ellipse tous les rayons ne sont pas égaux. Le plus grand est AX, moitié du grand axe, et le plus petit rayon AY est la moitié du petit axe.

84. Le cercle est une ellipse dont les deux axes sont égaux et dans laquelle le centre et les foyers se confondent en un seul point. En combinant les propriétés du cercle avec celles de l'ellipse, on en déduit que *si un cercle et une ellipse* (*fig.* 2) *ont un axe commun* X′X, *et que l'on prenne sur cet axe une abscisse* Ap, *on aura toujours : l'ordonnée du cercle est à l'ordonnée correspondante de l'ellipse comme le grand axe est au petit axe.*

De là résultent plusieurs moyens de construire l'ellipse, lorsque l'on connaît les deux axes.

85. **Construction de l'ellipse.** De tous les moyens de construire les ellipses, le plus commode est celui que nous allons indiquer. Après avoir tracé les deux axes $AX = a$, $AY = b$ (*fig.* 3), on prend un morceau de carte que l'on taille bien droit en forme de petite règle; puis, après avoir marqué sur cette carte et à partir de l'extrémité o, deux grandeurs $om = a$, $on = b$, on la fait mouvoir de manière que le point m ne quitte pas l'axe AY, et que le point n ne quitte pas l'axe AX. Dans ce mouvement, le point o décrira l'ellipse, de sorte qu'il suffira de marquer avec un crayon un certain nombre des points successivement occupés par le point o. Cette manière de décrire l'ellipse résulte du principe énoncé (84); car si du point m, comme

centre avec un rayon *mo*, on décrivait un cercle en prenant pour abscisse $mp = As$, on pourrait considérer *op* comme l'ordonnée du cercle, et *os* comme celle de l'ellipse, d'où l'on aurait

$$op : os :: om : on :: a : b.$$

86. On peut encore construire une ellipse lorsque l'on connaît un de ses axes et un point. Soit donné, par exemple, AX égal à la moitié du grand axe, et le point *o* appartenant à la courbe, on construira AY perpendiculaire sur AX. On prendra une ouverture de compas égale à AX, et du point *o*, comme centre, on décrira l'arc *ce*, dont l'intersection avec AY donnera le point *m*, puis traçant *om*, le point *n* sera déterminé, et la construction se fera comme précédemment.

87. **Centre, foyers, directrice.** Une ellipse étant construite, on peut se proposer de retrouver son centre, ses axes et ses foyers. Pour cela (*fig.* 1), on mènera deux cordes parallèles *vs*, *pq*, et la droite *mn* passant par les milieux de ces cordes sera un diamètre. Le milieu A de ce diamètre sera le centre de la courbe. Du point A, comme centre, on décrira un cercle de manière à couper la courbe en quatre points qui seront toujours symétriquement placés; puis, abaissant du centre des perpendiculaires sur les cordes qui joignent ces points deux à deux, on aura les axes de l'ellipse. Enfin, du point Y, comme centre, avec un rayon égal à la moitié du grand axe, on décrira un arc de cercle F*k*F', qui par son intersection avec le grand axe déterminera les deux foyers.

88. **Diamètres conjugués.** Lorsque deux diamètres XX', YY' (*fig.* 4) sont tels que les tangentes aux extrémités de l'un d'eux sont parallèles à l'autre, on les nomme *diamètres conjugués*, et si on les prend pour axes des abscisses et ordonnées, on dit que l'ellipse est rapportée à ses diamètres conjugués.

89. *Pour construire une ellipse, lorsque l'on connaît ses diamètres conjugués*, on pourra opérer de la manière suivante. Sur l'un d'eux, comme diamètre, on décrira la circonférence X*m*X'*m*', et l'on construira le triangle A*m*Y dont les éléments sont donnés ; puis, sur une ordonnée quelconque du cercle, on fera un triangle *npq* semblable et parallèle à *m*AY : le point *q* appar-

tiendra à l'ellipse. En recommençant, on obtiendra autant de points de la courbe que l'on voudra. Cette construction provient de ce que la propriété énoncée (84) convient aussi à l'ellipse construite sur ses diamètres conjugués. Si l'on voulait retrouver le grand axe, il suffirait de joindre le centre avec le milieu de l'arc *c*X.

90. **Tangentes et normales.** *Construire une tangente à l'ellipse par un point donné sur la courbe. Première méthode.* Le point *m* étant donné sur la courbe (*fig.* 5), on décrira du point A, comme centre, avec un rayon AX′ égale à la moitié du grand axe, l'arc de cercle X′*n*, qui coupera en *n* l'ordonnée passant par le point *m*; on construira (*Géom.*) la droite *pn* tangente à cet arc en *n*; et le point *p*, où cette tangente ira rencontrer le prolongement du diamètre XX′ appartiendra à la droite *pm*, qui est la tangente demandée. Cette construction vient de ce que, si plusieurs ellipses ont un axe commun, et que par tous les points situés sur la même ordonnée on construise des tangentes, toutes ces lignes doivent concourir en un même point sur le prolongement de l'axe commun. Or le cercle pouvant être considéré comme une ellipse, la tangente au cercle détermine le point où doit aboutir celle de l'ellipse.

91. *Deuxième méthode.* Si en un point *m*″ de la courbe on conçoit une tangente et les deux rayons vecteurs (83), la tangente fera des angles égaux avec ces deux droites, d'où résulte la construction suivante. Après avoir déterminé les foyers F, F′, on construira les deux rayons vecteurs F*m*″, F′*m*″; on partagera l'angle F*m*′F′ en deux parties égales, et la ligne *qm*″, perpendiculaire à la bissectrice, sera la tangente.

92. La droite *km*″ perpendiculaire sur la tangente est ce que l'on nomme une *normale*.

93. *Construire une tangente à l'ellipse parallèlement à une droite donnée.* Soit *os* la droite donnée. On mènera d'abord une corde *c*X parallèle à la droite *os*, puis le rayon A*m*′ passant par le milieu de la corde *c*X déterminera le point de tangence, et par conséquent la tangente, qu'il sera facile de construire, puisque sa direction est donnée.

94. *Construire une tangente à l'ellipse par un point donné*

en dehors de cette courbe. Soit o le point donné (*fig.* 6). De ce point, comme centre, et prenant pour rayon sa distance à l'un des foyers, on décrira un premier arc $bF'c$; de l'autre foyer F, comme centre avec un rayon égal au grand axe de l'ellipse, on décrira un second arc de qui coupera le premier en deux points s, u. On joindra ces points avec le centre du second arc par deux droites dont les intersections avec la courbe seront les points de tangence. En effet, le rayon du second arc étant égal au grand axe de l'ellipse, on aura

$$sm' + m'F = 2a;$$

mais par la propriété de la courbe (83), on a

$$F'm' + m'F = 2a; \quad \text{donc} \quad sm' = m'F'.$$

Ainsi, le triangle $sm'F'$ est isocèle; mais le point o, centre du premier arc, est à égale distance des points s, F'. Donc la droite om' est perpendiculaire à sF', et partage l'angle $sm'F'$ en deux parties égales. Donc enfin l'angle $om'F' = pm'F$, et la droite op faisant des angles égaux avec les rayons vecteurs, est une tangente (91). Il en est de même de la droite oq.

95. **Parabole.** *La parabole est une courbe telle que pour chacun de ses points la distance à une droite nommée* DIRECTRICE *est égale à la distance à un point que l'on appelle* FOYER.

96. **Construction de la parabole.** Soit (*fig.* 7) la directrice co, et le foyer F. Pour construire la parabole, on abaissera la perpendiculaire FD, et le point A, milieu de cette perpendiculaire, sera un point de la courbe. Pour en obtenir d'autres, on construira en un point p quelconque une perpendiculaire pm, et du point F, comme centre avec un rayon égal à pD, on décrira un arc de cercle qui coupera la perpendiculaire mp en deux points m, m', appartenant à la parabole. On recommencera jusqu'à ce que l'on ait un assez grand nombre de points pour construire la courbe. Une parabole peut être considérée comme une ellipse dont le grand axe est infini, et dans laquelle cependant la quantité AF serait déterminée. Il est évident, d'après cela, que le centre est aussi à l'infini, ainsi que le second foyer. (*Géom. anal.*)

97. Une parabole étant donnée, on peut se proposer de retrouver son axe principal. Pour cela, on construira deux cordes parallèles, et la droite *qs* passant par les milieux de ces cordes sera un diamètre ; construisant *mm'* perpendiculaire sur *qs*, on en prendra le milieu *p*, ce qui donnera un point de l'axe demandé, que l'on mènera parallèlement à *qs*. Cela vient de ce que dans la parabole tous les diamètres sont parallèles, puisque le centre est situé à l'infini (96).

98. **Tangentes et normales.** *Première méthode.* Si le point de tangence est donné sur la courbe, on construira (*fig.* 8) l'ordonnée *mp* passant par ce point; puis portant A*p* de A en *q*, ce dernier point appartiendra à la tangente. Cette construction résulte de ce que, *dans toute parabole, la distance* qp, *que l'on nomme la sous-tangente, est toujours double de l'abscisse du point de tangence.*

99. *Deuxième méthode.* On joindra le foyer F avec le point de tangence, par la droite F*m*, et après avoir mené *m*F', parallèle au grand axe AX, on partagera l'angle F*m*F' en deux parties égales par la droite *ks*; il ne restera plus qu'à mener au point *m* une perpendiculaire sur *ks*. Dans cette construction, *m*F' remplace le rayon vecteur allant aboutir au second foyer, situé à l'infini, comme nous l'avons dit plus haut.

100. La droite *ks* perpendiculaire sur *qm* sera la *normale*.

101. **Foyers, directrice.** Si par le point *v*, milieu de *qm*, on mène une perpendiculaire à la tangente, le point F, où cette perpendiculaire rencontrera l'axe AX, sera le foyer de la parabole. Enfin, portant AF de A en D, et construisant la perpendiculaire *c*D, on aura retrouvé la directrice.

102. Si l'on voulait mener *une tangente parallèle à une ligne donnée* bc, on construirait une corde A*d* parallèle à cette ligne, et la droite *um'* menée par le milieu de A*d* parallèlement à l'axe AX, déterminerait en *m'* le point de tangence; ce qui suffit, puisque la direction de la tangente est donnée.

103. *Construire une tangente à la parabole, par un point hors de la courbe.*

Soit *o* (*fig.* 9) le point donné. On décrira de ce point, comme centre, et passant par le foyer, un arc de cercle *u*F*s* qui

coupera la directrice aux deux points u, s; on mènera par ces deux points et parallèlement à l'axe AX les droites sm', um'', dont les intersections avec la courbe seront les points de tangence. Cette construction est analogue à celle que nous avons donnée (93); la directrice remplace le cercle décrit du second foyer comme centre.

104. **Hyperbole.** L'hyperbole ne diffère de l'ellipse qu'en ce qu'au lieu de la somme, c'est la différence des rayons vecteurs qui est égale à une quantité constante que l'on nomme $2a$.

105. **Construction de l'hyperbole.** *Première méthode* (*fig.* 10). Les foyers FF' d'une hyperbole étant donnés, ainsi que la quantité $2a$ qui est la différence des rayons vecteurs; du point F', comme centre, avec un rayon quelconque F'o, on décrira un arc de cercle; ensuite du point F, comme centre, avec un rayon FO égal à F'O $+ 2a$, on décrira un second arc, et le point où ces deux arcs se couperont appartiendra à la courbe demandée. Ici, comme dans l'ellipse, toute ligne telle que kn, qui passe par le milieu de deux cordes parallèles, se nomme un *diamètre*, et le point A, milieu de la portion de ce diamètre comprise entre les points où il coupe la courbe, se nomme le *centre*. Le diamètre XX', qui passe par les foyers, se nomme l'*axe transverse*, et YY', qui lui est perpendiculaire, se nomme l'axe *non transverse*, La portion BB' de l'axe transverse est égale à $2a$.

106. **Asymptotes.** Il existe dans le plan de toute hyperbole deux droites qui jouissent de propriétés remarquables. Ces droites, AD, AE, passent par le centre de la courbe et s'en rapprochent sans jamais la toucher, ou, en d'autres termes, elles ne touchent la courbe qu'à l'infini. On leur donne le nom d'*asymptotes*.

107. Les asymptotes fournissent un moyen très-simple de construire une hyperbole lorsqu'on en connaît un point. En effet, soient donnés le point s et les deux asymptotes DD', EE'. On construira dans une direction quelconque, en passant par le point s, la sécante pu, et prenant ps, on le portera de u en v; ce qui donnera le point v. De même, construisant une autre sécante si, on portera st de c en i. En continuant ainsi dans toutes

les directions, on aura autant de points que l'on voudra sur les deux branches de la courbe.

108. **Centre, axes, foyers.** La courbe étant construite, le centre et les axes pourront être retrouvés comme dans l'ellipse. Pour obtenir les foyers, on décrira un arc du point A, comme centre, de manière à passer par le point *h*, où l'asymptote est rencontrée par l'ordonnée B*h*; les intersections de ce cercle avec l'arc transverse seront les foyers. On ferait l'opération inverse si l'on voulait construire les asymptotes, connaissant les foyers. (*Géom. anal.*)

109. **Tangentes et normales.** *Première méthode* (*fig.* 11). Pour obtenir la tangente en un point *m* de l'hyperbole, on construira *pm* parallèle à l'asymptote; puis faisant $po = Ap$, le point *o* appartiendra à la tangente. Cette construction provient de ce que, dans toute hyperbole, si l'on construit une tangente, le point de tangence doit toujours occuper le milieu de la portion de la tangente comprise entre les asymptotes.

110. *Deuxième méthode.* On peut encore construire la tangente en un point donné *m'*, en construisant les deux rayons vecteurs F'*m'*, F*m'*, et partageant l'angle que ces rayons font entre eux, en deux parties égales.

111. Pour *construire une tangente parallèle à une ligne donnée* ts, on mènera d'abord une corde B*c* parallèle à cette ligne, puis la droite A*v* passant par le milieu de la corde B*c* déterminera en *m* le point de tangence, et comme l'on connaît la direction de la tangente, il sera facile de la construire.

112. *Construire une tangente à l'hyperbole par un point pris en dehors de cette courbe.* Soit *o* le point donné (*fig.* 12). De ce point, comme centre, on décrira un premier cercle passant par l'un des foyers F. De l'autre foyer F', comme centre, avec un rayon égal à $B'B = 2a$, on décrira un second cercle, et l'on joindra par deux droites les points d'intersection de ces deux cercles avec le foyer F' qui a servi de centre au second cercle; les points *m'm''*, où ces droites rencontreront la courbe, seront les points de tangence.

113. La *normale* se construira comme ci-dessus, en menant par le point de tangence, une perpendiculaire à la tangente.

114. **Sections coniques**. Les courbes du *second degré* sont encore nommées sections coniques, par ce qu'on obtient toujours l'une d'elles lorsque l'on coupe un cône circulaire par un plan. Supposons, par exemple, le cône circulaire ou de révolution, qui est projeté sur la *fig.* 2, *pl.* 6. Si l'on coupe ce cône par un plan p perpendiculaire au plan vertical de projection, et que l'on fasse tourner ce plan autour de l'horizontale projetante du point a, la section changera de forme, suivant les différentes positions du plan coupant; mais on obtiendra toujours l'une des trois courbes que nous venons d'étudier précédemment; ainsi, la section par le plan p sera une ellipse, la section par le plan p_1 sera une parabole, et la section par le plan p_2 sera une hyperbole. En général, si l'angle VAK est plus grand que HSK, la courbe de section sera une *ellipse;* lorsque l'angle V'AK sera égal à HSK la courbe sera une *parabole*, et lorsque l'angle V''AK sera plus petit que HSK on obtiendra une hyperbole.

115. **Section elliptique du cône** (*fig.* 1). Le plan coupant p étant perpendiculaire au plan vertical de projection, il résulte évidemment de là, que la projection verticale de la courbe cherchée sera une ligne droite $a'o'$. Pour construire la projection horizontale de la même courbe, il suffira de déterminer les points suivant lesquels le plan p coupe un certain nombre de génératrices du cône.

Pour le plus grand nombre de ces points, il suffira d'abaisser par leurs projections verticales des perpendiculaires à la ligne AZ; ainsi, lorsqu'on aura tracé les deux projections de la génératrice (s—1), il est évident que la projection horizontale u du point uu' se déduira immédiatement de sa projection verticale u'. Mais lorsqu'il s'agira d'un point très-essentiel dont il sera nécessaire de vérifier la position, lorsque surtout cette position résultera de la rencontre de deux lignes qui se couperont suivant un angle trop aigu, il sera nécessaire d'opérer de la manière suivante.

Ainsi, par exemple, si l'on veut déterminer ou vérifier la projection horizontale du point mm', on fera tourner la génératrice s—2 qui contient ce point autour de la verticale projetante du sommet, jusqu'à ce qu'elle soit parvenue dans la position

s—$2'$, parallèle au plan vertical de projection; par suite de ce mouvement, le point m' sera venu se rabattre en m'', d'où l'on déduira sa nouvelle projection horizontale m''' que l'on ramènera ensuite en m sur la projection horizontale de la génératrice s—2. Une seule opération déterminera deux points m,m, situés sur les génératrices qui ont la droite s—2 pour projection verticale commune.

116. Au lieu de construire isolément les différents points de la courbe demandée, on peut en déterminer les axes, ce qui permettra de la construire en opérant comme nous l'avons dit au n° 85. On remarquera d'abord que, si par le sommet du cône on conçoit un plan parallèle au plan vertical de projection, ce plan sera placé symétriquement par rapport au cône et au plan coupant, d'où il résulte qu'il sera également un plan de symétrie par rapport à la courbe intersection des deux surfaces, et que, par conséquent, il contiendra l'axe ao, $a'o'$ de cette courbe. Le second axe, perpendiculaire au premier, aura pour projection verticale le point m', milieu de la droite $a'o'$, et pour projection horizontale la droite mm dont les extrémités s'obtiendront en opérant comme nous l'avons dit précédemment (115).

117. Pour obtenir la courbe dans sa véritable grandeur, on rabattra le plan coupant en le faisant tourner autour de sa trace horizontale. On peut se contenter de rabattre le centre et les axes qui sont connus dans leur véritable grandeur, le premier $o''a''$ par sa projection verticale $o'a'$ et le second m^{IV} m^{IV} par sa projection horizontale mm; puis on construira la courbe rabattue par la méthode du n° 85. Il est très-essentiel de remarquer que le centre de la courbe de section est au milieu de la droite mm, $m^{IV}m^{IV}$ et que ce point projeté en m' n'appartient pas à l'axe du cône.

118. *Tangentes.* Il est souvent utile de construire des tangentes à la courbe qui provient de la section d'une surface par un plan. Or la tangente à la courbe sera évidemment située dans le plan de cette courbe; de plus elle ne peut pas être tangente à la courbe sans être également tangente à la surface qui contient cette courbe, d'où il résulte qu'elle doit être située dans le

plan tangent à la surface. Ainsi, la tangente en un point de la courbe de section devant être située en même temps dans le plan tangent et dans le plan coupant, elle sera l'intersection de ces deux plans.

Donc, pour construire par un point u,u' une tangente à la courbe de section, on tracera la génératrice s—1 ; et la droite 1—v, tangente à la base du cône, sera la trace du plan tangent. La droite u—v, intersection du plan tangent sv—1 et du plan coupant pv', sera la tangente demandée. La projection verticale de cette tangente se confondra avec la trace verticale $v'p$ du plan coupant qui est perpendiculaire au plan vertical de projection.

119. Pour construire dans le rabattement la tangente vu'', on remarquera que le point v ne doit pas changer de place lorsque l'on fait tourner le plan coupant autour de sa trace horizontale $v'v$. On peut aussi construire la tangente par l'une des méthodes indiquées aux nos 90 et 91.

120. **Section parabolique du cône.** Si le plan coupant pv' (*fig.* 3) était parallèle à l'une des génératrices s—3 du cône, il est évident que cette génératrice ne serait pas coupée, et la courbe de section ne pourrait plus être fermée ; dans ce cas, elle prend le nom de *parabole*. Les différents points de la parabole pourront être obtenus comme ceux de l'ellipse. En effet, le plan coupant étant perpendiculaire au plan vertical AZ, la projection verticale de la courbe demandée se réduit à une ligne droite $v'a'$, de sorte qu'il ne reste plus, pour obtenir la projection horizontale, qu'à construire des perpendiculaires par les points suivant lesquels la droite $v'a'$ coupe les projections verticales des génératrices du cône. Ainsi, par exemple, la projection horizontale u sera déterminée par la rencontre de la perpendiculaire abaissée du point u', avec la projection horizontale s—1 de la génératrice correspondante.

Pour déterminer le point m on fera tourner la génératrice s—2 jusqu'à ce qu'elle soit arrivée dans la position s—2', parallèle au plan vertical de projection. Par suite de ce mouvement, le point m' sera venu se placer en m'', d'où l'on déduira sa nouvelle projection horizontale m''' que l'on ramènera ensuite en m.

121. *Tangente.* Pour construire la tangente au point *u* de la projection horizontale de la courbe, on construira d'abord la droite 1—*v*, tangente à la base du cône et passant par le pied de la génératrice *s*—1. La droite 1—*v*, trace horizontale du plan tangent, rencontrera la trace horizontale *v'v* du plan coupant en un point *v* et la droite *vu*, intersection de ces deux plans sera la tangente demandée. La projection verticale de la tangente se confond ici avec la trace verticale *v'p* du plan coupant.

122. Pour obtenir la courbe dans sa grandeur véritable, on rabattra le plan coupant autour de sa trace horizontale. On évitera la confusion en faisant avancer le plan coupant jusqu'à l'endroit où l'on veut effectuer le rabattement. Dans ce mouvement, le point *u'* vient se placer en *u''*, et la droite *v''u'''* est la tangente au point *u'''* de la courbe rabattue. Enfin, on peut obtenir une tangente sur le rabattement par la méthode exposée au n° 98.

123. Dès que l'on aura obtenu la tangente, on pourra déterminer le foyer et la directrice, en opérant comme nous l'avons dit au n° 101. Ce qui permettra de construire la courbe par la méthode indiquée au n° 96.

124. **Section hyperbolique du cône.** De ce que les génératrices d'un cône doivent toutes passer par le sommet, il ne faut pas les considérer comme terminées à ce point; ainsi, pendant que la génératrice *s'*—1 (*fig.* 6 et 7) engendrera la surface du cône, le prolongement *s'*—1' de cette droite engendrera la surface d'un second cône opposé au premier par le sommet. Cependant, ces deux surfaces étant engendrées par la même droite, on les considère comme composant la surface d'un seul cône dont elles forment ce que l'on appelle les *deux nappes*. Or, lorsque le plan coupant *pv'* sera incliné de telle manière qu'il coupe les deux nappes du cône, la courbe de section se composera de deux branches séparées *zaz*,*yuy* dont l'ensemble forme une *hyperbole*.

125. Les points de l'hyperbole pourront être obtenus comme ceux de l'ellipse et de la parabole, en abaissant des perpendiculaires par les points suivant lesquels la trace verticale *pv'* du plan coupant rencontre les projections verticales des géné-

ratrices du cône. Ainsi, par exemple, les perpendiculaires abaissées des points a',u' détermineront les projections horizontales correspondantes sur la droite b—1 parallèle au plan vertical de projection. En traçant de nouvelles génératrices que l'on n'a pas conservées ici, on obtiendra sur chacune d'elles un point de la courbe demandée.

126. Pour déterminer ou vérifier la position du point m on rabattra la génératrice s—2 en la faisant tourner autour de l'axe du cône, jusqu'à ce qu'elle soit parvenue dans la position s—2', parallèle au plan vertical de projection. Par suite de ce mouvement, le point m' rabattu en m'', se projettera en m''', d'où on le ramènera en m sur la projection horizontale de la génératrice s—2.

127. Pour obtenir la courbe dans sa véritable grandeur on a fait avancer le plan coupant jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position $p'v''v'''$, puis on a fait tourner ce plan autour de sa trace horizontale jusqu'à ce qu'il soit rabattu sur le plan horizontal de projection.

128. *Asymptotes.* Nous avons vu (106) que l'on peut considérer les asymptotes comme deux droites qui passent par le centre o,o',o'' de la courbe, et qui *ne la touchent qu'à l'infini.* Pour les obtenir, on déterminera le point o', situé au milieu de la droite $u'a'$. On joindra ce point avec le sommet du cône par la droite $o's'b'$, suivant laquelle on fera passer deux plans tangents qui auront pour traces horizontales les droites bk. Les intersections de ces droites avec la trace horizontale $v'v$ du plan coupant donneront deux points x,x qui étant joints avec le point o, détermineront les droites xg, projections horizontales des deux asymptotes de la courbe demandée. Lorsque l'on fait avancer le plan coupant jusqu'a ce qu'il soit parvenu dans la position $p'v''v'''$, les deux points x viennent se placer en x'' et le point oo' en o'', où il devient le centre de l'hyperbole rabattue (*fig.* 8).

129. Lorsque l'on connaît les asymptotes et un seul point quelconque de la courbe, il est facile de la construire par la méthode indiquée au n° 107.

130. *Tangente.* On construira la tangente à l'hyperbole en

opérant comme nous l'avons dit au n° 109. En effet, en faisant $o''n = nr$, on aura $rn'' = n''h$, de sorte que la droite rh sera une sécante pour laquelle les deux points de section réunis en un seul seraient devenus un point de tangence n''.

131. On peut encore obtenir la tangente en opérant de la manière suivante : on tracera la droite $u''q$, perpendiculaire sur $a''u''$, ce qui déterminera le point q. On décrira du point o'', la demi-circonférence cqe qui a pour rayon la distance $o''q$, et l'on obtiendra ainsi les deux points c,e qui seront les *foyers* de l'hyperbole, puis on opérera comme au n° 110. Enfin, on peut construire par le point donné un plan tangent p'' dont l'intersection avec le plan coupant sera la tangente demandée.

132. Le cylindre circulaire pouvant être considéré comme un cône dont le sommet serait infiniment éloigné, la section par un plan sera toujours un *cercle* ou une *ellipse* qu'il sera souvent facile de construire par les axes.

CHAPITRE IV.

Courbes à double courbure.

133. **Définitions.** Nous avons dit (80) que l'on donnait le nom de courbes planes aux lignes dont tous les points sont situés dans un plan. Ainsi, la courbe qui est représentée en perspective sur la *fig.* 1 de la *pl.* 7 est une courbe plane; mais si l'on fait prendre une courbure quelconque à la surface sur laquelle la ligne est tracée, cette courbe cessera d'être plane comme on le voit (*fig.* 2). Dans ce cas on dit qu'elle est à double courbure, parce que, indépendamment de la courbure qui lui est propre, elle participe encore de la courbure de la surface sur laquelle elle est tracée.

134. On projette les courbes à double courbure en opérant comme pour toute autre ligne. Supposons, par exemple (*fig.* 3), qu'une courbe ABCDE, ayant un grand nombre de sinuosités, soit située comme on voudra dans l'espace. Si de chacun de ses points on abaisse une perpendiculaire sur le plan de projection P, la courbe *abcde* qui contient les pieds de toutes ces perpendiculaires sera la projection de la ligne ABCDE. La surface qui contient toutes les perpendiculaires abaissées par les différents points de la courbe donnée se nomme surface projetante ou plutôt *cylindre projetant* de cette courbe. Ainsi, l'on voit que la projection *abcde* de la courbe est la trace de son cylindre projetant.

135. Une seule projection ne suffit pas pour déterminer la forme et la position d'une courbe dans l'espace; car il est évident que la même projection *abcde* conviendrait à toutes les courbes qui seraient situées dans la même surface projetante. Il résulte de là que pour déterminer la grandeur et la position d'une ligne courbe, il faut la projeter sur deux plans comme on le voit (*fig.* 4); car alors chacun de ses points étant déterminé de position, la courbe elle-même sera déterminée. La projection verticale *a'e'* de la courbe est la ligne qui passe par les pieds de toutes les perpendiculaires abaissées des différents points de cette courbe sur le plan vertical AY, et la projection horizontale *ae* de la même ligne est la courbe qui contient les pieds de toutes les perpendiculaires abaissées sur le plan horizontal AX.

136. Nous avons dit tout à l'heure qu'une courbe était complétement déterminée par ses deux projections. En effet, si *a'e'* (*fig.* 5) est la projection verticale d'une courbe quelconque AE, il est évident que cette courbe doit être située sur la surface du cylindre projetant horizontal H; mais si *ae* est la projection horizontale de la courbe, il faut que cette ligne soit située sur la surface du cylindre projetant vertical V; or, la courbe dont il s'agit devant être située en même temps sur les deux cylindres projetants dont les lignes *ae*, *a'e'* sont les traces, elle sera l'intersection de ces deux surfaces et sera par conséquent déterminée. La courbe AE étant l'intersection des deux cy-

lindres projetants H et V, il est évident qu'elle participe de la courbure de chacun d'eux; c'est encore pour cette raison que l'on donne à cette ligne le nom de courbe à double courbure. Ainsi, une courbe peut être à double courbure, parce qu'elle est tracée sur une surface courbe (*fig.* 2), ou parce qu'elle provient de l'intersection de deux surfaces courbes (*fig.* 5). Un corps ou solide C (*fig.* 6) sera à double courbure lorsque ses arêtes ne seront pas planes; ainsi, une pierre ou un morceau de bois peut toujours être déduit de l'un des trois solides élémentaires représentés sur la fig. 6. Le premier A est un parallélipipède rectangle dont on peut déduire toute espèce de pièce droite. Le second solide B sera la forme primitive de toutes les pièces dont les arêtes seront des courbes planes, et toutes les pièces dont les arêtes seront à double courbure devront être déduites d'un solide tel que celui qui est désigné par la lettre C.

137. **Surfaces courbes.** La forme d'une courbe à double courbure dépendant de la nature des surfaces sur lesquelles cette courbe est tracée, il sera utile de rappeler ici quelques-unes des considérations générales sur lesquelles on établit la théorie des surfaces courbes dans les traités de Géométrie descriptive.

138. Toute surface peut être considérée comme engendrée par le mouvement d'une ligne assujettie à se mouvoir suivant des conditions données, *l'énoncé de ces conditions formant la définition de la surface.* Ainsi le plan est engendré par le mouvement d'une droite qui se meut parallèlement à elle-même, en s'appuyant toujours sur une autre droite immobile dans l'espace. La droite mobile se nomme la génératrice, et la droite sur laquelle elle s'appuie a reçu le nom de directrice. Si nous remplaçons cette dernière ligne par une courbe, nous obtenons une surface cylindrique; et si, au lieu du parallélisme des génératrices, nous les faisons concourir en un même point, nous avons une surface conique.

139. La plus utile des surfaces courbes est celle à laquelle on donne le nom de *cylindre.* Il ne faut pas attacher à ce mot le même sens que dans la géométrie élémentaire; en effet, dans cette partie des mathématiques, un cylindre est un corps

ou solide engendré par un rectangle, que l'on ferait tourner autour d'un de ses côtés, tandis que, dans la géométrie descriptive, on donne le nom de cylindre à la surface engendrée par une droite qui se meut parallèlement à elle-même, quelles que soient, du reste, les conditions qui déterminent le mouvement de cette droite, que l'on nomme la *génératrice* du cylindre. On peut toujours supposer que la génératrice est assujettie à s'appuyer constamment sur une courbe que l'on nomme la *directrice*. Ainsi la nature du cylindre dépendra principalement de la forme de sa directrice, et l'on conçoit que si cette courbe était remplacée par une ligne droite, le cylindre deviendrait un plan.

140. Les surfaces *cylindriques*, *coniques et sphériques*, sont la base essentielle de presque toutes les combinaisons de l'industrie; mais il est utile cependant de considérer les surfaces courbes sous un point de vue plus général. Quoique la courbure des surfaces puisse être variée d'une infinité de manières, on peut renfermer tous les cas particuliers dans une même définition, en disant que *toute surface est engendrée par le mouvement d'une ligne, droite ou courbe, plane ou à double courbure, constante ou variable de forme, et qui se meut suivant des conditions données.* Après les surfaces cylindriques, coniques et sphériques, celles dont on fait le plus souvent usage sont les surfaces de révolution et les surfaces réglées.

141. **Surfaces de révolution**. On donne en général le nom de surface de révolution A et B (*fig.* 9) à celles qui proviennent du mouvement d'une ligne C ou D, assujettie à tourner autour d'une droite fixe, par rapport à laquelle elle conserve toujours la même position. Dans ce mouvement, chaque point de la génératrice décrit un cercle dont le centre est sur la droite immobile E ou F, que l'on nomme l'*axe* de la surface.

142. Un des caractères de toute surface de révolution, c'est que la section par un plan perpendiculaire à l'axe est toujours une circonférence du cercle. Le rayon de cette circonférence est égal à la distance de l'axe au point suivant lequel la génératrice est coupée par le plan dont il s'agit. Il suit de là, que si l'on coupe une surface de révolution par un certain nombre de

plans perpendiculaires à son axe, on obtiendra un système de cercles parallèles entre eux, et que l'on appelle, par cette raison, *les parallèles de la surface*. La portion de surface comprise entre deux parallèles quelconques se nomme une *zone*.

143. Toute section d'une surface de révolution par un plan qui contient son axe, se nomme une *section méridienne*. Les cas particuliers de surface de révolution se distinguent ordinairement par la nature de leur section méridienne. Ainsi, l'*ellipsoïde de révolution* A (*fig.* 9) est la surface engendrée par le mouvement d'une demi-ellipse que l'on ferait tourner autour de l'un de ses axes. La sphère est un ellipsoïde de révolution qui a pour section méridienne un cercle. La *surface annulaire* ou *tore* serait engendrée par le mouvement d'un cercle tournant autour d'une droite située dans son plan. La section méridienne se compose, dans ce cas, de deux cercles égaux au cercle générateur, et placés symétriquement par rapport à l'axe. Le plan perpendiculaire à l'axe et mené par le centre du cercle générateur, contient le plus grand parallèle de la surface, et le plus petit, qui est le cercle de gorge.

144. Si la génératrice d'une surface de révolution est une parabole, la surface sera un *paraboloïde* et prendra des formes différentes, suivant que la révolution aura lieu autour de l'axe de la parabole ou autour d'une droite perpendiculaire à cet axe. Enfin, on nomme *hyperboloïde de révolution* la surface qui est engendrée par une hyperbole tournant autour de l'un de ses axes. Si la révolution se fait autour de l'axe non transverse, la surface est continue, c'est-à-dire qu'elle pourrait être parcourue par un point dans toute son étendue. Pour exprimer cette propriété, on donne à cette surface B (*fig.* 9), le nom d'*hyperboloïde de révolution à une nappe*. Il n'en serait pas de même si le mouvement s'était fait autour de l'axe transverse, il y aurait alors dans cette surface deux parties séparées l'une de l'autre, ce qui lui ferait donner le nom d'*hyperboloïde de révolution à deux nappes*. Les surfaces de révolution sont souvent employées pour dômes et coupoles dans la formation des combles.

145. **Surfaces réglées.** On donne, en général, le nom de *surfaces réglées* à celles qui sont engendrées par une ligne droite

qui se meut suivant certaines conditions. Dans le cas le plus général, on peut supposer que la génératrice est assujettie à s'appuyer sur trois courbes que l'on nomme les *directrices* de la surface. Cette condition suffit pour déterminer chaque position de la génératrice; car une droite qui, passant par un point de la première courbe, glisserait en s'appuyant sur la seconde, serait déterminée de position, au moment où elle rencontrerait la troisième.

146. Dans quelques surfaces, la génération est déterminée par d'autres conditions. Ainsi, par exemple, dans les *surfaces cylindriques*, que l'on peut regarder comme cas particuliers des surfaces réglées, puisque la génératice est une ligne droite, on donne ordinairement une directrice, et les deux autres sont remplacées par la condition que toute les positions de la génératrice soient parallèles entre elles. Dans les *cônes*, deux des directrices sont remplacées par cette condition, que toutes les génératrices contiennent le sommet. Enfin, dans les *surfaces normales*, la condition que la génératrice soit constamment perpendiculaire à une surface donnée permet de n'employer qu'une directrice; mais tous ces cas particuliers pourront facilement se ramener au cas général; car on pourra toujours, dans chaque cas, prendre pour directrices trois courbes quelconques situées dans la surface, de manière qu'elles soient coupées par toutes les génératrices.

147. L'une des trois directrices peut encore être remplacée par cette condition, que *deux positions consécutives de la génératrice se trouvent toujours dans un même plan*, et c'est en cela que consiste le caractère des *surfaces développables*. Les surfaces réglées qui sont privées de la propriété d'être développables se nomment *surfaces gauches*.

148. Enfin, on peut remplacer l'une des directrices par cette condition que la génératrice, dans son mouvement, reste toujours parallèle à un plan donné que l'on nomme *plan directeur*. Ce dernier genre de surfaces réglées étant fréquemment employé dans les applications, on en forme une classe particulière; ainsi on distingue deux espèces principales de surfaces réglées:

1° *Les surfaces réglées qui ont trois directrices ;*

2° *Les surfaces réglées qui ont deux directrices et un plan directeur*. En prenant un plan de projection perpendiculaire au plan directeur, la construction de ces sortes de surfaces devient extrêmement simple.

149. **Surfaces réglées hélicoïdes.** Parmi les cas particuliers de surfaces réglées, nous devons surtout remarquer celles auxquelles on a donné le nom de surfaces hélicoïdes, parce que les courbes directrices de ces surfaces sont des **hélices**. L'*hélice abcd....*, etc. (*fig.* 17), est une courbe qui coupe, suivant un angle constant, toutes les génératrices d'un cylindre. On peut dire encore que l'hélice est engendrée par un point qui s'éloigne à chaque instant d'un plan perpendiculaire au cylindre, d'une quantité proportionnelle à l'arc parcouru par sa projection sur ce plan. La distance *am* entre deux intersections successives de la courbe avec la même génératrice, se nomme le *pas de l'hélice*, et la portion de courbe *abcm* correspondante à une révolution entière se nomme une *spire*. Les hélices se distinguent par la nature de la section droite du cylindre sur lequel elles sont tracées. Lorsque cette section est un cercle, on dit que l'hélice est à *base circulaire*.

150. On peut tracer aussi sur un cône des courbes qui ont de l'analogie avec les *hélices* et que l'on nomme pour cette raison *hélices coniques*. La courbe *abcd* de la *fig.* 13 est déterminée comme celle de la *fig.* 17, par cette condition qu'elle rencontre, suivant le même angle, toutes les génératrices du cône.

151. Quelques surfaces hélicoïdes ont pour directrices trois hélices ; mais, souvent aussi, on remplace une ou deux de ces courbes par d'autres conditions. Ainsi, par exemple, la surface hélicoïde représentée (*fig.* 14), a pour directrice l'hélice *abcd*, sa seconde directrice est la droite *os* que l'on peut considérer comme une hélice tracée sur un cylindre dont le rayon de la base serait égal à *zéro*. Quant à la troisième directrice (145), elle sera remplacée par cette condition, que la génératrice ferait toujours le même angle avec la droite *os*.

152. Souvent aussi, comme dans l'exemple qui est représenté (*fig.* 16), la génératrice devra, dans son mouvement,

rester constamment parallèle au plan horizontal et s'appuyer sur deux hélices de même pas et à bases concentriques. Ces sortes de surfaces se retrouvent dans la construction des pièces à doubles courbures qui forment les *rampes et limons* d'escaliers (*fig.* 15). Ces pièces, nommées courbes rampantes, peuvent être considérées comme engendrées par un rectangle A que l'on ferait mouvoir de manière que les sommets décriraient quatre hélices de même pas, situés sur les deux cylindres concentriques engendrées par les droites qui forment les deux côtés verticaux du rectangle générateur. Il résulte de là que la courbe rampante ou limon est comprise entre les deux surfaces cylindriques dont nous venons de parler, et les deux surfaces réglées hélicoïdes engendrées par les côtés horizontaux du rectangle A.

153. **Étude des surfaces courbes.** Le mode de génération d'une surface étant adopté, la Géométrie descriptive fournit les moyens de résoudre les questions suivantes :

1° *Représenter sur l'épure la surface dont la définition est donnée ;*

2° *Exprimer qu'un point ou une ligne fait partie de la surface donnée ;*

3° *Développer* (autant que possible) *la surface donnée en tout ou en partie ;*

4° *Mener à la surface donnée des plans tangents, des normales et des surfaces normales ;*

5° *Trouver l'intersection de la surface donnée par un plan ;*

6° *Trouver la courbe d'intersection de la surface donnée avec toute autre surface ;*

7° *Trouver l'intersection de la surface donnée, par une ligne quelconque, droite ou courbe.*

154. Pour représenter sur l'épure une surface dont la définition est donnée, il suffit de savoir construire la génératrice de cette surface dans une position quelconque.

155. Pour étudier une surface, on la suppose ordinairement infinie. On peut toujours, dans l'application, négliger toutes les parties de cette surface, qui ne sont pas utiles pour résoudre la question proposée,

Quelquefois, la surface est infinie dans ses deux dimensions, comme le plan en général et les cylindres et cônes qui ont pour directrices des courbes infinies; d'autres fois elle n'est infinie que dans un sens, comme le cylindre et le cône, lorsque leur directrice est une courbe fermée; enfin elle peut être finie en tous sens, comme la surface de la sphère.

156. En construisant un certain nombre de génératrices, et sur chacune d'elles les points suivant lesquels elle perce les plans de projection, on obtient les *traces de la surface*. Lorsque la surface est limitée, on doit construire la ligne qui limite sa projection; on obtient cette courbe en cherchant la suite des points suivant lesquels la surface donnée est touchée par une autre surface perpendiculaire au plan de projection. Ainsi, dans les cylindres et cônes, les limites sont situées dans des plans tangents aux courbes directrices, et perpendiculaires aux plans de projection. La limite de la projection de la sphère est la trace d'un cylindre perpendiculaire au plan de projection et enveloppant la sphère.

157. Sur les épures d'étude on place quelquefois les données dans une position inclinée par rapport aux plans de projection, mais on n'agit ainsi que pour exercer davantage aux constructions graphiques. Dans les applications, on doit toujours, avant tout, choisir le système de plans coordonnés ou de plans auxiliaires sur lesquels les projections sont les plus simples, et pourvu que l'on ne change rien aux données ni à leur position relative, la généralité de la question n'en est pas moins complète. Il ne faut pas oublier surtout, que *le choix des plans de projections est une des parties les plus essentielles de la solution des problèmes.*

158. Pour exprimer qu'un point fait partie d'une surface, on place ce point sur l'une des génératrices, ou sur toute autre ligne située dans cette surface, et dont on sait construire les projections : en agissant de la même manière à l'égard de tous les points d'une courbe, on exprime que cette courbe est située dans la surface.

159. *Tangentes.* Quand on considère une ligne courbe comme composée d'une infinité de côtés, cela ne veut pas dire que l'on

soit autorisé à regarder chacun d'eux comme un point unique; on doit plutôt admettre que ce sont de petits côtés de polygones dont les extrémités se sont tellement rapprochées, que leurs longueurs se trouvent réduites à zéro; de sorte que la direction de chacun de ces côtés reste déterminée, et c'est le prolongement de cette direction qui produit la tangente.

160. Les mêmes raisonnements s'appliquent aux surfaces courbes. En considérant ces espèces de surfaces comme composées d'une infinité de petites facettes, il ne faut pas regarder chacune d'elles comme un point unique, mais comme la réunion de plusieurs points rapprochés, de manière qu'ils n'occupent pas plus de place qu'un seul, en conservant toutefois cette condition que tous ces points n'ont pas cessé d'être dans un même plan. De sorte que si l'on conçoit une droite passant par deux quelconques de ces points infiniment rapprochés, la direction de cette ligne n'en sera pas moins déterminée, et assujettie à se confondre avec le prolongement de la facette infiniment petite qui contient ces deux points. Or cette facette ainsi prolongée n'est autre chose que le plan tangent; d'où il suit que *si en un point d'une surface courbe on conçoit un plan tangent, ce plan contiendra les tangentes à toutes les courbes qui, dans la surface, passeraient par le point de tangence.*

161. Les considérations qui précèdent étant admises, la construction des plans tangents en un point d'une surface courbe se réduit aux deux opérations suivantes :

1° *Construire par le point donné deux tangentes à la surface;*

2° *Faire passer un plan par ces deux droites.*

Il n'y a plus pour chaque cas particulier qu'à choisir, parmi toutes les courbes qui passeraient par le point donné, celles auxquelles il est le plus facile de mener des tangentes.

162. Pour obtenir une *normale*, il suffit de construire par le point de tangence une perpendiculaire au plan tangent. Tout plan qui contient la normale se nomme *plan normal*; la section de la surface par ce plan se nomme *section normale*. Si l'on fait tourner le plan normal autour de la normale, on obtient une suite de sections dont la courbure est différente pour chacune des positions du plan coupant. On démontre dans les traités de

tical. La ligne $1'''....1'''$ représente ce que la courbe donnée devient dans ce développement. Enfin, prenant les arcs $1'''—2'''$, $2'''—3'''$, $3'''—4'''$, etc., et portant leur longueur en ligne droite et à la suite les uns des autres (*fig.* 4), on obtiendra la courbe dans sa véritable longueur. C'est ce qu'on appelle *rectifier une ligne courbe.*

174. Si l'on voulait obtenir les projections des points qui, à partir du point 1, partageraient la courbe donnée en cinq parties égales, on partagerait la ligne droite $1^{IV}...1^{IV}$; ce qui donnerait quatre points A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}, D^{IV}, que l'on reporterait d'abord en A''', B''', etc., sur le développement $1'''—1'''$ (*fig.* 3), d'où l'on déduirait facilement les points A'',B''..... qui, reportés eux-mêmes en A,B,C, etc., sur la projection horizontale de la courbe, donneraient les projections verticales A', B', C', etc. On emploierait le même moyen pour partager une courbe quelconque en tout autre nombre de parties égales ou ayant entre elles des rapports donnés.

175. **Tangentes aux courbes à double courbure.** Soient (a,a') (*fig.* 6) les deux projections d'une courbe, le point de tangence (m,m') étant donné. Concevons par le point m' une tangente à la projection verticale de la courbe, on pourra considérer cette tangente comme la trace d'un plan p' perpendiculaire au plan vertical de projection et tangent au cylindre projetant horizontal. Or ce plan doit contenir la tangente à la courbe; de plus, cette tangente doit être située dans le plan p, tangent à la surface projetante perpendiculaire au plan horizontal. Donc la tangente cherchée devant faire partie des deux plans p et p', sera leur intersection, d'où l'on voit que, *pour construire une tangente en un point donné d'une courbe quelconque, il suffit de construire par les projections du point donné deux tangentes aux projections de la courbe. Ces lignes seront les projections de la tangente à la courbe.*

176. **Plan normal.** Tout plan p'' passant par le point de tangence et perpendiculaire à la tangente, sera perpendiculaire à la courbe, et prendra pour cette raison le nom de *plan normal à la courbe.* La tangente étant perpendiculaire au plan normal sera perpendiculaire à toutes les droites qui passeraient

par son pied dans ce plan. Il semblerait donc permis de considérer chacune de ces lignes comme une normale à la courbe. Cela ne serait pas exact, parce que *la normale en un point d'une courbe à double courbure doit être située dans le plan osculateur de cette courbe.* D'où il résulte que la normale *mn* (*fig.* 5) sera l'intersection du plan normal par le plan osculateur. On sait que le plan osculateur est celui qui contiendrait le point *m* et deux autres points *v*,*u* infiniment près du premier.

177. **Projections des hélices.** Parmi les courbes qui nous seront les plus utiles, nous devons surtout distinguer les hélices dont nous avons déjà parlé aux nos 149 et 150. Nous consacrerons quelques lignes à la construction de ces courbes.

178. Supposons (*fig.* 11) que la circonférence 1—2—3... soit la base ou projection horizontale d'une hélice dont le pas serait 0—8; on partagera cette droite et la circonférence en un même nombre de parties égales, en 8 par exemple; on tracera ensuite une horizontale par chacun des points de division de la verticale 0—8. Si l'on suppose actuellement que le point générateur, partant de 0, tourne dans le sens de l'arc 1—2—3, etc., il est évident que lorsqu'il sera parvenu sur la verticale du point 1, il sera élevé, au-dessus du plan horizontal, d'une quantité égale à la huitième partie du pas, et sa projection verticale devra, par conséquent, se trouver sur la première horizontale au-dessus de la ligne AZ. Lorsque le point générateur sera parvenu sur la verticale du point 2, sa projection verticale sera élevée de 2 huitièmes du pas, et sera sur la deuxième horizontale, etc. De sorte que tous les points de la projection verticale de la courbe seront déterminés par les intersections des verticales élevées par les 8 points de division de la circonférence 0—1—2—3 avec les horizontales passant par les 8 points de division de la verticale 0—8.

179. On peut développer la surface cylindrique, qui contient l'hélice, en opérant comme nous l'avons dit au no 173. Ainsi la circonférence 0—1—2... étant partagée en parties égales on aura (*fig.* 10) 0—1=1—2=2—3, etc. De plus, les côtés 1—1′, 2′—2″, 3″—3‴ devant être égaux par suite de la définition de l'hélice, il s'ensuit que les triangles 0—1—1,

1′—2′—2″, etc., seront égaux, et que leurs angles seront égaux; de sorte que, l'hélice coupant suivant un angle constant toutes les génératrices parallèles du cylindre, on peut en conclure que dans le développement (*fig.* 10), *cette courbe se transformera toujours en ligne droite.*

180. On peut quelquefois se servir avec avantage de ce développement pour construire la projection de la courbe. Dans ce cas, on fera la droite 8—8″ égale à la hauteur du pas de l'hélice, puis après avoir tracé l'oblique 0—8″ on partagera cette ligne et la circonférence de la base du cylindre en autant de parties égales que l'on voudra obtenir de points sur la courbe, puis tous ces points seront déterminés par les intersections des verticales élevées par les points de division de la circonférence 0—1—2.... avec les horizontales passant par les points de l'oblique 0—8″ (*fig.* 10). Lorsqu'on prend ainsi une oblique pour échelle de hauteur, il n'est pas nécessaire que la droite 0—8 (*fig.* 13) soit égal au développement de la circonférence 0—1—2... (*fig.* 11). Il suffit que la verticale 8—8′ ou 8′—8″ soit égale à la hauteur du pas de l'hélice que l'on veut projeter. De sorte que les 8 parties égales de l'oblique 0—8′ (*fig.* 13) détermineront les hauteurs des 8 points correspondants de la première spire.

181. Lorsqu'une hélice se compose d'un très-grand nombre de spires, on peut construire avec beaucoup de soin (*fig.* 15) la projection de l'une de ces courbes sur une carte que l'on découpera, et qui, étant rapportée à toutes les hauteurs, servira pour guider le crayon. Enfin, lorsque l'on veut tracer un arc d'hélice sur un cylindre, il suffit de déterminer (*fig.* 14) deux points *m* et *n* de la courbe demandée; après quoi il sera facile de la tracer avec une règle flexible à laquelle on fera prendre la courbure de la surface. Quoique deux points suffisent, dans ce cas, pour déterminer la courbe, on fera bien cependant de tracer sur le cylindre un ou deux points intermédiaires pour servir comme vérification.

182. Il peut arriver que l'on ait à tracer sur un même cylindre (*fig.* 7) plusieurs hélices de même pas, mais situées à des hauteurs différentes. Dans ce cas, il ne sera pas nécessaire d'é-

tablir sur la projection du cylindre de nouvelles horizontales, ce qui ferait confusion. Il sera préférable de porter avec le compas sur la verticale projetante de chaque point, la différence de hauteur entre la première hélice et celle que l'on veut obtenir. Si l'on veut construire plusieurs hélices de même pas et à la même hauteur sur des cylindres concentriques (*fig.* 8), tous les points seront determinés en élevant des perpendiculaires par les points correspondants des cercles qui représentent les projections horizontales des hélices demandées.

183. **Tangentes à l'hélice.** On sait que, dans le voisinage du point de tangence, une courbe se confond toujours avec sa tangente. De plus, l'hélice devant se développer en ligne droite, elle devra, dans le développement du cylindre, continuer à se confondre avec sa tangente. D'où il résulte que la tangente coïncidant avec la courbe développée doit être l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont la hauteur est à la base comme le pas de l'hélice est au développement de la circonférence du cercle qui en forme la projection, ou, ce qui est la même chose, comme un certain nombre de parties égales du pas est à un pareil nombre de parties égales de la circonférence de la base.

Supposons donc que l'on veuille construire une tangente au point u,u' de l'hélice 1—2—3—4 (*fig.* 9), on construira d'abord la tangente $u-m$. Cette droite sera la trace horizontale du plan tangent au cylindre qui contient l'hélice, de sorte que si l'on fait $u-m$ égale à $\frac{1}{16}$ de la circonférence, et que $m'-o'$ soit égal à $\frac{1}{16}$ du pas de l'hélice, l'hypoténuse $m'-u'$ sera la projection verticale de la tangente au point uu'. Il résulte de ce qui précède qu'il n'est pas nécessaire que la courbe soit tracée pour que l'on puisse construire sa tangente.

Le plan p mené par le point uu' et perpendiculaire à la tangente $mu,m'u'$, sera *normal* à l'hélice donnée.

184. **Projection du cylindre oblique.** Dans les articles précédents nous avons considéré les cylindres comme surfaces projetantes, mais il arrive souvent qu'un cylindre est oblique par rapport aux plans de projection. Or une surface cylindrique est déterminée lorsque l'on connaît les projections de sa directrice et celles d'une génératrice ou d'une droite quelconque qui

lui serait parallèle. Car il sera toujours facile de construire une génératrice par tel autre point que l'on voudra de la directrice.

Si après avoir construit un nombre suffisant de génératrices, on détermine les points suivant lesquels ces droites percent l'un des plans de projection, la ligne passant par ces points sera la trace du cylindre. Ainsi, la courbe 1—2—3—4 est la trace horizontale du cylindre qui est projeté (*fig.* 18 et 19). La trace verticale s'obtendrait en prolongeant les génératrices jusqu'à ce qu'elles rencontrent le plan vertical de projection.

185. **Directrice.** On peut supposer pour plus de généralité que la directrice d'un cylindre est une courbe quelconque ; mais, dans les applications, on prend presque toujours pour directrice une courbe parallèle à l'un des plans de projection. Ces sortes de courbes sont égales et parallèles aux traces, et se construisent de la même manière. Ainsi, par exemple, pour obtenir la courbe N (*fig.* 19), il suffira de projeter tous les points suivant lesquels le plan horizontal *nn'* coupe les génératrices du cylindre.

186. Dans les questions composées il est souvent nécessaire de construire un grand nombre de génératrices, et dans ce cas, pour plus d'ordre dans le travail, on les distingue par des numéros. Il ne faut pas, cependant, construire de suite et sans nécessité un trop grand nombre de génératrices. Il n'est pas nécessaire, par exemple, que ces lignes soient aussi rapprochées les unes des autres dans les parties où la surface a peu de courbure ; mais on fera bien de tracer, au moins au crayon, celles qui correspondent aux points les plus essentiels de la surface. On devra s'attacher surtout à déterminer avec exactitude les génératrices qui forment les limites des projections de la surface. Ainsi (*fig.* 16), les génératrices des points 3 et 7, suivant lesquels le cylindre serait touché par deux plans verticaux, forment les limites de la projection horizontale, et les génératrices des points 1 et 5 suivant lesquelles la surface serait touchée par deux plans perpendiculaires au plan vertical de projection, formeront les limites de la projection verticale du cylindre.

187. Si l'on prend la trace horizontale 1—2—3—4 pour directrice du cylindre projeté (*fig.* 19 et 18), il sera surtout es-

sentiel de déterminer avec beaucoup de soin les points 1, 2, 3, 4, parce que les génératrices qui contiennent ces points forment les limites des parties vues et cachées sur les deux projections. Ainsi, par exemple, sur la projection horizontale, la partie de surface cylindrique qui a pour directrice l'arc 1—2—3 sera vue, tandis que celle qui a pour directrice l'arc 3—4—1 doit être cachée. Sur la projection verticale, la partie vue est celle qui a pour directrice la courbe 2—1—4, et par conséquent la partie qui a pour directrice l'arc 4—3—2 est cachée.

188. Plusieurs simplifications remarquables peuvent résulter de la position du cylindre par rapport aux plans de projection. Ainsi (*fig.* 16) lorsque l'un de ces plans sera parallèle au cylindre, il en résultera cet avantage, que les génératrices seront projetées sur ce plan suivant leurs véritables grandeurs. Si l'un des plans de projection était perpendiculaire au cylindre (*fig.* 9), chaque génératrice se projetterait sur ce plan par un seul point, et la projection du cylindre se réduirait à sa trace, qui serait en même temps la directrice.

189. **Section droite, développement du cylindre.** Parmi les sections d'un cylindre par un plan, il faut distinguer surtout celle que l'on obtient en coupant le cylindre perpendiculairement aux génératrices. Cette courbe, que nous nommerons la *section droite du cylindre*, est utile dans un grand nombre d'applications. Supposons, par exemple, que l'on veuille développer une surface cylindrique (*fig.* 16). Il faudra opérer comme nous l'avons fait au n° 77 pour obtenir le développement d'un prisme. Ainsi, on projettera le cylindre proposé sur un plan parallèle à ses génératrices, afin d'avoir toutes ces lignes projetées dans leur véritable longueur; menant ensuite par un point quelconque *a* un plan perpendiculaire à ces génératrices, la ligne *ac* sera la projection verticale de la *section droite*.

Lorsque cette courbe sera rabattue en M, on portera tous les petits arcs dont elle se compose, à la suite les uns des autres, sur la ligne droite *c'a'c'*; on élèvera, par chacun des points de division de cette ligne, une perpendiculaire égale à la génératrice correspondante de la surface cylindrique que l'on se pro-

posera de développer; puis, faisant passer deux courbes 1′—a′—1′, 1″—a″—1″ par les extrémités de ces perpendiculaires, on aura construit le développement de la surface du cylindre. La droite c′a′c′ est *la section droite rectifiée* (173). Pour obtenir sur le développement la position d'un point déterminé uu′, on construira la génératrice correspondante sur les deux projections, d'où il sera facile de déterminer sa position sur le développement du cylindre.

190. Si le cylindre que l'on veut développer n'était pas parallèle à l'un des plans de projections, on commencerait par le projeter (*fig.* 20) sur un plan auxiliaire A′Z′ parallèle à sa direction, et cette nouvelle projection remplaçant la projection verticale primitive, on agirait exactement pour le reste comme nous l'avons dit dans l'exemple précédent. Si un point était donné par sa projection verticale u′ et qu'on voulût déterminer la position de ce point sur le développement du cylindre, on commencerait par construire la projection horizontale u de ce point, d'où on déduirait la projection u″ sur le plan auxiliaire; puis après s'être assuré que les deux projections u′ et u″ sont à la même hauteur, on ramènerait ce point sur la génératrice correspondante du développement (*fig.* 21) par une parallèle à la droite c′a′c′. On opérerait de la même manière pour obtenir dans le développement tous les points d'une courbe située sur la surface du cylindre et qui serait donnée par l'une quelconque de ses deux projections.

191. Les constructions que nous venons d'indiquer consistent à regarder le cylindre comme un prisme dont la surface se composerait d'un très-grand nombre de faces, hypothèse qui n'est pas tout à fait exacte, mais qui suffit pour la plus grande partie des applications. D'ailleurs, lorsque la courbure d'un arc sera très-sensible, on pourra prendre sur cet arc des points plus rapprochés, et, par cette précaution, on parviendra toujours à développer la section droite, de manière à rendre les erreurs tout à fait insignifiantes.

192. Si la section droite était un cercle (*fig.* 10 et 11), on pourrait opérer comme nous l'avons dit au n° 78, et si l'on avait à développer un grand nombre de cylindres circulaires, on

pourrait conserver dans son portefeuille ou sur une planche à dessin (*fig.* 32) un triangle *cab*, dans lequel les deux côtés *ac*, *ab* seraient entre eux comme 1 : 3,14 ou, ce qui est la même chose, comme 100 : 314. Alors, pour développer un cylindre qui aurait pour base la circonférence N (*fig.* 33), on fera, sur la fig. 32, *ac'* égal à *a''c''*; puis on tracera *c'b'* parallèle à *cb*, ce qui donnera *ab'* pour la longueur de la circonférence N. Si ensuite on fait *as* égal à la hauteur du cylindre donné, le rectangle *sab'k* sera le développement, sur lequel on pourra ensuite tracer les génératrices à des distances égales ou inégales, suivant la nature de la question.

193. **Cylindre circulaire.** S'il s'agissait de construire les projections d'un cylindre circulaire terminé par deux bases perpendiculaires à sa direction, les propriétés du cercle donneraient lieu à des simplifications qu'il serait utile de ne pas négliger. Supposons, par exemple, que l'on veuille projeter (*fig.* 39 et 40) un cylindre circulaire incliné par rapport au plan horizontal de projection; que les droites *ac*,*a'c'* soient les deux projections de l'axe de ce cylindre, et que le rayon de sa base soit connu. Le moyen le plus simple sera de projeter le cylindre sur un plan vertical AZ parallèle à l'axe et par conséquent à la direction du cylindre demandé. Le rayon *a'x'* étant donné par la question, les deux droites *m'x'*, *z'o'*, perpendiculaires sur *a'c'* seront les projections des deux bases, et le rectangle *m'x'z'o'* sera la projection du cylindre sur le plan vertical AZ.

Quant à la projection horizontale, elle sera limitée par les deux droites *hk*,*h'k'* parallèles à la ligne AZ, et dont l'écartement *hh'* sera déterminé par le diamètre du cylindre. Enfin, les deux bases *m'x'*, *z'o'* auront pour projections les deux ellipses *hh'*,*kk'*, dont les grands axes sont égaux au diamètre du cylindre, et qui ont pour petits axes les deux droites *mx*, *zo*, projections horizontales des diamètres *m'x'*, *z'o'*. La courbe *mn*, trace horizontale du cylindre, est une ellipse que l'on pourra construire par ses axes.

194. On pourrait prendre pour directrice du cylindre la base *mx* ou la trace *mn*, mais il vaudra mieux employer pour cet usage le cercle *mv*, représentant la base *m'x'* que l'on aurait

fait tourner autour de l'horizontale *mm'* jusqu'à ce qu'elle soit rabattue dans sa véritable grandeur sur le plan horizontal de projection. En général, lorsqu'un cercle fait partie des lignes nécessaires à la solution d'un problème, on préfère le rabattre, afin d'éviter la construction de l'ellipse qui résulterait de sa projection. Enfin, si par le point *v* on mène la droite *vv'* perpendiculaire à AZ, on déterminera sur le cylindre une section oblique *m'v'* qui aurait pour projection horizontale la circonférence *mv*. Cette courbe très-simple, puisque ses projections seront une ligne droite et un cercle, pourra encore servir de directrice à la surface proposée.

Ainsi on pourra, selon les circonstances, prendre pour directrice du cylindre circulaire la base *mx*, la trace *mn*, la circonférence *mv*, qui est la base rabattue sur le plan horizontal de projection, ou enfin la section oblique *m'v'*, qui a pour projection horizontale la circonférence *mv*. C'est principalement lorsque le cylindre sera parallèle à l'un des plans de projection que l'usage de cette dernière directrice sera très-commode. Au lieu de la section *mv*, *m'v'*, on pourrait prendre pour directrice la section par l'un des deux plans *p''* ou *p'''* dont les directions seront déterminées par les deux verticales tangentes aux points *r* et *s* d'un cercle quelconque inscrit à la projection horizontale du cylindre.

195. La comparaison des lignes diverses que l'on peut prendre pour directrices d'un cylindre circulaire donne lieu à des simplifications remarquables, suivant les différents problèmes à la solution desquels elles doivent concourir. Ainsi, pour exprimer qu'un point *uu'* appartient à la surface du cylindre, on construira les projections de la génératrice qui passe par ce point, le pied 1, 1' de cette génératrice sera situé sur la courbe que l'on aura choisie pour directrice.

196. Aux abréviations provenant de la nature des courbes qui peuvent être tracées sur une surface, il faut ajouter celles plus importantes encore qui résultent du choix des plans de projection. En effet, ces plans ne sont autre chose que des conceptions géométriques adoptées par convention, pour faciliter la solution des problèmes. Ils doivent donc rester entièrement à

la disposition de celui qui opère, et pourvu qu'on ne change rien aux données ni à leur position relative, la généralité de la question n'en sera pas moins complète. J'insiste particulièrement sur cette remarque, parce que c'est surtout dans le choix des moyens d'opération que consiste toute l'habileté du praticien. Il faut donc s'appliquer à reconnaître, dans chaque question générale, quelle doit être la disposition d'épure la plus commode, et dans chaque cas particulier, quelles sont les relations qui, résultant de la nature des données, peuvent contribuer à simplifier le travail ou augmenter l'exactitude du résultat.

CHAPITRE VI.

Pénétration des surfaces.

197. **Intersections des cylindres.** *Trouver la courbe provenant de l'intersection de deux cylindres* (166). Soient (*fig.* 24 et 27) les deux cylindres dont on demande l'intersection. Par un point quelconque (m, m'), on construira deux droites parallèles aux génératrices des cylindres donnés; ces deux droites détermineront un plan mvo parallèle aux deux cylindres. Or, tout autre plan p parallèle au plan mvo coupera le cylindre AA' suivant deux de ses génératrices désignées sur l'épure par (a, a). Le même plan coupera le cylindre BB' suivant deux génératrices (b. b). Ces quatres lignes étant dans un même plan, donneront par leurs intersections quatre points (u, u, u, u) appartenant à la courbe cherchée. On obtiendra les projections verticales u', u', u', u' de ces points, en projetant les génératrices qui les contiennent. Un second plan parallèle au plan mvo, et par conséquent parallèle aux deux cylindres, déterminera quatre nou-

veaux points. Un troisième plan en donnera quatre autres, et ainsi de suite. Enfin on continuera ces opérations jusqu'à ce que l'on ait obtenu un nombre de points suffisant pour que l'on puisse tracer la courbe avec beaucoup d'exactitude.

198. On fera bien de commencer par la recherche de quelques points essentiels, de ceux surtout qui, par leur position, pourraient donner une première idée de la forme de la courbe. On chercherait ensuite des points intermédiaires dans les parties où la courbure deviendrait plus sensible. On devra surtout ne pas négliger les points suivant lesquels la courbe cherchée doit toucher les génératrices principales. Ainsi, pour avoir les points qui appartiennent aux limites des projections verticales et horizontales des deux cylindres, on emploiera les plans coupants dont les traces passeraient par les pieds des génératrices qui forment ces limites.

199. Il n'est pas nécessaire de construire de plan coupant hors de l'espace compris entre les plans dont les traces toucheraient celles des cylindres donnés, parce que tout plan hors de cet espace couperait l'un des cylindres sans toucher ni couper l'autre, et par conséquent ne contiendrait pas de points communs. Lorsque la courbe sera entièrement obtenue, on regardera comme vu, tout point provenant de l'intersection de deux génératrices vues. Tous les autres points sont cachés ; on tracera en ligne pleine toute la partie de la courbe qui contient les points vus et le reste en ligne ponctuée.

200. **Tangentes aux courbes d'intersection.** Pour construire la tangente en un point quelconque de la courbe, on peut, comme nous l'avons dit au n° 175, construire par les projections de ce point, des tangentes aux deux projections de la courbe ; mais cela ne peut se faire que lorsque ces projections sont connues ; or la construction de la tangente a souvent pour but de donner plus de précision à la forme de la courbe, et de faire disparaître l'incertitude qui existe sur sa direction dans le voisinage du point de tangence. Il faut donc que l'on puisse construire la tangente avant que les projections de la courbe ne soient tracées. Dans ce cas, on remarquera que la tangente devant toucher les deux cylindres donnés, il

faut qu'elle soit située en même temps dans les plans tangents à ces deux surfaces, d'où il résulte qu'elle doit être l'intersection de ces plans; ainsi, pour obtenir une tangente en un point de la courbe cherchée, on construira par ce point un plan tangent à chacun des deux cylindres, et l'intersection de ces deux plans sera la tangente demandée.

201. La construction des tangentes a beaucoup d'importance dans la recherche des courbes; en effet, si un point est déterminé par l'intersection de deux lignes *ab, cd* (*fig.* 17), cela ne donnera aucune idée de la direction de la courbe, en deçà ou au delà du point dont il s'agit, tandis que la tangente fait sentir la direction de la courbe dans le voisinage du point de tangence, et l'on conçoit parfaitement comment, par la construction d'un certain nombre de tangentes (*fig.* 38), on pourra déterminer, avec une exactitude presque absolue, les changements et variations de courbure de la ligne cherchée.

202. *Développements.* Si on veut tracer la courbe d'intersection dans les surfaces des deux cylindres, il faudra projeter chacun d'eux sur un plan parallèle à ses génératrices; on obtiendra par ce moyen les deux projections auxiliaires A″ et B″ (*fig.* 28 et 30); puis on construira les sections droites A‴ et B‴, et les développements A^{IV} B^{IV}, en opérant comme nous l'avons dit au n° 190. Il sera très-essentiel de s'assurer que tous les points correspondants des deux cylindres et de la courbe d'intersection sont à la même hauteur sur les trois projections verticales A′B′, A″ et B″. Pour tracer les courbes de pénétration sur les cylindres donnés, on enveloppera sur ces corps les figures A^{IV} et B^{IV}.

203. Quelquefois l'un des cylindres pénètre dans l'autre et s'y trouve entièrement engagé; alors l'intersection se compose de deux courbes séparées, l'une d'entrée et l'autre de sortie, comme on le voit (*fig.* 25); dans ce cas, on dit qu'il y a *pénétration*. Mais si l'un des deux cylindres n'était pas tout à fait engagé dans l'autre, l'intersection se nommerait *arrachement* (*fig.* 22). Dans la question que nous venons de résoudre, il y avait arrachement.

204. 2ᵉ *exemple de l'intersection des cylindres.* Il est presque

toujours possible d'éviter la plus grande partie des opérations précédentes en faisant usage de plans de projection plus favorablement disposés par rapport aux deux cylindres dont on veut construire la pénétration. Dans ce but, on placera (*fig.* 43 et 44) l'un des cylindres A perpendiculairement à l'un des plans de projection que nous supposerons ici être le plan horizontal, et l'on prendra le second plan de projection parallèle en même temps aux deux cylindres. Par suite de cette disposition d'épure, le système de plans coupants auxiliaires sera parallèle au plan vertical. Chacun de ces plans coupera le cylindre A suivant deux droites verticales, et le cylindre B suivant deux génératrices. Les intersections de ces lignes détermineront, comme précédemment, tous les points cherchés. Les *fig.* B″ et B‴ forment le développement du cylindre B, et A″ est le développepement de la partie du cylindre A qui a pour directrice la courbe *aco.*

205. Quand les deux cylindres proposés seront circulaires, la trace du cylindre A sera une circonférence de cercle, et cette courbe servira en même temps de section droite au cylindre; quant au cylindre B, il aurait pour trace une ellipse, mais on pourra, comme nous l'avons dit au n° 194, éviter la construction de cette courbe en employant, comme directrice, la circonférence *vu‴* qui sera la base *v'u'* rabattue sur le plan horizontal *v'u″*.

206. Il n'est pas toujours possible d'adopter entièrement la disposition d'épure qui précède. Ainsi, dans la construction des voûtes en descente (*fig.* 52, 50, 53), on peut bien prendre un plan vertical de projection perpendiculaire au cylindre principal AA′, mais les voûtes inclinées BB′ et CC′ devant conserver leur position, le second plan de projection qui, pour satisfaire aux conditions de l'équilibre, doit rester horizontal, ne sera pas parallèle aux axes des cylindres, mais cela n'augmente pas la difficulté pour la recherche de la ligne de pénétration, que l'on obtiendra en coupant les cylindres donnés par des plans perpendiculaires au plan vertical de projection.

Pour obtenir les points de la courbe 1—2—1 suivant laquelle

la voûte principale AA′ est pénétrée par la voûte inclinée BB′, on coupera les cylindres par un plan *m′c′*, perpendiculaire au plan vertical de projection (*fig.* 50). Ce plan coupera le cylindre A, suivant la génératrice *aa* et le cylindre B suivant deux droites *b*, *b*. Les intersections de ces lignes détermineront les deux points *m*,*m* qui auront le point *m′* pour projection verticale commune. Cette opération recommencée fera connaître autant de points que l'on voudra de la courbe 1—2—1. On opérera de la même manière pour déterminer les points de la courbe 3—4—3 suivant laquelle le cylindre AA′ est pénétré par le cylindre CC′. La voûte CC′ est ce que l'on nomme une *descente droite*, tandis que le cylindre BB′ est une *descente biaise*.

207. On développera le cylindre CC′ en opérant comme nous l'avons dit au n° 189, c'est-à-dire que l'on construira le plan *vu*, perpendiculaire à la direction du cylindre CC′; on obtiendra par ce moyen la section droite C″ rabattue sur le plan horizontal *vu′*, on rectifiera la section droite *v″u″v″* (*fig.* 55), et l'on construira le développement C‴ auquel on a joint ici les deux triangles D égaux à leurs projections D′ sur la *fig.* 53.

208. Pour développer le cylindre BB′, on construira : 1° la *fig.* B″, qui est une projection du cylindre B sur le plan vertical A′Z′, parallèle à sa direction (190); 2° la section droite *zx* rabattue en B‴ sur le plan horizontal *xz′*; 3° la section droite rectifiée *x′z″x″* (*fig.* 48); 4° le développement B^{IV}, auquel on a joint ici les deux triangles rectangles E, E projetés dans leur véritable grandeur sur la *fig.* 49.

La *fig.* 47 est le développement du cylindre horizontal AA′.

209. Dans l'exemple qui est représenté sur les *fig.* 34 et 35, les deux cylindres proposés étant perpendiculaires aux plans de projection, sont les deux surfaces projetantes de la courbe de pénétration. Il n'y aura donc aucune opération à faire pour obtenir cette ligne, dont les projections se confondent avec les traces des deux cylindres; lesquelles traces seront en même temps les sections droites, ce qui permettra de construire très-facilement les développements A″ et B′ (*fig.* 36 et 37). En général, lorsqu'on cherche la ligne de pénétration de deux sur-

faces, il faut prendre, autant que possible, un des plans de projection perpendiculaire à l'une des deux surfaces données, parce que cette surface devient alors l'une des deux surfaces projetantes de la courbe demandée. Or cette disposition d'épure pourra toujours être obtenue, lorsque l'une des deux surfaces données sera un plan, un prisme ou un cylindre.

210. *Surfaces coniques.* Nous avons étudié précédemment quelques-unes des propriétés du *cône circulaire ou de révolution* (69, 79, etc.); mais il est souvent utile de considérer les surfaces coniques sous un point de vue plus général. Une *surface conique* est le lieu de l'espace qui contient toutes les positions d'une ligne droite assujettie, dans son mouvement, à passer toujours par un point immobile que l'on nomme *sommet* du cône. La droite mobile se nomme *génératrice* du cône; on suppose ordinairement qu'elle doit s'appuyer sur une courbe que l'on nomme *directrice*. Lorsqu'un cône aura pour directrice une courbe du second degré, le cône sera lui-même du *second degré*. Si la directrice est une ellipse, le cône sera *elliptique* (*fig.* 1, pl. 9).

211. **Projection du cône.** La directrice d'un cône étant donnée, on prendra sur cette ligne autant de points que l'on voudra, puis on fera passer une génératrice par chacun de ces points et par le sommet du cône. Pour construire les *traces* du cône, on prolongera les génératrices jusqu'aux plans de projection. On peut prendre pour directrice d'un cône une ligne quelconque qui serait coupée par toutes les génératrices. Mais pour simplifier le travail graphique, on prend souvent pour directrice une courbe plane parallèle à l'un des plans de projection ou située dans ce plan. Si la directrice du cône est une courbe fermée, les projections de ce cône seront contenues entre certaines limites que l'on doit déterminer. Supposons, par exemple (*fig.* 1), un cône qui aurait pour directrice la courbe 1—2—3—4—5,.... située dans le plan horizontal; les deux tangentes *s*—1, *s*—8 seront les limites de la projection horizontale du cône, et les deux droites *s'*—2', *s'*—7' seront prises pour limites de la projection verticale.

212. **Développement de la surface du cône.** On dévo-

loppe la surface du cône en opérant comme pour une pyramide oblique qui aurait un grand nombre de faces. Ainsi, en prenant sur la trace du cône des points assez rapprochés, on pourra, sans erreur sensible, remplacer, par un triangle plan, la petite portion de surface conique comprise entre deux points consécutifs de la trace et les génératrices correspondantes. Tous ces triangles, construits dans leur véritable grandeur et placés à côté les uns des autres, formeront le développement s'—$1''$—$6'''$—$1''$ du cône projeté (*fig.* 1). Pour obtenir les génératrices dans leur véritable grandeur, on les fera tourner autour de la verticale projetante du sommet jusqu'à ce qu'elles soient parallèles au plan vertical de projection.

213. Pour construire dans le développement un point mm' appartenant à la surface du cône, on le rabattra en m'' sur la génératrice correspondante, et de là en m''' dans le développement de la surface. En recommençant cette opération pour tous les points d'une courbe quelconque qui serait située sur la surface du cône, on obtiendrait tous les points de cette courbe dans le développement.

214. **Projections obliques du cône circulaire.** Lorsqu'un cône circulaire, terminé par une base perpendiculaire à son axe, est projeté sur un plan parallèle à cet axe, la projection (*fig.* 3) est un triangle isocèle $s'c'c'$. Pour compléter la projection sur l'autre plan, il faudrait obtenir la trace du cône ou la projection de sa base. Mais on pourra souvent éviter la construction de ces courbes, en employant pour directrice de la surface du cône la section par un plan p incliné, de manière que la projection de cette courbe soit une circonférence de cercle.

215. Pour déterminer l'inclinaison de la section $a'a'$, de manière que la projection horizontale de cette courbe soit une circonférence de cercle, on prendra sur l'axe du cône un point quelconque ayant pour projections les deux points oo'. Du point o', comme centre, on décrira une circonférence tangente aux deux droites $s'e'$, $s'e'$, qui forment les limites de la projection verticale du cône. La circonférence dont nous venons de parler sera évidemment la projection d'une sphère qui serait inscrite dans le cône proposé. On tracera les deux perpendicu-

laires vv', qui couperont les lignes $s'c'$ aux quatre points a',a',e',e'. Enfin, les droites $a'a'$, $e'e'$, diagonales du quadrilatère $a'a'e'e'$, seront les projections verticales des deux ellipses, dont les projections horizontales se confondront avec la circonférence $zxzx$ décrite du point o comme centre avec $o'z'$ comme rayon. Les deux tangentes sx,sx seront les limites de la projection horizontale du cône. Les points de tangence x,x seront déterminés par le moyen géométrique connu, ou par la perpendiculaire $x'x$ abaissée du point x' suivant lequel se rencontrent les traces des plans p et p'.

216. Pour construire un point appartenant à la surface du cône et qui serait donné par sa projection verticale m', on tracera la génératrice $s'm'$. Le point n', suivant lequel cette génératrice rencontre la directrice $a'a'$, se projettera sur le plan horizontal par l'un des deux points n,n, ce qui donnera les projections horizontales des deux génératrices sn,sn, qui ont $s'n'$ pour projection verticale commune. Enfin, la perpendiculaire $m'm$ déterminera les deux points m,m qui se projettent tous deux par le point m'. La base $c'c'$ du cône étant un cercle incliné, sa projection horizontale sera une ellipse que l'on pourra construire pas ses axes. Le centre O étant déterminé, on fera OU égal à $O'c'$, ce qui donnera le grand axe UU de l'ellipse demandée. Les extrémités c,c du petit axe seront déterminées par les perpendiculaires $c'c$, $c'c$.

217. Dans l'exemple proposé ici comme sujet d'exercice, la trace du cône doit être une ellipse (114). Les génératrices $s'c'$, $s'c'$ percent le plan horizontal en deux points CC qui sont les extrémités du grand axe de l'ellipse cherchée. Le point I, milieu de la droite CC, sera le centre de cette courbe, et le petit axe EE, projeté sur la ligne AZ par un seul point I', doit être égal au double de la ligne I'E'. En effet, l'axe EE, perpendiculaire au plan vertical de projection, est une corde commune à l'ellipse CECE et au cercle provenant de la section du cône par le plan BD perpendiculaire à son axe. Si donc on rabat cette dernière section sur le plan vertical, l'une des extrémités de la corde EE viendra se placer en E' sur la circonférence décrite du point B comme centre avec le rayon BD, ce qui déter-

minera la longueur de l'E' moitié de EE, second axe de l'ellipse CECE.

218. Si du point I, comme centre, on décrit l'arc de cercle CX'' et si l'on détermine le point X'' suivant lequel cet arc serait touché par la tangente s—X'', l'ordonnée X''X' déterminera les points X,X, et par conséquent les deux tangentes s—X qui complètent la projection horizontale du cône. Ces droites doivent être tangentes à la circonférence *xxnzxn*. Enfin on remarquera, pour troisième vérification, que les points X'',X,X,X', doivent être tous sur la trace horizontale du plan s'X'X'' qui contient l'intersection *xx'* des plans p et p'. On obtiendra les foyers en opérant comme nous l'avons dit au n° 87.

219. **Intersection des cônes et des cylindres.** *Pour trouver la courbe provenant de l'intersection d'un cylindre et d'un cône* (*fig.* 2 et 5), on placera le cylindre perpendiculairement à l'un des plans de projection ; la trace du cylindre sur ce plan devient alors la projection de la courbe, et il ne reste plus qu'à mener des perpendiculaires par les points suivant lesquels cette trace est rencontrée par les projections des génératrices du cône.

220. Si le cône est circulaire (*fig.* 5), on pourra employer pour directrice sa base $s'c'$ rabattue en sc'', ou la section elliptique qui a pour projection horizontale la circonférence *aa*, que l'on déterminera en opérant comme nous l'avons dit au n° 215. Les *fig.* A'' et B'' sont les développements du cylindre et du cône. Sur la figure 2 on n'a construit que le développement du cône.

221. *Pour trouver la courbe provenant de l'intersection de deux cônes.* On construira (*fig.* 8) la droite ($s'o'c'$, soc) qui joint les sommets des deux cônes, puis par cette droite on fera passer des plans (168). Chacun de ces plans contenant les deux sommets coupera les cônes suivant des lignes droites qui, par leurs intersections, donneront les points de la courbe demandée. Ainsi, par exemple, le plan p coupe le cône (A,A') suivant deux génératrices (a,a') (a,a'), et le cône (B,B') suivant les deux lignes (b,b') (b,b'). Ces quatre lignes donnent, par leurs intersections, les quatre points (u,u'...).

222. Si l'on ne pouvait pas obtenir sur l'épure la trace de l'un des deux cônes donnés, il faudrait opérer de la manière suivante.

Supposons que l'on veuille construire la courbe de pénétration des deux cônes circulaires AA′ et BB′ (*fig.* 14 et 15). On prendra l'un des deux plans de projection, perpendiculaire à l'axe de l'un des deux cônes B,B′ dont la trace sera une circonférence de cercle. Le second plan de projection devra être choisi perpendiculaire au plan DIK, qui contient la base du cône AA′, de sorte que les deux projections de cette base seront la droite *n′v′* et l'ellipse *nv*. La droite *so,s′o′*, qui contient les sommets des deux cônes, percera le plan DIK en un point dont les deux projections seront *c′,c*.

223. Si par la droite *so,s′o′* on conçoit un plan quelconque dont l'intersection avec le plan DIK serait la droite *cm*, ce plan coupera le cône AA′ suivant deux génératrices dont les pieds *a,a* seront déterminés par la rencontre de la droite *cm* avec l'ellipse *nv*. Ce même plan *p* couperait le cône BB′ suivant deux génératrices *ob,ob* dont les pieds *b,b* seraient déterminés par la rencontre de la trace *mn* du plan *p* avec la circonférence du cône BB′, et les intersections des deux génératrices *sa,sa* par les deux génératrices *ob,ob* détermineront les quatre points *u,u,u,u*, dont les projections *u′,u′,u′,u′* seront situées sur les projections verticales des mêmes génératrices.

224. Si l'on n'a pas sur l'épure le point suivant lequel la droite *so,s′o′* rencontrerait le plan horizontal de projection, on concevra par le point *ss′* un plan FGH parallèle au plan DIK, et perpendiculaire par conséquent au plan vertical de projection. Les intersections des deux plans DIK,FGH, par le plan *p*, seront deux droites parallèles *cm,sn*, et les points *m* et *n* suivant lesquels ces deux lignes percent le plan horizontal de projection, détermineront la trace horizontale *mn* du plan *p*. On déterminera de même les traces de tous les plans que l'on fera passer par les sommets des deux cônes.

225. Si l'on ne veut pas construire l'ellipse *nv*, ou si les intersections de cette courbe par la droite *cm* se font trop obliquement, on rabattra le plan DIK sur le plan horizontal de projec-

tion (*fig.* 16). Par suite de ce mouvement, la base $nv, n'v'$ du cône AA' sera la circonférence $n''v''$, le point cc' se rabattra en c'' et la droite $c''m$ coupera la circonférence $n''v''$ suivant les deux points a'', a'' qui, ramenés en a, a sur la droite cm, détermineront les deux génératrices sa, sa du cône AA'. On peut aussi, comme vérification, rabattre le plan FGH, de sorte que le point s, s' viendra se placer en s'', et la droite $s''n$, parallèle à $c''m$, déterminera le point n sur la trace horizontale du plan FGH.

226. Pour obtenir les points x', x' suivant lesquels les courbes de pénétration $u'x'a'$ sont touchées par les génératrices $s'e'$ du cône AA', on construira (*fig.* 15) les traces $m''n''$, $m'''n'''$, etc., de quelques-uns des plans qui contiennent la droite so, $s'o'$, de manière que deux ou trois de ces plans ne rencontrent pas la circonférence qui forme la trace du cône BB'. On abaissera du point o une perpendiculaire sur chacune des traces mn, $m''n''$, $m'''n'''$, etc., etc., et l'on tracera la courbe dr qui contient les pieds de ces perpendiculaires. L'intersection de la courbe dr avec la trace circulaire du cône BB' donnera le point z par lequel en tracera la tangente $m'n'$. Cette droite sera la trace du plan qui contient les points xx', xx', que l'on déterminera en opérant comme on l'a fait pour les points u, u'.

227. Si les axes des deux cônes se rencontrent comme dans le cas actuel, le plan vertical sc'' qui contient les deux sommets sera un plan de symétrie, ce qui simplifiera beaucoup les opérations. Ainsi, par exemple, en traçant (*fig.* 15) la droite $m^{IV}n^{IV}$ symétrique de mn, on déterminera sur le cône BB' les deux génératrices qui contiennent les points symétriques des quatre points u, u, u, u, et dont les projections verticales se confondent avec les points u', u'....

228. **Intersection des sphères, cylindres et cônes.** *Trouver la courbe provenant de l'intersection d'une sphère et d'un cylindre.* Pour obtenir l'intersection de la sphère (A, A') et du cylindre (B, B', *fig.* 18), on construira un plan vertical p parallèle aux génératrices du cylindre; ce plan coupera le cylindre suivant deux droites (b, b'). La section dans la sphère sera le cercle aa', et les intersections de ce cercle par les droites (b, b') donneront quatre points (u, u'). En recommençant cette con-

struction, on obtiendra autant de points que l'on voudra. Dans l'exemple que nous avons choisi, il y a deux courbes, ce qui forme une pénétration dans la sphère. Les deux *fig.* B″ et B‴ sont les développements des parties du cylindre BB′ qui sont extérieures à la sphère.

229. *Construire la courbe provenant de l'intersection d'une sphère et d'un cône.* Soient (*fig.* 21) la sphère A, A′ et le cône donné B, B′, on construira par le sommet du cône un plan vertical *sp*; ce plan coupera le cône suivant deux lignes droites (b, b', b''), que l'on rabattra en les faisant tourner autour de la verticale projetante du sommet. La section de la sphère par ce même plan sera le cercle a'', et les quatre points (u'', u'',...) feront partie de la courbe cherchée; en ramenant le plan p à sa place, les points u'', u'', u'', u'' viendront se projeter en (u, u, u...), d'où il sera facile de déduire leurs projections verticales (u', u', u'...), et ainsi de suite. Les *fig.* B″ et B‴ sont les développements des parties des cônes qui sont en dehors de la sphère; ces développements s'obtiendront en opérant comme au n° 212.

230. Si la trace du cône était un cercle, on pourrait employer comme surfaces coupantes, des plans parallèles au plan de projection. Dans ce cas (*fig.* 13), les sections dans le cône et dans la sphère seraient des cercles parallèles au plan horizontal de projection. On devrait aussi faire usage de plans parallèles aux plans de projections si le sommet du cône n'était pas sur l'épure; alors on obtiendrait pour section dans le cône, des courbes parallèles et semblables à sa trace, et la construction de ces courbes ne présenterait aucune difficulté. Cette méthode pourra encore être adoptée (*fig.* 9) pour obtenir la courbe d'intersection d'une sphère avec un cylindre circulaire que l'on peut considérer comme un cône dont le sommet serait infiniment éloigné.

231. *Pour construire la courbe provenant de l'intersection de deux sphères,* on projettera les deux sphères données AA′ et BB′ (*fig.* 17) sur un plan parallèle à la ligne des centres oo, $o'o'$. La projection verticale de la section sera la droite $u'n'$, la projection horizontale aura pour grand axe aa=$u'n'$, et pour petit axe un, projection horizontale de $u'n'$.

232. **Surfaces de révolution.** Lorsqu'on veut exécuter un solide de révolution, il faut le projeter de la manière la plus simple, et l'on doit alors prendre un plan de projection perpendiculaire à son axe. Mais lorsqu'il est nécessaire de projeter le corps dans une position inclinée, les opérations deviennent plus difficiles. Dans ce cas, on peut concevoir (*fig.* 4) une suite de sphères qui auraient leurs centres sur l'axe de la surface donnée et qui toucheraient une section méridienne *ac*. Quel que soit le plan sur lequel toutes ces sphères seront projetées, la courbe tangente à leurs projections sera la limite de la projection de la surface. On peut encore supposer (*fig.* 19) la surface coupée par un certain nombre de plans perpendiculaires à son axe. Chaque section circulaire a pour projection une ellipse, et la courbe tangente à toutes ces ellipses forme le contour de la projection.

233. Cette manière d'opérer convient évidemment pour les arêtes circulaires de la surface; mais pour les autres parties, elle ne donne le contour de la projection que d'une manière approximative, et laisse de l'incertitude sur la position de certains points singuliers, tels que *a*, *a*, *o*, *o*. Pour obtenir une grande exactitude, on conçoit une suite de plans tangents perpendiculaires au plan sur lequel on veut projeter la surface, ou, ce qui revient au même, parallèle à une droite *pp'* perpendiculaire au plan de projection, on détermine le point de tangence pour chaque plan tangent, et l'on projette la courbe qui contient tous ces points de tangence. On trouvera dans le traité de Géométrie descriptive tous les détails relatifs à cette opération, qui d'ailleurs n'est pas nécessaire pour résoudre les questions suivantes.

234. *Intersection des surfaces de révolution avec les cylindres ou les cônes, etc.* Pour construire ces lignes, on peut toujours appliquer le principe général du n° 164, et couper les deux surfaces par des plans; mais lorsque la surface de révolution aura son axe perpendiculaire à l'un des plans de projection, l'opération deviendra très-simple. En effet, lorsque l'on emploie des plans perpendiculaires à l'axe d'une surface de révolution, on a l'avantage de couper cette surface suivant des

cercles qui se projettent par des cercles; de sorte qu'il n'y a plus qu'à construire les lignes suivant lesquelles ces mêmes plans coupent la seconde surface. Dans le cas de l'intersection avec une sphère, des plans perpendiculaires à l'axe de la surface de révolution couperont les deux surfaces suivant des cercles. Il en serait de même s'il s'agissait de *deux surfaces de révolution dont les axes seraient parallèles.*

235. Pour construire la courbe d'*intersection de deux surfaces de révolution dont les axes ne se rencontrent pas*, on prendra l'un des plans de projection perpendiculaire à l'axe de l'une des deux surfaces données, et le second plan de projection parallèle aux deux axes. Supposons, par exemple (*fig.* 10, 11 et 12), que la surface AA′ soit perpendiculaire au plan horizontal, la projection de cette surface sera limitée par celle de son plus grand parallèle, et sa projection verticale sera une section méridienne.

L'axe de la surface inclinée BB′ étant également parallèle au plan vertical, sa projection, sur ce plan, se composera d'une section méridienne, et pour construire la projection horizontale, on emploiera l'un des moyens indiqués aux n°s 232 et 233.

Cela étant fait, on coupera les deux surfaces par un plan *pp* que nous supposons ici parallèle au plan vertical de projection. La section de la surface AA′ par le plan *pp* sera une courbe *asas*; la section de la surface BB′ par le plan *p* se composera des deux courbes *zvz*, et les intersectious de ces dernières lignes par la courbe *asas* donneront les quatre points *u*,*u*′..... qui devront faire partie des courbes de pénétration demandées (164). La section des deux surfaces par un second plan déternera quatre autres points. Un troisième plan en donnera encore quatre, et ainsi de suite.

236. Avant d'aller plus loin, il est nécessaire d'entrer dans quelques détails sur la construction des courbes *asas*,*zvz*. La première de ces deux lignes ne présentera aucune difficulté, puisqu'il suffira d'élever des perpendiculaires à la ligne AZ, par les points suivant lesquels la trace *pp* du plan coupant rencontre les projections horizontales des parallèles que l'on aura dû établir d'avance sur la surface AA′. Pour faciliter la construction

des deux courbes *zvz*, il faudra également établir un certain nombre de parallèles sur la projection verticale de la surface BB'. Mais pour éviter la construction des ellipses qui représenteraient les projections horizontales de toutes ces circonférences de cercles, on les projettera sur le plan auxiliaire DHK, perpendiculaire à l'axe de la surface inclinée BB', puis on rabattra cette nouvelle projection B'' en la faisant tourner autour de la trace horizontale du plan DHK, ou de toute autre droite horizontale prise à volonté dans ce plan. Les parallèles de la surface BB' seront représentées sur la nouvelle projection B'' par des cercles concentriques, et les intersections de ces circonférences par la trace du plan *pp* feront partie de la courbe cherchée. Il ne restera donc plus qu'à faire revenir tous ces points à leur place. Pour y parvenir on les projettera d'abord sur le plan horizontal D'H que l'on fera revenir dans la position DH, d'où chacun des points cherchés devra être ramené par une perpendiculaire au plan DHK, sur le parallèle auquel il doit appartenir. Ainsi, par exemple, le point *o*, projeté en *o'*, viendra se placer en *o''*, d'où l'on déduira sa projection verticale *o'''*.

237. Pour plus d'ordre on fera bien de numéroter les parallèles sur les deux projections B' et B'', et l'on diminuera le travail en choisissant de préférence ceux qui ont des rayons égaux, afin qu'ils aient une projection commune sur la *fig.* B''. On devra aussi choisir la position des plans coupants auxiliaires, de manière à obtenir les points les plus essentiels des deux courbes de pénétration. Ainsi, par exemple, si l'on veut obtenir les points suivant lesquels ces courbes touchent le méridien principal de la surface AA', on coupera les deux surfaces par le plan vertical *p'p'* qui contient l'axe de cette surface. Le plan *p''p''* déterminera les points situés sur la section méridienne principale de la surface BB'.

Dans le cas où l'on n'aurait pas d'autre but que d'obtenir la ligne de pénétration des deux surfaces proposées, on pourrait se dispenser de construire la projection horizontale de la surface inclinée, les projections B' et B'' de cette surface suffisant, avec celles de la surface A, pour déterminer complétement la courbe demandée.

238. **Surfaces réglées**. Pour l'*intersection d'une surface réglée par une autre surface*, je me contenterai encore de rappeler quelques-uns des principes établis dans la Géométrie descriptive. Ainsi, pour obtenir l'intersection d'une surface réglée et d'un cylindre, on coupera les deux surfaces par des plans parallèles au cylindre et contenant les génératrices de la surface réglée.

239. Pour l'*intersection d'une surface réglée avec un cône*, on emploiera des plans passant par le sommet du cône et dont chacun contiendrait une des génératrices de la surface donnée.

240. Pour l'*intersection avec une surface de révolution*, on emploiera des plans perpendiculaires à l'axe de la surface.

241. Enfin pour l'*intersection de deux surfaces réglées* (*fig.* 22), on construira un plan projetant *p*, contenant la génératrice *aa*,*a'a'*; ce plan coupera la seconde surface réglée, suivant une courbe *cv*,*c'v'*, facile à construire, et l'intersection de cette courbe avec la droite *a*,*a'* déterminera un point *u*,*u'*, commun aux deux surfaces. On recommencera cette construction qui déterminera tous les points de la courbe demandée *vu*,*v'u'*.

CHARPENTE.

LIVRE PREMIER.

SURFACES PLANES.

CHAPITRE PREMIER.

Notions générales.

1. Les forces qui agissent sur un monument, et qui tendent à détruire ou à déformer quelques-unes de ses parties, sont de deux espèces.

Les unes sont permanentes, et les autres accidentelles.

Les forces permanentes proviennent de l'action exercée sur les points d'appui, par le poids des parties supérieures de l'édifice.

Les causes accidentelles de destruction résultent des mouvements produits par le choc ou la translation des corps étrangers.

Ainsi, par exemple, le passage de troupes ou de chariots sur un pont en charpente ; les déplacements plus ou moins précipités de la foule dans une salle de bal ou de spectacle ; les oscillations produites dans la charpente d'une tour par le balancement des cloches, etc.

L'architecte qui compose un monument, doit étudier ces effets avec le plus grand soin, et proportionner toutes les parties de l'édifice aux efforts que chacune d'elles doit supporter.

2. Il faut, dans toute construction en bois, que chaque pièce soit placée dans les conditions les plus favorables pour résister au plus grand effort qui puisse agir sur elle, d'après la destination du monument dont elle fait partie.

La solution des questions que nous venons d'énoncer a occupé un grand nombre de géomètres et de praticiens distingués. Quelques-unes ne sont pas encore complétement étudiées; mais les plus importantes, celles surtout qui se présentent le plus fréquemment dans les applications, peuvent être considérées comme résolues, et les résultats auxquels on est parvenu par de nombreuses expériences appuyées sur la connaissance des lois de l'équilibre, donnent des limites auxquelles on peut accorder toute confiance.

3. La condition la plus favorable dans laquelle on puisse placer une pièce de bois, c'est lorsque la résultante de toutes les forces agit dans la direction de cette pièce, et de manière à produire l'extension des fibres, comme on le voit sur la *fig.* 1, *Pl.* 1.

Il y a peu de combinaisons dans lesquelles ce résultat peut être obtenu. Il arrive bien plus souvent, au contraire, que la pièce doit résister à une force qui agit dans sa direction, de manière à comprimer les fibres.

Dans ce cas, on doit prendre toutes les précautions nécessaires pour empêcher la pièce de se courber ou de se renverser, en tournant autour des points d'appui (*fig.* 2 et 3).

Ainsi, par exemple, quand un poteau doit être placé verticalement (*fig.* 4), il faut engager son pied dans un massif de maçonnerie, et si cela ne suffit pas pour l'empêcher de se renverser, on le maintiendra dans une position verticale par des pièces inclinées, que l'on nomme *jambes de force*.

Si la pièce ainsi assujettie est très-longue, ou qu'elle soit chargée à son extrémité supérieure, il sera nécessaire pour l'empêcher de ployer, de la consolider par des pièces obliques ou horizontales, telles que *c*,*c* qui auront leurs points d'appui sur quelques autres parties de la construction.

Pièce horizontale.

4. La position la plus défavorable dans laquelle on puisse placer une pièce de bois, c'est lorsqu'elle est soutenue seulement par ses extrémités (*fig.* 6), et que la force à laquelle elle doit résister agit perpendiculairement à sa longueur.

5. Pour mieux faire comprendre l'effet produit dans cette hypothèse, je rappellerai (*statique*) que, *lorsque deux forces sont représentées pour leur longueur et pour leurs directions par les deux côtés d'un parallélogramme, la résultante est représentée aussi pour sa longueur et pour sa direction par la diagonale du même parallélogramme.*

6. Supposons donc qu'un poids *p* (*fig.* 5) soit suspendu à un cordon fixé par ses deux extrémités aux points *m* et *n*, si nous représentons par *ac* l'intensité de la force produite par le poids, l'effort qui tend à arracher l'un des

points *m* ou *n* sera exprimée par l'un des côtés *ac'*, *ac''* du losange *ac'cc''* ; cette force sera d'autant plus grande, que l'angle *c'ac''* sera plus ouvert. Elle serait infinie si le cordon était exactement tendu en ligne droite.

Or, une pièce de bois placée horizontalement (*fig.* 6), pourrait en quelque sorte être comparée à une grosse corde tendue en ligne droite; et, sans l'élasticité, elle ne pourrait pas résister à une force très-faible qui agirait perpendiculairement à sa longueur.

7. La rupture d'une pièce de bois ne se fait pas brusquement; cet accident est ordinairement précédé par une modification des molécules qui la composent. La pièce commençant par se courber, les fibres qui approchent de la face convexe s'allongent, tandis que celles de la face concave sont comprimées; et si la force qui agit perpendiculairement à la longueur des fibres est moindre que la somme des résistances à la rupture, la pièce restera en équilibre en conservant la courbure indiquée par la *fig.* 6.

Le maximum de courbure a lieu lorsque la force qui agit perpendiculairement à la direction des fibres est égale à la résultante des forces qui seraient nécessaires pour vaincre toutes les résistances qui s'opposent non-seulement à la rupture des fibres, mais encore à la séparation longitudinale sans laquelle elles ne pourraient pas ployer en glissant les unes sur les autres.

Les limites de ces forces ont été déterminées par des expériences nombreuses.

8. Il résulte de ce qui précède, que pour éviter la rupture d'une pièce horizontale, il faut chercher quelles sont les forces qui agissent sur elle, et placer dans la direction de ces forces des supports aboutissant aux points qui sont les plus exposés à la rupture.

Ainsi, on empêchera la courbure de la pièce *ac*, en la soutenant par une ou plusieurs pièces verticales.

On peut aussi obtenir le même résultat en employant des tiges de suspension rattachées aux parties supérieures de l'édifice.

Pièce inclinée.

9. Lorsqu'une pièce de bois, placée dans une position inclinée, comme on le voit (*fig.* 7), est sollicitée par une force verticale, les effets peuvent être de deux espèces.

1° Si la pièce *a* est posée sans aucune attache, ses extrémités glisseront, et la pièce, après avoir pris la position *a'*, finira par tomber sur le plan horizontal.

Il est évident que l'on empêchera ce mouvement, en arrêtant le pied de la pièce dont il s'agit par un obstacle *m* (*fig.* 8); mais alors, si la pièce est très-longue, elle pourra ployer. Pour détruire cette cause de déformation, on placera une ou plusieurs jambes de force (*fig.* 9); et si l'on multiplie les points d'appui proportionnellement à la charge que la pièce doit supporter, il sera toujours facile d'obtenir toute la solidité désirable.

Principes généraux de la composition des charpentes.

10. Presque toutes les questions de la charpente se réduisent à trois principales, savoir : la composition

des *pans de bois*,
des *fermes*,
des *armatures*.

Ces trois questions sont elles-mêmes les conséquences de ce principe de géométrie, *qu'un triangle est déterminé lorsque l'on connaît ses trois côtés.*

Nous allons éclaircir cette proposition par quelques développements :

Des pans de bois.

11. Les pans de bois sont destinés à former les faces principales, les séparations et la couverture des différentes parties d'un bâtiment.

Ainsi, par exemple, les murs ou cloisons d'une maison en charpente sont des pans de bois verticaux ; les combles sont des pans de bois inclinés, et les planchers sont des pans de bois horizontaux.

Nous ne parlerons dans ce premier livre que des pans de bois à surfaces planes ; mais, plus tard, nous étudierons les principes des pans de bois courbes, tels que les cylindres qui forment les pieds-droits des monuments circulaires ou elliptiques, et les surfaces courbes employées dans la composition des dômes et coupoles.

La forme et la grandeur d'un pan de bois étant donnée, on doit chercher à combiner les pièces entre elles de manière à obtenir la plus grande solidité.

12. Supposons, par exemple, que l'on veuille construire avec des pièces de bois un rectangle *acvu*.

Le cadre ou contour pourra se composer de deux pièces verticales *av*, *cu*, appelées *poteaux*, liées par le pied au moyen d'une traverse horizontale *ac*, et surmontées d'une autre pièce également horizontale *vu*, nommée *chapeau* ou *sommier*.

Quelle que soit la manière dont toutes ces pièces seront attachées, on conçoit qu'une faible force latérale *ps* suffira pour faire tourner les poteaux *ac*,*vu* autour de leurs pieds (*statique*).

Dans ce mouvement, les angles *c* et *v* deviennent obtus, tandis que les angles *a* et *u* deviennent aigus.

Or, si nous ajoutons la pièce inclinée *zx* (*fig.* 13), le quadrilatère sera décomposé en deux triangles *azx*,*zux*, et les angles ne pouvant plus changer, la forme rectangulaire du cadre sera fixée invariablement.

13. Pour détruire toutes les forces qui tendraient à faire ployer la pièce horizontale *ux*, on ajoutera d'autres pièces verticales assemblées par l'une de leurs extrémités, dans la pièce diagonale *zx*, et par l'autre extrémité, dans les traverses *ax*,*uz*.

14. Si on voulait conserver l'ouverture comprise entre les deux pièces verticales, on se contenterait d'empêcher la déformation des angles par l'addition de pièces inclinées, telles que *m*,*m*. (Fig. 16)

On fera bien aussi d'ajouter les deux jambes de force *n* et *n*, afin de maintenir les deux poteaux montants dans leur position verticale.

15. En général, quelle que soit l'étendue du pan de bois que l'on veut construire, on pourra toujours décomposer le polygone qui en forme le contour, en triangles ou en rectangles, dont on maintiendra la forme par des pièces diagonales convenablement placées.

Nous reviendrons plus tard sur cette partie dont il suffit pour le moment d'indiquer le principe.

Des fermes.

16. Les fermes sont des combinaisons de charpente destinées à supporter de fortes charges, telles que la cou-

verture d'un bâtiment, le tablier d'un pont, le plancher d'une galerie.

Supposons, par exemple, que l'on veuille couvrir un bâtiment d'une grande longueur, le comble se composera de deux pans de bois inclinés en sens contraire, et soutenus par les côtés obliques de plusieurs triangles isocèles verticaux, et parallèles entre eux.

La force de ces chevalets triangulaires ou *fermes* (*fig.* 21), doit être proportionnelle au poids de la couverture, et leur grandeur dépend de la largeur du bâtiment proposé.

Nous allons voir par quels raisonnements on peut arriver à la composition des fermes.

17. Nous remarquerons d'abord que les conditions d'équilibre exposées aux numéros 5 et 6 peuvent s'appliquer au cas où l'on remplacerait les cordons *am*,*an* (*fig.* 5), par deux tringles *oa*,*oc* (*fig.* 18) rigides et inflexibles, réunies au point *o* par un joint articulé, mais dont les extrémités inférieures seraient posées librement comme les deux pointes d'un compas sur un plan horizontale *ac*.

Dans cette hypothèse, si nous représentons par la diagonale ov la force verticale qui agit au point *o*, cette force se décompose en deux autres ov', ov'', agissant suivant la direction des deux tringles *oa*, *oc*, et représentées en grandeur par les deux côtés du losange $ov'vv''$.

Or, on sait (*statique*) que l'effet produit par les deux forces ov', ov'', appliquées au point *o*, ne sera pas changé si on transporte ces deux forces aux points *a* et *c*, situés dans leur direction ; de sorte que la force ov' pourra être remplacée par son égale ax, et la force ov'' par cz.

Mais la force ax peut être remplacée par deux autres représentées par les côtés du rectangle $ax'xx''$, et la force ax'' étant détruite par la résistance du mur M, il ne reste

plus que l'horizontale *ax'* qui tend à faire glisser le point *a* sur le plan horizontal *ac*.

La force *cz* étant également décomposée suivant les côtés du rectangle *cz'zz''*, la force verticale *cz''* sera détruite par le mur, et l'horizontale *cz'* représentera la force qui tend à faire glisser le point *c*.

Ainsi, en détruisant les forces horizontales *ax'*, *cz'*, les deux tringles *oa*, *oc* resteront en équilibre.

18. Si on se contentait d'arrêter les pieds des deux obliques *oa*, *oc* (*fig.* 11), les deux forces horizontales agiraient alors sur les murs et tendraient à les renverser.

Pour détruire la poussée au vide qui aurait lieu dans ce cas, il suffit de lier entre eux les pieds des deux tringles par une pièce horizontale *ac* (*fig.* 12). Ainsi le triangle *aoc* se nomme une *ferme;* les deux pièces inclinées *ao*, *oc* sont des *arbalétriers*, et la pièce horizontale *ac* est le *tirant*.

19. Il ne suffit pas que cette dernière pièce détruise les forces horizontales qui tendent à écarter les pieds des arbalétriers, il faut encore que ces points ne puissent se rapprocher : or, c'est ce qui arriverait infailliblement si le tirant était abandonné à son propre poids; car, dans ce cas, il prendrait une courbure semblable à celle que nous avons indiquée (*fig.* 6), ce qui rapprocherait les points *a* et *c* en élevant le sommet du comble.

On détruira cette cause de déformation en assemblant les extrémités supérieures des deux arbalétriers (*fig.* 14) dans une pièce verticale *ou*, à l'extrémité inférieure de laquelle on attachera un lien ou *étrier* en fer, qui soutiendra le tirant en passant par-dessous.

20. La pièce verticale *ou* se nomme un *poinçon*; elle doit être coupée à quelque distance au-dessus du tirant.

Cette précaution est de la plus grande importance, parce que s'il y avait le plus petit affaissement dans le comble, et que le poinçon vînt à poser sur le tirant, cette dernière pièce serait brisée (6).

21. Pour empêcher les arbalétriers de fléchir sous le poids de la couverture, on ajoutera (*fig.* 15) les deux pièces inclinées *zx*, *zx*, assemblées dans le poinçon.

22. On remarquera que toutes les forces verticales provenant du poids de la couverture des arbalétriers, du poinçon, etc., se composent en une seule force agissant dans la direction du poinçon, et cette résultante décomposée, comme nous l'avons dit au n° 17, se réduit toujours à deux forces horizontales qui sont détruites par le tirant.

23. Si l'écartement des murs était très-grand, on pourrait, par l'addition de nouvelles pièces, soutenir le tirant par un plus grand nombre de points (*fig.* 21).

Les exemples qui précèdent suffisent pour faire comprendre la manière de raisonner dans la composition des fermes. Nous reviendrons sur cet objet lorsque nous parlerons des combles.

Poutres armées.

24. Les principes que nous venons d'exposer nous fourniront plusieurs moyens d'augmenter la force des poutres horizontales qui ne seraient soutenues que par leurs extrémités.

25. *Première solution*. On pourra (*fig*. 23) doubler la poutre A par une seconde pièce B. Dans ce cas, on devra tailler des endentures semblables à celles qui sont indiquées. Cette précaution empêchera les pièces de glisser l'une sur l'autre, et sera par conséquent un obstacle à la flexion qui précède toujours la rupture.

Les parties saillantes des endentures devront être un peu moins longues que les espaces destinés à les recevoir, et les vides résultant de ces différences de longueur seront remplis par des chevilles carrées ou rectangulaires enfoncées avec force.

Enfin, les deux pièces devront être fortement maintenues l'une contre l'autre par des liens en fer ou par des boulons;

On donne quelquefois aux endentures la forme représentée sur la *fig*. 22.

26. *Deuxième solution*. Pour empêcher la flexion qui précède toujours la rupture, on a proposé de scier à peu près un tiers de l'épaisseur de la pièce (*fig*. 17), puis de faire entrer avec force un coin *m;* l'augmentation de force obtenu dans ce cas provient de l'obstacle opposé par le coin à la compression des fibres supérieures (7); et l'on conçoit, par conséquent, que si le trait de scie était trop prolongé, on perdrait de la force en diminuant le nombre des fibres, dont la rupture détermine nécessairement celle de la pièce.

Des expériences ont appris que le trait de scie ne devait pas excéder le tiers de l'épaisseur.

On obtiendra des résultats analogues en faisant plusieurs sections (*fig*. 19).

Il est facile de reconnaître, dans le procédé que nous

venons d'indiquer, une application du principe exposé au n° 17, et nous en déduirons naturellement cette conséquence, que la force de la pièce sera encore augmentée si on arrête les extrémités *a* et *c*; ce qui revient à considérer les deux moitiés *ao*,*co* comme deux arbalétriers (18); mais ce dernier moyen devant avoir pour effet de pousser les murs en dehors, ne devra pas être employé.

27. *Troisième solution.* Les considérations qui précèdent conduisent à une solution extrêmement simple de la question qui nous occupe en effet.

Concevons (*fig.* 20) que l'épaisseur *ac* de la poutre soit partagée en trois parties, celle du milieu sera occupée par deux pièces inclinées *m* et *m*, maintenues et fortement liées avec les deux pièces horizontales *n* et *n*.

Il est évident que cette combinaison sera une véritable ferme, dans laquelle les deux pièces inclinées *m* et *m* seront les arbalétriers, tandis que les pièces horizontales *n* et *n* remplaceront le tirant. Les deux arbalétriers seront assemblées dans un petit poinçon *v*, et pour rétablir la continuité de la surface supérieure, on remplira l'espace laissé vide entre les pièces horizontales *n* et *n* par d'autres pièces triangulaires *u*, *u*, auxquelles on donne le nom de *fourrures*.

Nous reviendrons plus tard sur tous les détails concernant les armatures des poutres d'une grande longueur. Il suffit pour le moment de reconnaître la fécondité du principe général que nous avons énoncé au n° 10.

De l'exécution des ouvrages en charpente.

28. Lorsque, par une suite de raisonnements analogues à ceux qui précèdent, on est parvenu à déterminer la direction et la force de chacune des pièces de bois qui doivent entrer dans la composition d'un édifice, il reste encore à exécuter les coupes nécessaires pour réunir et rattacher ces pièces les unes aux autres de la manière la plus solide.

Pour atteindre ce but, il faut d'abord tracer toutes les lignes qui doivent diriger le travail de l'ouvrier.

29. Dans les questions peu composées, cette première opération se fait directement sur les pièces de bois, et nous dirons plus tard comment il faut s'y prendre.

Mais lorsqu'il s'agit d'un travail qui exige une grande précision, on ne doit commencer à tracer le bois qu'après avoir fait les épures ou études nécessaires pour déterminer la forme et la grandeur de toutes les coupes, et pour se rendre bien compte des avantages ou des inconvénients de chacune d'elles.

Équarrissage.

30. Les pièces de bois apportées sur le chantier pour être mises en œuvre, sont ordinairement équarries, c'est-à-dire qu'elles ont la forme de prismes droits à base rectangulaire.

Je n'entrerai donc pas dans tous les détails relatifs à l'exploitation des forêts et à la préparation des bois de charpente. Ces considérations nous éloigneraient du but que je me suis proposé dans cet ouvrage, et le lecteur pourra consulter sur cet objet l'excellent traité que vient de publier

M. le colonel Émy. Cependant, comme il peut arriver quelquefois qu'un charpentier n'ait à sa disposition que des arbres en grume, je vais entrer dans quelques détails sur la manière dont on peut obtenir une pièce équarrie.

31. *Un arbre en grume* est celui qui est encore recouvert de son écorce. Dans cet état, il se compose de trois parties bien distinctes, savoir : *le cœur, l'aubier et l'écorce.*

Le cœur est la seule partie qui soit assez dure pour être employée avec avantage dans les constructions; on devra donc rejeter entièrement l'écorce et l'aubier.

32. Supposons actuellement (*fig.* 1, *Pl.* 2) qu'un arbre soit couché horizontalement et bien assujetti par des cales *c*, *c*, on commencera par faire les deux sections A et A′ perpendiculaires à sa longueur.

La direction de ces coupes se détermine ordinairement à l'œil, et cela suffit toujours pour cette première opération, surtout si l'arbre est très-long.

On déterminera par tâtonnement les centres *o* et *o′* des deux sections considérées comme à peu près circulaires.

On décrira le plus grand cercle que l'on puisse tracer dans la section A′. On décrira un cercle égal dans la section A. Les carrés inscrits dans ces deux cercles formeront les bases du prisme que l'on veut équarrir.

Il faut s'assurer à l'aide du fil à plomb que les côtés (vu, $v'u'$) (mn, $m'n'$) sont exactement verticaux, et par conséquent parallèles entre eux. Si cette dernière condition n'avait pas lieu, les faces seraient gauches.

33. Le côté vertical vu étant prolongé jusqu'en z, on joindra ce point avec v' par une corde fine bien tendue et

frottée avec de la craie ou de la sanguine ; puis, pinçant cette corde avec l'index et le pouce, on écartera le point s' à quelque distance du corps de l'arbre, et sans quitter le plan des deux côtés vu, $v'u'$; la corde étant alors abandonnée à elle-même, viendra frapper l'arbre suivant une ligne zv' qui, malgré l'irrégularité de la surface, sera située dans le plan des deux côtés vu, $v'u'$.

En effet, la corde, en revenant à sa place, se meut dans le plan du triangle zsv' ; et si on a eu le soin en la pinçant de maintenir le point s dans le plan des deux côtés vu, vu', la ligne zv' obtenue par le battement, sera l'intersection de la surface de l'arbre par le plan qui contient les cinq points $szxu'v'$.

On retournera la pièce pour la tracer en dessous, après quoi il sera facile de la tailler.

Quand on aura dressé les deux faces parallèles, on placera l'arbre comme on le voit (*fig.* 5), pour tracer les arêtes nn', mm'.

Prisme à base quelconque.

34. Nous avons dit que l'on pouvait faire à l'œil les deux premières sections A et A' (*fig.* 1). Le défaut de parallélisme qui pourrait résulter de cette manière d'agir n'influera pas d'une manière sensible sur l'exactitude de l'équarrissage, qui n'est d'ailleurs qu'une première ébauche de la pièce que l'on veut employer.

Mais, s'il s'agissait d'un objet de précision qui dût être déduit d'un tronc d'arbre de peu de longueur, il faudrait opérer d'une autre manière.

Supposons, par exemple (*fig.* 2), que l'on veuille tailler un prisme pentagonal dont la base et la hauteur seraient connues.

On commencera par dresser une première face latérale *acvu*, on s'assurera que cette face est bien plane, en y appliquant une règle dans toutes les directions, et surtout dans le sens des diagonales *au, cv*; on tracera le rectangle A que l'on fera égal à l'une des faces du prisme proposé. On taillera ensuite les deux plans *acm, vun*, perpendiculaires sur la face *acuv*, puis on tracera les deux polygones B et B′ : toutes les coupes seront alors déterminées.

On aura le soin, à mesure qu'une nouvelle face sera taillée, d'y tracer les lignes qui déterminent la face adjacente.

Pyramide.

35. Supposons que l'on veuille obtenir une pyramide pentagonale régulière (*fig.* 4) on dressera d'abord une première face *acvu*, sur laquelle on tracera la droite *zx* égale à la hauteur de la pyramide demandée; puis on taillera les deux faces *acm, vun*, perpendiculaires sur *zx*.

Cela étant fait, on tracera le polygone B égal à la base de la pyramide; et pour déterminer le sommet, on fera la droite *zs* égale et parallèle à *xo*.

Polyèdre.

36. Lorsque le solide que l'on veut exécuter a une forme très-composé, il faut commencer par en faire les projections.

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'exécuter un dodecaèdre régulier, c'est-à-dire, le polyèdre dont la surface est composée de douze pentagones réguliers égaux. On placera (*fig.* 9), l'une de ses faces, 1 — 2 — 3 — 4 — 5 dans le plan horizontal de projection et l'un des côtés 3 — 4 perpendiculaire à la ligne AZ.

Par cette disposition d'épure, l'arête 1—7 sera parallèle au plan vertical de projection.

La projection horizontale du solide se composera des deux pentagones réguliers 1—2—3—4—5, et 16—17—18—19—20, inscrits dans le même cercle, de manière que les sommets de l'un soient situés au milieu des arcs sous-tendus par les côtés de l'autre, et d'un décagone régulier 6—12—7—13, etc., inscrit dans un cercle d'un plus grand rayon, et tel que l'on ait la corde 9—10 égale à 20—17.

Le point 9 sera déterminé par la rencontre du rayon 0—3—9 avec la droite 20—9, menée par le point 20 parallèlement à la ligne AZ.

Pour construire la projection verticale du solide, on remarquera que l'arête 1—7, étant parallèle au plan de projection, doit se projeter sur ce plan suivant sa grandeur véritable; c'est pourquoi on fera 1′—7′ égal à 1—2.

Cette opération donnera la hauteur du plan horizontal qui doit contenir les sommets 7′—8′—6′—9′—10′.

Le pentagone 3—9—15—10—4, contenant l'arête 3—4, sera perpendiculaire au plan vertical de projection. Il en résulte que tous ses points se projetteront en ligne droite, et le point 15′ sera par conséquent déterminé en prolongeant la droite 3′,4—9′10′ jusqu'à la rencontre de la verticale 15—15′. On pourra vérifier la position du point 15′ en s'assurant que la droite 3,4′—15′ est égale à la perpendiculaire abaissée du point 1 sur l'arête 3—4.

Enfin, l'arête 15′—16′ doit être égale et parallèle à 1′—7′, et la droite 7′—18′,19′, projection du pentagone 7—13—19—18—12, doit être égale et parallèle à 3′,4′—15′.

Les deux projections du dodécaèdre étant construites, on taillera un parallélipipède rectangle ayant pour base le quarré *acca*, et pour hauteur la droite *a′a″* ou *c′c″*.

On tracera le pentagone 1′—7′—19′,18′—16′—15′—4′,3′ dans chacun des deux rectangles verticaux qui ont pour bases les droites *ac*.

On joindra les angles correspondants des deux pentagones par des droites parallèles aux arêtes *aa*,*cc*.

Cette première opération permettra d'abattre les parties triangulaires indiquées par des hachures sur la *fig.* 9, et le morceau de bois prendra la forme du prisme pentagonal représenté en perspective sur la *fig.* 3.

On tracera les deux pentagones 19—20—16—17—18 et 19—18—12—7—13, ainsi que ceux qui sont situés dans les plans opposés ; on aura donc quatre faces du polyèdre.

On fera 16″—*m*′ (*fig.* 8) égale à 16′—*m* (*fig.* 9) et 7″—*n*′ égale à 7′—*n*, puis on tracera la droite *m*′*n*′ sur laquelle on marquera les deux points 6 et 11.

Enfin, on taillera successivement les polygones (18—17—11—6—12), (17—16—15—10—11), (7—12—6 5—1) et (6—11—10—4—5), en ayant le soin, à mesure qu'une face sera taillée, d'y tracer les arêtes des faces adjacentes.

Les quatre dernières faces seront déterminées de la même manière.

37. Les considérations qui précèdent suffisent pour faire comprendre la manière de procéder dans le tracé et la taille des pièces de bois, et les opérations diverses que nous venons d'expliquer composent ce que l'on appelle la *taille par équarrissement*. Cette méthode doit être employée surtout dans les occasions qui exigent une grande exactitude ; mais le travail préparatoire nécessaire pour dresser les faces sur lesquelles on doit tracer toutes les coupes, augmentant considérablement la main-d'œuvre, on a dû chercher des moyens plus simples et plus économiques d'arriver au même résultat.

Ces procédés, qui peuvent être considérés comme des abréviations de la méthode précédente, dépendent en grande partie des positions diverses que les pièces doivent occuper dans l'ensemble; c'est pourquoi nous ne pourrons traiter ce sujet qu'après avoir reconnu quelle est la forme et la position qui conviennent le mieux à chacune des pièces qui doivent entrer dans la composition de l'édifice.

CHAPITRE II.

Assemblages.

38. Lorsqu'on a donné à chacune des pièces de bois la forme et la position qui lui convient le mieux, il faut encore exécuter les coupes nécessaires pour rattacher toutes ces pièces entre elles de la manière la plus solide.

Les coupes destinées à former les assemblages peuvent être variées d'une infinité de manières; cependant toutes les combinaisons employées dans la pratique sont des applications plus ou moins directes de l'un des deux principes suivants :

Assemblages par tenons et mortaises.

Assemblages par moises.

Nous allons examiner successivement ces deux méthodes, et nous tâcherons de reconnaître les avantages ou les inconvénients de chacune d'elles.

Tenons et Mortaises.

39. Pour exécuter cet assemblage, il faut tailler, à l'extrémité de l'une des pièces que l'on veut réunir, un polyèdre en relief que l'on nomme *tenon*.

Le même polyèdre, taillé en creux dans l'épaisseur de la seconde pièce, se nomme une *mortaise*.

On réunit ensuite les deux pièces en faisant pénétrer le premier polyèdre dans le second.

La forme qui convient le mieux à ces deux polyèdres est déterminée par la direction des forces qui agissent sur les deux pièces, et la solidité de l'assemblage dépend de la précision avec laquelle toutes les coupes sont exécutées.

40. Supposons, pour premier exemple (*fig.* 6, 8), que l'on veuille réunir les deux pièces A et B, de manière qu'elles fassent entre elles un angle droit. On taillera le tenon, et par conséquent la mortaise (*fig.* 8), suivant la forme d'un parallélipipède rectangle, dont les faces seront parallèles à celles des deux pièces proposées.

Dans cet assemblage, la section *aa'c*, perpendiculaire à la longueur de la pièce, se nomme l'*about*.

La figure rectangulaire *a'a'c'c'*, tracée sur la pièce B, se nomme la *portée* ou occupation de l'*about*.

La face *m* (*fig.* 8) et celle qui lui est opposée se nomment les *joues* du tenon. On donne le même nom aux faces correspondantes de la mortaise.

Les parties de bois comprises entre les joues de la mortaise et les faces extérieures de la pièce B se nomment *jouées*.

La *figure* 6 contient les projections horizontale et verticale des deux pièces assemblées, et sur la *figure* 7 on a indiqué par des hachures les parties de bois que l'on doit enlever pour tailler le tenon.

41. La *figure* 12 contient les projections horizontale et verticale d'un assemblage oblique.

La *figure* 10 représente les deux pièces en perspective, et sur la *figure* 11 on a indiqué les parties de bois qui doivent être enlevées.

42. On remarquera dans la pièce B (*fig.* 12) une entaille *aco* destinée à recevoir la pièce A dans toute son épaisseur.

Cette coupe se nomme *embrevement;* elle ajoute beaucoup de force en reportant sur la pièce A une partie des efforts qui agissent sur la pièce B, et qui sans cela fatigueraient le tenon. De plus, si l'about de la pièce A était dans le plan vx et que la pièce B ne fût pas entaillée, l'angle aigu, formé au point *a* par les fibres tranchées trop obliquement, éclaterait sous la pression des forces qui agissent sur la pièce A.

43. Lorsque les pièces de bois dont on peut disposer sont trop courtes, on les réunit *bout à bout;* et dans ce cas, on peut employer l'un des assemblages représentés en perspective sur les *figures* 13 et 17.

44. Le premier se nomme *trait de Jupiter.*

45. Le second se compose d'une double *queue d'hironde.*

Ces deux assemblages sont dessinés en projections sur les *fig.* 14 et 18.

Enfin les *fig.* 15 et 16 indiquent les parties de bois qui doivent être enlevées.

46. La planche 3 contient quelques-uns des assemblages principaux; plusieurs d'entre eux ne sont dessinés qu'en perspective, ce qui suffit pour les faire comprendre, d'autant plus que les occasions de les projeter ne nous manqueront pas par la suite.

47. La forme qui convient le mieux à un assemblage

dépend de la position des pièces que l'on veut réunir et de la direction des forces qui agissent sur elles.

Si, par exemple, il s'agissait de lier deux pièces horizontales et parallèles entre elles par une traverse perpendiculaire à leur direction ; si de plus les dispositions générales de l'édifice exigeaient impérieusement que les deux pièces parallèles fussent placées les premières et fixées dans leur position d'une manière définitive avant la pose de la traverse, il est évident que l'on ne pourrait plus les écarter pour faire entrer des tenons semblables à celui qui est représenté sur la *fig.* 8, Pl. 2 ; on emploierait, dans ce cas, l'un des assemblages représentés sur les *fig.* 1, 2, 5 et 6.

Le premier serait surtout convenable pour le cas où le but principal serait d'empêcher le rapprochement des deux pièces parallèles.

Dans le cas où on ferait usage de cet assemblage, il sera essentiel que le bois soit bien sain, et l'on devra rejeter toute pièce qui aurait de la disposition à se fendre dans le prolongement de la face inférieure du tenon.

48. L'assemblage de la *fig.* 2 résistera mieux à une force perpendiculaire à la direction de la pièce A, pourvu toutefois qu'aucune cause ne puisse produire l'écartement et par conséquent la mise hors de joint des deux pièces.

49. On n'aura pas à redouter cet accident si on emploie l'un des assemblages représentés sur les *fig.* 5 et 6, la forme des tenons, dans ces deux exemples, s'opposant évidemment à toute espèce de mouvement dans la direction de la pièce A.

50. La *fig.* 3 représente une *croix de Saint-André*. Les deux pièces qui composent cet assemblage sont identiques et taillées comme la pièce B. On peut aussi adopter les coupes représentées *fig.* 4.

51. Si les deux branches de la croix se rencontraient trop obliquement, *fig.* 8, on pourrait faire disparaître les angles aigus des points *m* et *n* au moyen des petites coupes *m a*, *n c*, *fig.* 10.

Les deux pièces sont représentées en perspective par la *fig.* 9.

52. Les assemblages de deux pièces de bois sur l'angle et par leurs extrémités peuvent être variés d'un grand nombre de manières : nous nous bornerons à quelques exemples.

53. On peut employer une queue d'hironde, *fig.* 14 ; mais alors il faut donner peu de largeur au tenon pour ne pas trop affaiblir la jouée *m* de la mortaise.

54. On satisfera mieux à cette dernière condition en donnant au tenon A, *fig.* 15, la forme d'une demi-queue d'hironde.

55. Les *fig.* 13 et 7 sont les perspectives de l'assemblage projeté *fig.* 12. Les deux tenons ou queues d'hironde de la pièce A doivent occuper les creux de même forme qui séparent les tenons de la pièce B.

La mise en joint s'obtient en faisant avancer la pièce B, suivant la direction indiquée par une flèche sur la *fig.* 13.

56. L'assemblage projeté *fig.* 17, et représenté en perspective par les *fig.* 16 et 11, diffère de celui qui précède en cela que les queues d'hironde sont cachées dans l'épaisseur du bois.

57. Lorsqu'on fait avancer la pièce A dans la direction indiquée par la flèche, le tenon ou queue d'hironde de

cette pièce se loge dans la mortaise correspondante de la pièce B, et les tenons de cette dernière pièce viennent occuper les mortaises de la pièce A.

58. Les *fig.* 18, 19 et 20 représentent deux manières différentes d'assembler des pièces de bois bout à bout.

59. L'on peut employer ces assemblages dans le cas où les forces agiraient suivant la longueur des pièces, et de manière à comprimer leurs fibres. Mais, si l'on prévoyait quelque cause qui fût de nature à éloigner les pièces l'une de l'autre en les tirant dans la direction de leur longueur, il serait prudent d'ajouter *fig.* 19 la clef rectangulaire, dont la tête est indiquée par des hachures, et dont la place en creux se voit sur les pièces désassemblées qui sont dessinées en perspective *fig.* 18.

60. Les deux petits tenons rectangulaires, qui terminent les deux pièces A et B, ont pour but de s'opposer à toute espèce de mouvement dans un plan parallèle aux deux faces *m* et *n*.

On ajoute souvent, et dans le même but, des tenons de cette espèce aux assemblages à traits de Jupiter, dont nous avons parlé dans l'art. 43, *fig.* 13, pl. 2.

61. Les *fig.* 24 et 23 indiquent plusieurs manières de réunir des pièces parallèles ou *jumellées*. L'assemblage de la *fig.* 24 ne s'emploie que lorsqu'il s'agit de planches. Quand la partie saillante, qui forme le tenon, se prolonge dans toute la longueur des pièces assemblées, elle prend le nom de *languette*, et le creux correspondant est une *rainure*.

62. La *fig.* 23 représente deux pièces parallèles réunies par une double queue d'hironde en bois dur, dont le fil

doit être perpendiculaire à la direction des pièces assemblées. Des liens de fer espacés convenablement augmenteront la force autant que l'on voudra.

63. La *fig.* 28 fait voir de quelle manière, avec des bois trop courts, on peut conposer des poutres d'une grande longueur.

Les pièces réunies en faisceaux et fortement maintenues par des liens en fer devront être disposées en *liaison*, comme les pierres d'un mur ; c'est à-dire que le joint transversal, suivant lequel deux pièces se réunissent bout à bout, doit être le plus loin possible du joint correspondant des pièces adjacentes. Ainsi, par exemple, si la poutre principale devait se composer de quatre files de solives, et que toutes les pièces fussent de même longueur, les joints devraient correspondre au quart, à la moitié et aux trois quarts de la longueur des solives.

64. Les *fig.* 25, 26 et 27 représentent différentes combinaisons applicables à des pièces rondes ou rectangulaires. La réunion des solives sera rendue plus intime en pratiquant sur leurs faces adjacentes des languettes et rainures ou des endentures, *fig.* 22, 23, *pl.* 1re, dont la forme peut être variée d'un grand nombre de manières.

Ce dernier moyen a surtout pour but d'empêcher le glissement dans le sens de la longueur. Il diminue par conséquent la flexibilité de la pièce composée, ce qui du reste est quelquefois un inconvénient.

Les solives pourront être assemblées bout à bout, par des tenons, *fig.* 20, ou par des traits de Jupiter, *fig.* 13, *pl.* 2.

Nous n'entrerons pas dans de plus longs détails sur cette question, qui intéresse plus la marine que la charpenterie civile.

70. Cette combinaison ne peut pas donner au pan de bois une solidité suffisante. Nous avons vu (12) que la forme rectangulaire des quadrilatères ne peut être fixée d'une manière invariable que par l'addition de pièces diagonales qui décomposeraient chacune de ces figures en deux triangles.

Les solives obliques a, a, a', a', destinées à produire cet effet, se nomment des *guettes*.

71. Lorsque les guettes ont beaucoup d'inclinaison comme celles qui sont au-dessus de la porte, on leur donne le nom de *décharges*. En effet, dans ce cas, elles agissent comme les deux arbalétriers d'une ferme, qui aurait pour tirant la sablière s', et pour poinçon le poteau vertical p' (18).

Par cette combinaison tout le poids des étages supérieurs de l'édifice est reporté sur les parties de pans de bois qui sont à droite et à gauche de la porte.

72. Les pièces verticales assemblées dans les sablières et les guettes se nomment *tournisses ;* elles ont principalement pour but d'empêcher la flexion des sablières, et par conséquent de soulager les poteaux en supportant une partie du poids des constructions supérieures.

73. Les poteaux situés aux angles d'un bâtiment, et à la rencontre des deux pans de bois qui en forment les faces, se nomment *poteaux corniers*.

Ils doivent être prolongés en hauteur de manière à relier entre eux les différents étages.

74. Lorsque la façade a beaucoup de largeur, on prolonge ainsi quelques autres poteaux que l'on nomme alors *poteaux de fond*.

75. Les poteaux formant les montants à droite et à gauche des portes ou des fenêtres, se nomment *poteaux d'huisserie*.

En général, on donne le nom de *bois d'huisserie* à l'ensemble des pièces qui forment l'encadrement des fenêtres ou des portes.

La pièce horizontale formant le dessus de la porte se nomme *linteau*.

76. La *fig.* 2 est une section du pan de bois projeté (*fig.* 3) par le plan horizontal *m n* qui contient la face supérieure de la première sablière; les hachures indiquent les places occupées par les abouts des poteaux, des guettes et des tournisses.

77. La *fig* 1 est la section du même pan de bois par le plan horizontal *m' n'* qui forme la face supérieure de la sablière *s'*.

78. Les *fig.* 9, 10 et 11 indiquent l'assemblage du poteau qui est au-dessus de la porte avec la sablière supérieure.

La *fig.* 11 représente le tenon du poteau, et la *fig.* 10 est le double tenon, par lequel la guette s'assemble avec le poteau et la sablière.

79. Les *fig.* 12, 13, 14 et 8 indiquent différentes manières d'assembler les tournisses avec la guette G.

80. Les *fig.* 12 représentent un assemblage à *oulice*. Les extrémités des tournisses sont coupées horizontalement, ce qui pourrait produire un avantage si les abouts des tenons coïncidaient bien exactement avec la face correspondante de la mortaise; d'un autre côté, les pièces

peuvent être désassemblées par un choc ou par une pression latérale. Cet inconvénient n'est pas à craindre avec les assemblages représentés *fig.* 13 et 14, pourvu que l'on ait le soin de faire les petites coupes *c a* perpendiculaires à la direction de la guette.

Ces coupes, que nous avons nommées *embrèvement* (42), ne doivent jamais être négligées lorsqu'il s'agit d'assembler des pièces qui se rencontrent obliquement; et si elles ne sont pas indiquées partout sur les *fig.* 3, 4, 7 et 15, cela provient uniquement de la petitesse de l'échelle.

81. Si on met les tournisses dans le prolongement l'une de l'autre (*fig.* 13), elles soutiendront mieux la charge supérieure et ne feront pas gauchir les guettes, mais les mortaises seront alors trop rapprochées, ce qui ôtera beaucoup de force au pan de bois; c'est pourquoi on préfère souvent placer les tournisses comme on le voit *fig.* 14.

82. Lorsqu'on veut avoir plus de force, il vaut mieux augmenter la grosseur des tournisses que leur nombre, afin de ne pas affaiblir les guettes par une trop grande quantité de mortaises.

83. La même raison, jointe au désir d'économiser la main-d'œuvre, engage beaucoup de constructeurs à ne pas faire de tenons à l'extrémité des tournisses, et à les clouer dans les guettes, après les avoir taillés obliquement comme on le voit *fig.* 8. Ce procédé cependant a l'inconvénient de faire fendre les guettes, et ne peut d'ailleurs être employé que dans les pans de bois, dont les vides doivent être remplis par de la maçonnerie. Mais si la construction devait rester à claire-voie, il faudrait que les assemblages fussent exécutés avec beaucoup de précision.

84. On donne aux poteaux corniers une épaisseur plus grande que les pans de bois auxquels ils appartiennent, et dans ce cas, on évide l'angle intérieur comme on le voit sur les *fig.* 23 et 24.

85. Les sablières inférieures des pans de bois, formant les deux façades du bâtiment, peuvent être assemblées à queue d'hironde, comme on le voit *fig.* 26.

La pièce A contient la mortaise destinée à recevoir le tenon qui est à l'extrémité inférieure du poteau cornier (*fig.* 24).

Quelquefois enfin les sablières sont assemblées à tenons et mortaises dans le pied du poteau cornier que l'on pose immédiatement sur la maçonnerie.

86. Toutes les pièces d'un même étage doivent avoir la même épaisseur. Mais à mesure que l'on s'élève, on peut diminuer la force des bois, d'abord parce qu'ils ont moins à porter que les étages inférieurs, et qu'ensuite ces derniers seront soulagés d'autant.

87. Il n'est pas nécessaire de donner la même largeur à toutes les pièces du pan de bois : il vaut mieux proportionner la force de chacune aux efforts qu'elle est destinée à supporter.

Ainsi, par exemple, si la partie correspondante à l'ouverture de la porte (*fig.* 3) devait être très-chargée, on pourrait augmenter indéfiniment la force du pan de bois :

1° En employant des solives plus fortes;

2° En plaçant les deux arbalétriers, assemblés dans le poteau qui est au-dessus de la porte et qui forme poinçon;

3° En doublant la sablière dans toute la largeur qui correspond au-dessus de la porte;

4° En donnant plus de force aux deux tournisses qui for-

ment le prolongement des poteaux d'huisserie, et dont les pieds sont assemblés dans la pièce horizontale qui est au-dessus de la porte;

5° En augmentant la force des deux tournisses qui correspondent aux pieds des arbalétriers dans le pan de bois inférieur;

6° On pourrait encore obtenir une force immense en remplaçant les guettes par des moises, et les tournisses par des poteaux assemblés dans la sablière et dans la pièce horizontale supérieure.

Enfin, lorsque la disposition générale de l'édifice permettra de donner au pan de bois une grande épaisseur, on pourra remplacer les tournisses par deux rangs de poteaux entre lesquels seraient placées les guettes.

Dans ce cas, les sablières haut et bas seraient doubles, et les guettes seraient comprises entre deux pans de bois parallèles.

88. La *fig.* 4 est la façade d'une maison à deux étages.

Toutes les constructions du rez-de-chaussée étant terminées en maçonnerie, on pose, au-dessus des ouvertures réservées pour la porte cochère et les boutiques, trois fortes poutres armées, solidement reliées entre elles par des ferrures.

Au-dessus de ces poutres *x*,*x*,*x* nommées *poitrails*, on pose la première sablière dans laquelle on assemble à tenons et mortaises les poteaux du premier étage de la façade.

La sablière supérieure de ce premier étage supporte les solives du plancher qui sépare le premier étage du second.

Au-dessus de ces solives on pose une seconde sablière qui reçoit les poteaux du pan de bois du second étage dont la sablière supérieure supporte les solives du plancher des combles.

On agirait de même quel que fût le nombre des étages.

Les solives formant le plancher du premier étage sont posées sur le poitrail derrière la première sablière.

89. On devra toujours établir des pièces en arbalétriers formant décharge, comme on le voit au-dessus de la porte cochère et des deux boutiques, ce qui ne dispense pas de soutenir les poitrails eux-mêmes par des colonnettes en fonte.

90. Les parties de pans de bois entre les fenêtres se nomment *trumeaux*.

On les remplit ordinairement par des guettes et des tournisses, et l'on bouche ensuite les vides par de la maçonnerie que l'on recouvre d'un enduit.

91. Dans quelques anciens bâtiments et dans les localités où le bon marché des bois faisait préférer ce genre de construction à la maçonnerie, on a quelquefois laissé à découvert les parements des pièces de bois; alors on a disposé ces pièces de manière à en faire un objet de décoration.

J'ai réuni dans les figures 4 et 7 quelques-unes de ces combinaisons que l'on ne doit employer qu'avec réserve, en donnant toujours la préférence à celles qui, comme les guettes ou les croix de Saint-André, décomposent en triangles les nombreux quadrilatères formés par la rencontre des sablières et des poteaux.

La figure 6 est la coupe par le plan horizontal *mn* et la figure 5 est la section par le plan *m'n'*.

Les figures 19, 20, 21, 22 et 25 représentent les assemblages des bois d'huisserie des fenêtres cintrées et octogones de la figure 7.

Les figures 20 et 19 représentent le poteau et l'une des pièces cintrées de la fenêtre demi-circulaire qui est au-dessus de la porte.

Les pièces 21 et 22 appartiennent à la fenêtre octogone, à droite du premier étage, et la figure 25 est l'un des poteaux dans lequel s'assemblent les pièces cintrées de la fenêtre circulaire à gauche.

92. Dans l'exemple représenté (*fig.* 15), on a relié les poteaux par des pièces horizontales placées à la hauteur des naissances de la porte et des deux fenêtres.

Cette disposition a principalement pour but de diminuer la longueur des tournisses, et par conséquent de rendre moins aigus les angles qu'elles feraient avec les guettes, si on avait donné à ces dernières pièces la longueur nécessaire pour qu'elles fussent assemblées dans les deux sablières.

On remarquera aussi que les guettes agissent comme arbalétriers à l'égard de la porte et des deux fenêtres, de sorte que la plus grande partie de la charge est reportée sur les quatre poteaux qui partagent les trumeaux en deux parties égales.

Les figures 16, 17 et 18 sont les sections par les plans horizontaux $m''n''$, mn et $m'n'$.

Cloisons.

93. On donne le nom de cloisons aux pans de bois destinés à former la séparation des différentes pièces d'un étage; les principes qui doivent diriger leur construction sont les mêmes que pour les autres pans de bois, dont elles ne diffèrent que parce qu'elles ont ordinairement moins d'épaisseur.

94. La grosseur qu'il convient de donner aux différentes pièces qui entrent dans la composition d'un pan de bois dépend :

1° De l'espèce et de la qualité des bois employés ;

2° De l'épaisseur du pan de bois et de l'espacement plus ou moins grand des poteaux, des guettes et des tournisses ;

3° Du nombre des étages de l'édifice ;

4° Enfin, des forces constantes ou accidentelles auxquelles le pan de bois doit résister, suivant la destination du bâtiment dont il fait partie.

Toutes ces questions, dépendant plutôt des lois de la mécanique que de la géométrie descriptive, seront étudiées ailleurs.

Le lecteur peut, en attendant, consulter pour les expériences et les calculs relatifs à la force des bois, les ouvrages de Coulomb, Rondelet et Navier.

CHAPITRE IV.

PLANCHERS.

95. Les planchers sont des pans de bois horizontaux destinés à séparer les différents étages d'un bâtiment.

Nous avons vu (*fig.* 4 et 7, *Pl.* 4) comment les solives qui composent un plancher peuvent être posées entre la sablière supérieure d'un étage et la sablière inférieure de l'étage suivant.

Lorsque les planchers sont reliés avec les pans de bois par des ferrures et par la maçonnerie qui remplit tous les vides, ils contribuent puissamment à augmenter la solidité de l'édifice.

96. Les planchers, n'étant ordinairement exposés à aucune action horizontale, il est inutile de les décomposer en triangle comme les pans de bois qui forment les murs des bâtiments.

Cependant, pour détruire toutes les causes qui pourraient altérer l'angle formé par deux façades adjacentes, on peut placer (*fig.* 15, *Pl.* 5) la pièce oblique *ac* dans laquelle les solives du plancher seraient assemblées par tenons et mortaises, avec embrèvements et liens en fers comme on le voit (*fig.* 16).

Cette précaution sera inutile lorsque les faces de l'épifice seront en maçonnerie, parce que la stabilité de ce genre de construction doit toujours être assez grande pour que l'on n'ait jamais à craindre la déformation des angles formés par les façades.

97. On se contente souvent de sceller dans les murs les bouts des solives qui doivent former le plancher, comme on le voit (*fig.* 1).

98. Cette méthode peut être employée sans inconvénient, lorsque les solives s'appuient sur un mur plein, tel que M (*fig.* 6); mais s'il y avait des ouvertures de fenêtres, comme celles qui sont indiquées en points sur la face M', il serait imprudent de faire porter sur le mur les bouts de solives qui correspondent aux vides. Dans ce cas, on placera des pièces transversales *a*, nommées *linçoirs*, assemblées par tenons et mortaises dans les solives *s*,*s*, qui ont leur point d'appui sur le trumeau.

Les linçoirs supporteront alors les bouts des solives qui ne devront pas être prolongées jusqu'au mur.

Les solives qui ne portent pas sur les murs et qui sont assemblées dans les linçoirs, se nomment *solives boiteuses*.

On devra encore employer des linçoirs pour ne pas charger le dessus des portes P, et pour former les vides destinés aux emplacements des cheminées dont il est très-important d'éloigner toute espèce de construction en bois.

99. Les ouvertures ménagées entre les solives pour l'emplacement des cheminées, se nomment enchevêtrures. La solive *o* (*fig.* 6) se nomme *solive d'enchevêtrure*, et les deux petits soliveaux *z*, assemblés d'un bout dans le mur et de l'autre bout dans la solive d'enchevêtrure, se nomment *chevêtres*.

Les deux solives *u*,*u*, à droite et à gauche de la cheminée C', remplissent les fonctions de chevêtres, et la solive d'enchevêtrure est remplacée par le linçoir *v*, que l'on nomme *linçoir d'enchevêtrure*.

L'ouverture rectangulaire E est destiné à l'emplacement de l'escalier.

100. Le poids des solives *c* (*fig.* 6), agissant sur les tenons des linçoirs. on soulage ces tenons (*fig.* 22) par des étriers en fer *uu*, qui, après avoir passé au-dessous des linçoirs *a*, sont fortement attachés à la solive *s*.

Il est utile d'augmenter un peu l'équarrissage des deux solives *s* (*fig.* 6), puisque chacune d'elles doit soutenir une partie de la charge des solives qui sont assemblées dans le linçoir *a*.

Pour évaluer cette surcharge, on remarquera que le poids qui doit agir sur les deux solives assemblées dans le linçoir *a*, se décompose en deux forces égales et parallèles, dont une agit sur le mur, tandis que l'autre moitié est portée par le linçoir.

Cette moitié se décompose elle-même en deux parties

égales, agissant par le moyen des tenons et des étriers sur les deux solives *s*, qui, par conséquent, ont à porter chacune le quart du poids total, agissant sur les solives assemblées dans le linçoir; mais comme les forces résultant de cette surcharge agissent très-près des points d'appui des solives *s*, l'effet en sera presque nul, et sera d'ailleurs distribué en partie sur les solives adjacentes, par la liaison des matériaux qui doivent former l'aire ou le revêtement de la charpente du plancher.

101. Il sera surtout essentiel d'augmenter l'équarrissage d'une solive, lorsque les points d'assemblage avec les linçoirs seront très-éloignés des murs, comme pour l'ouverture rectangulaire E (*fig.* 6).

102. Au lieu de sceller dans les murs les solives des planchers, on préfère quelquefois les faire porter sur une pièce de bois *xx*, que l'on nomme lambourde (*fig.* 6, 2, 7, 8, 19 et 20).

Les *fig.* 2, 7 et 8 sont les coupes par les plans verticaux 2′—2″, 7′—7″, 8′—8″.

La *fig.* 5 est une coupe par le plan vertical *mn*.

L'emploi des lambourdes a l'avantage de distribuer également la charge du plancher sur toute la longueur de la lambourde, et par le principe des forces parallèles la résultante se décompose ensuite en composante agissant sur les trumeaux.

Les lambourdes peuvent être engagées en partie dans le mur, comme on le voit (*fig.* 2): elles peuvent être posés sur des potences en fer, nommées corbeaux (*fig.* 8 et 19); enfin, on peut les placer sur des consoles (*fig.* 7 et 20).

Les solives peuvent être assemblées dans les lambourdes,

comme l'indiquent les *fig.* 11 et 12; à l'endroit des cheminées, il faut remplacer les lambourdes par des linçoirs.

103. Les *fig.* (3,4), (9,10), (13,14), (17,18) et (23,24), représentent des planchers carrés, polygonaux et circulaires.

Sur la *fig.* 18, le petit rectangle *m* est un tuyau de cheminée dont on a éloigné le plancher par des linçoirs.

104. Sur la *fig.* 14, on a placé des pièces obliques formant linçoirs, avec lesquelles on peut assembler les solives, comme on le voit *fig.* 16.

105. Sur les *fig.* 4 et 10, on s'est proposé de composer un plancher avec des bois plus courts que la distance des murs sur lesquels on veut établir les points d'appuis.

Le principe dont on fait usage dans ce cas est dû à l'architecte Serlio.

Supposons, par exemple (*fig.* 4) que l'on veut couvrir un espace carré avec des bois qui n'auraient pour longueur que les deux tiers du côté, on posera d'abord la solive 1—2, dont l'extrémité 1 s'appuiera sur le mur M', et la seconde extrémité 2 sera tenue en suspens sur un appui provisoire. On posera ensuite, successivement, la solive 3—4, s'appuyant par un bout sur le mur *m'* et s'assemblant au point 3 dans la solive 1—2.

La solive 5—6 s'appuiera sur le mur M'' et s'assemblera au point 5 dans la solive 2—3.

Enfin, la solive 7—8, appuyée sur le mur M''', s'assemblera au point 7 avec la solive 5—6 et recevra, au point 2, le tenon de la solive 1—2, dont on retirera le soutien provisoire. Le reste ne présentera plus de difficultés.

106. Les *fig.* 18 et 25, 24 et 27 (*Pl.* 6), représentent quelques applications du même principe. On trouvera, dans les ouvrage de Kraft, un grand nombre d'autres exemples de planchers, mais je crois devoir me borner à ceux que je viens de citer; mon intention n'étant pas de faire passer sous les yeux du lecteur toutes les combinaisons possibles, je me bornerai dans chaque cas au petit nombre d'exemples nécessaire pour mettre le principe en évidence et pour bien établir l'enchaînement des idées.

107. Lorsqu'on veut couvrir (*fig.* 5 et 6) une salle d'une grande longueur et trop large en même temps pour que les solives puissent être posées sur les murs, on partage la longueur de la galerie (*fig.* 5 et 6) en plusieurs sections, nommées *travées*, au moyen de poutres sur lesquelles on fait porter les bouts des solives.

Les *fig.* 3, 4, 9 et 10 indiquent les différentes manières d'assembler les solives avec les poutres.

La *fig.* 4 représente la poutre qui sépare la première travée de la deuxième.

La *fig.* 10 représente la poutre qui sépare la troisième travée de la quatrième.

La *fig.* 9 est la poutre du milieu. Dans ce dernier exemple, les solives sont portées par des lambourdes rattachées à la poutre principale, au moyen d'étriers en fer projetés (*fig.* 8), et dessinés en perspective sur les *fig.* 2 et 7.

On peut encore attacher les lambourdes à la poutre avec des boulons (*fig.* 1), et si on réunit les deux moyens on obtiendra encore plus de solidité.

Poutres armées.

108. Les poutres transversales, destinées à porter les solives, doivent avoir une grande solidité. C'est donc ici le cas d'appliquer les principes que nous avons exposés aux numéros 24, 25, 26, etc.

Nous avons reconnu alors que l'on préviendrait la rupture si on parvenait à détruire toute cause de flexion.

109. Deux moyens principaux peuvent concourir à ce but. Le premier (*fig.* 22 et 23, *Pl.* 1), consiste à doubler la pièce proposée de manière à lui donner une plus grande épaisseur verticale. Dans ce cas, on taille les faces adjacentes de ces deux pièces en forme de crémaillères dont les dents, accrochées les unes dans les autres, s'opposent au glissement longitudinal, et par conséquent augmentent la roideur de la poutre (25).

110. Le second moyen consiste à placer dans l'épaisseur de la poutre deux pièces inclinées *m,m* (*fig.* 20, *Pl.* 1), qui agissent comme les arbalétriers d'une ferme. La résultante de toutes les forces verticales qui tendraient à briser la poutre, se décompose alors en deux forces horizontales et de sens contraires, agissant suivant la direction des deux pièces latérales qui tiennent lieu de tirant.

111. L'emploi des endentures n'est pas à beaucoup près aussi efficace que celui des arbalétriers pour augmenter la force d'une poutre; en effet, si nous jetons un coup d'œil sur les différentes formes d'entailles représentées par les *fig.* 22 et 23, *Pl.* 1, il est évident que la flexion ne sera empêchée que par l'obstacle opposé par les crochets au glissement de l'une des parties sur l'autre; et quelque

perfection que l'on suppose dans l'exécution de ces entailles, il y aura toujours moins d'adhérence entre les deux parties assemblées qu'il n'y en aurait dans une poutre d'une seule pièce. On ne doit donc pas considérer les endentures comme un moyen d'augmenter la force, mais comme un assemblage qui réunit d'une manière plus intime les parties d'une poutre que l'on ne pourrait pas faire d'un seul morceau.

Nous allons étudier quelques applications des principes qui précèdent.

112. La poutre représentée (*fig.* 13 et 12 *Pl.* 6), se compose :

1° De la pièce horizontale A,A, que l'on nomme *la mèche*, et des deux pièces inclinées B,B, que l'on nomme *fourrures*. Ces dernières pièces formant arbalétriers, décomposent toutes les forces verticales en deux résultantes agissant dans la direction de la pièce horizontale qui tient lieu de tirant.

Le glissement des fourrures sur la mèche est empêché par les endentures qui existent sur les faces adjacentes de ces trois pièces ; des liens en fer ou des boulons doivent les serrer fortement les uns contre les autres.

Quelquefois on assemble les extrémités supérieures des arbalétriers dans un petit poinçon *v*, comme on le voit (*fig.* 20, *Pl.* 1) ; mais cette précaution est inutile, et puisque ces deux pièces agissent l'une sur l'autre, de manière à comprimer leurs fibres, un joint plat résistera mieux que des assemblages plus composés.

On peut aussi placer entre les deux arbalétriers une feuille mince de plomb qui, écrasée par la pression, remplira exactement le joint. La poutre représentée (*fig.* 14 et 15) est une combinaison du même genre que la précédente.

113. M. Laves, architecte du roi de Hanovre, a employé l'armature représentée (*fig.* 19). La poutre, ayant été fendue horizontalement, les deux parties, nommées *travons*, sont écartées l'une de l'autre et maintenues par des *étresillons* verticaux dans la position indiquée (*fig.* 19), ce qui forme une espèce de ferme dans laquelle la partie supérieure représente les arbalétriers, tandis que la partie inférieure est le tirant.

Le plus grand défaut de cette armature consiste en ce que la pièce verticale, qui représente le poinçon, agit perpendiculairement au tirant, de sorte qu'en augmentant les chances de rupture de cette dernière partie, on perd l'avantage résultant de la résistance opposée à la flexion par la courbure de la partie supérieure.

Dans les expériences qui ont été faites pour éprouver la force d'une pièce ainsi refendue, on n'a pas obtenu plus de force que si la pièce eût été dans son état naturel.

Il est cependant résulté de cette armature une roideur beaucoup plus considérable, ce qui provient de ce que les fibres, ayant pris avant l'expérience toute l'extension possible, étaient arrivées, par le fait même de leur écartement, dans l'état qui précède immédiatement la rupture.

114. L'armature représentée (*fig.* 20) est de l'invention de M. Lasnier, charpentier à Paris.

La poutre proposée étant sciée en trois parties, suivant deux plans verticaux parallèles à sa longueur, on a placé deux boulons aux extrémités; on a fait prendre ensuite à la pièce du milieu la courbure *aoc*, tandis que par une pression dirigée en sens contraire, les deux parties extérieures prenaient la courbure *mnn*.

Quand les trois pièces eurent atteint une courbure suffisante, on les a boulonnées au milieu de leur longueur.

Dans cette poutre, les deux pièces extérieures forment

les arbalétriers d'une ferme dans laquelle la partie du milieu est le tirant.

Pour empêcher les boulons de faire fendre le bois on a encastré dans l'épaisseur des pièces deux galets cylindriques en bois dur, projetés en points sur la *fig.* 20, et en coupe sur la *fig.* 16; la *fig.* 11 est une coupe au milieu de la longueur.

115. La poutre représentée en perspective sur la *fig.* 17 n'a pas la force que quelques auteurs lui ont attribuée; c'est pourquoi je n'ai pas cru qu'il fût utile d'en donner les projections.

Les entailles latérales n'ajoutent rien à la solidité de la poutre, et la diminuent au contraire en raccourcissant les fibres et les tranchant obliquement.

On doit donc supposer que cette combinaison n'a été indiquée par Kraft que comme un moyen de faire servir du bois trop peu épais pour faire une poutre d'une seule pièce.

M. Émy, convaincu du peu d'efficacité de ces sortes d'endentures, a conseillé de placer la pièce du milieu un peu au-dessus des deux autres, afin que les deux fourrures latérales, n'ayant rien à porter, pussent par leur roideur s'opposer à la flexion; mais il n'est pas exact de dire que, dans cette hypothèse, les fourrures latérales ne supporteront pas le plancher, puisque toutes les forces qui agiront sur la pièce du milieu se transmettront évidemment, par le moyen des boulons, sur les pièces latérales qui seront alors aussi chargées que si les faces supérieures des trois pièces étaient de niveau et qu'elles fussent également chargées par les solives du plancher.

116. Les défauts que nous venons de signaler n'existent pas dans la poutre représentée (*fig.* 21, 22 et 23). Les deux pièces A,A, formant arbalétriers, sont serrées et

maintenues fortement par des boulons entre les deux pièces horizontales B et B, ces dernières pièces sont creusées de la quantité nécessaire pour que l'on puisse y encastrer les pièces A, A, comme on le voit sur la perspective (*fig.* 23).

Poutres d'assemblages.

117. Lorsqu'on veut établir un plancher sur deux murs dont l'écartement surpasse la longueur des bois dont on peut disposer, on compose des poutres de plusieurs pièces.

La *fig.* 26 représente une poutre formée de huit morceaux de bois. La projection verticale suffit pour faire comprendre les assemblages et la fonction de chaque partie.

La pièce *m* a principalement pour but de suppléer à la perte de force provenant de l'assemblage à trait de Jupiter, qui réunit les deux parties inférieures.

Le tout doit être fortement serré par des boulons et par des chevilles dont les têtes sont marquées en hachures.

118. Les *fig.* 1, 2, 3, 4 et 5, *Pl.* 7, sont les projections horizontale et verticale de l'une des poutres de la grande salle de l'hôtel de ville d'Amsterdam.

La *fig.* 4 est une coupe par le plan vertical *pq*, et les *fig.* 1 et 2 sont les perspectives de quelques parties principales.

Cette poutre, qui a 11 mètres de longueur, est composée de 12 pièces disposées de la manière suivante :

1° Les deux pièces, désignées par la lettre A sur les *fig.* 1, 3 et 4, se rattachent l'une à l'autre au moyen d'une queue d'hironde H;

2° Deux autres pièces, désignées par la lettre B sur les

fig. 1, 2 et 4, sont assemblées au moyen de la queue d'hironde H';

3° Deux pièces, désignées par C sur les *fig.* 1, 3, 4 et 5, sont placées au-dessus des pièces A, et se rattachent par la queue d'hironde H";

4° Enfin, les deux pièces, désignées par D sur les *fig.* 1, 4 et 5, se rattachent l'une à l'autre par la queue d'hironde H'''.

Ces huit pièces, dont les faces, taillées en endentures, ne peuvent glisser les unes sur les autres, sont en outre creusées de manière à contenir quatre soliveaux, désignés sur les *fig.* 1 et 4 par la lettre S, et qui, agissant comme arbalétriers, opposent une très-grande résistance à la flexion de la poutre. D'un autre côté, les huit fourrures latérales agissent comme tirant et s'opposent à toute espèce d'écartement des arbalétriers, qui, en outre, ne peuvent ni ployer ni se rompre, puisqu'ils sont maintenus de tous côtés par les pièces de bois qui les enveloppent.

Ces douze pièces sont fortement serrées horizontalement et verticalement par des boulons, disposés comme on le voit sur les *fig.* 3 et 5.

M. Kraft avait placé au point *m* la queue d'hironde, destinée à rattacher entre elles les deux pièces C.

Je crois qu'il y a erreur de sa part, et que ce joint doit être placé comme je l'ai fait au point H", symétriquement placé par rapport à H'''.

M. Émy fait observer avec raison que les pièces C et D, agissant de manière à comprimer leurs fibres, les queues d'hironde H" et H''' sont inutiles, et qu'il vaudrait mieux les remplacer par des joints plats.

119. Les *fig.* 6, 7, 8, 9 et 10 sont les projections ho-

rizontale et verticale de l'une des poutres de la grande salle de l'hôtel de ville de Maestricht.

Le principe qui a dirigé la composition de cette poutre est le même que dans l'exemple précédent.

Les quatre soliveaux qui formaient arbalétriers sont remplacés par deux pièces S, destinées à produire le même effet. Ces deux solives ont les faces supérieure et inférieure taillées en crémaillères, et sont encastrées dans l'épaisseur des huit morceaux de bois qui, deux à deux, se projettent sur la *fig.* 9 par les lettres A, B, C, D.

Les parties supérieures des fourrures latérales sont réunis par des joints plats.

Enfin, les boulons horizontaux et verticaux complètent le système d'assemblage de toutes ces pièces.

La longueur de la poutre est de neuf mètres.

120. J'ai dû indiquer tous les moyens connus d'augmenter la force des poutres qui doivent supporter les planchers, mais il est cependant bien évident que toutes les armatures que l'on pourra imaginer ne seront jamais aussi solides que des points d'appui ou de suspension, placés le plus près possible du milieu de chaque poutre.

Ainsi, l'architecte qui sans une nécessité absolue renoncerait à ces éléments de force, ferait une faute énorme.

S'il s'agissait, par exemple, d'une salle d'exposition ou d'assemblée quelconque; si on voulait construire une salle de bal, on devrait disposer le plan de manière à obtenir, dans l'étage inférieur, le plus grand nombre de subdivisions et de compartiments possible, afin que les pilastres, les colonnes ou les murs des éparation puissent fournir autant de points d'appui pour le plancher de la grande salle que l'on voudrait construire.

4° Le *lattis* en lattes ou en planches, disposées pour recevoir les matériaux qui doivent composer la couverture.

125. Par la combinaison de toutes ces pièces, les poids seront répartis à peu près également sur tous les points d'appui.

En effet, supposons que la couverture entière (*fig.* 7) soit partagée en huit bandes égales entre elles et parallèles à la longueur du comble, le poids total sera distribué de la manière suivante : Les murs supporteront les poids des deux bandes inférieures, les pannes porteront le poids des deux bandes moyennes sur chaque pente, et les deux bandes les plus élevées seront portées par le faîtage. Mais, le faîtage et les pannes étant soutenus par le poinçon (22), il en résulte que toute la charge se décompose en deux forces verticales et parallèles agissant sur les murs.

126. Quant à la force verticale, résultant du poids de la couverture, elle se décompose en deux autres, dont une perpendiculaire à la surface du comble, est détruite par la résistance des chevrons et des pannes, tandis que la seconde est parallèle à l'inclinaison. Cette dernière force, transportée au pied des chevrons, se décompose en une force verticale détruite par le point d'appui, et, en une force horizontale ayant pour effet de pousser le mur en dehors.

127. La force, suivant laquelle la couverture tend à glisser sur les pannes, augmente avec l'angle d'inclinaison du comble, mais d'un autre côté, sa direction se rapprochant de la verticale, la poussée horizontale diminue, et l'on arrive à ce résultat, que *si deux combles ont des poids égaux, la poussée horizontale est la même, lorsque les angles d'inclinaison sont compléments l'un de l'autre.*

Cette vérité peut être mise en évidence d'une manière fort simple. En effet, supposons (*fig.* 20) que l'on ait appuyé sur un faîtage commun et inflexible, deux pans de bois inégalement inclinés, mais faisant entre eux un angle droit cxc'. Supposons de plus que les chevrons cx, $c'x$ soient de même longueur et représentons par les verticales ap, $a'p'$, les poids égaux des deux couvertures.

La force ap se décomposera suivant les deux forces aq et pq. La première représente la pression perpendiculaire aux chevrons, et la deuxième est la force qui tend à faire glisser la couverture sur les pannes. Cette deuxième force étant décomposée suivant les côtés de l'angle droit du triangle pmq, la verticale qm est détruite par le mur, et l'horizontale mp représente la poussée en dehors.

Mais, si nous faisons une construction analogue pour le comble xc', la droite $q'p'$, parallèle à ce comble, sera la force suivant laquelle la couverture tend à glisser, et l'horizontale $m'p'$ représentera la poussée qui tend à renverser le mur.

Or, si les deux pentes sont de même longueur et perpendiculaires l'une à l'autre, les deux triangles apq, $a'p'q'$ seront égaux; les côtés pq, $a'q'$ seront par conséquent égaux et parallèles, et les deux droites pm, $m'p'$, projections horizontales des lignes pq, $a'q'$ seront égales, ce qu'il fallait démontrer.

On doit conclure de là que la force qui tend à renverser les murs serait nulle, si le comble était horizontal ou vertical, et que cette poussée, au contraire, atteindrait son maximum si l'inclinaison était de 45°, parce que dans ce cas, le triangle apq, construit sur ap comme hypoténuse, serait isocèle, et sa hauteur mp serait la plus grande possible.

128. Il est bien entendu que tout ce qui précède ne s'ap-

plique qu'à la poussée qui serait exercée par la couverture si elle pouvait glisser librement sur les pannes, celle qui tend à écarter les pieds des arbalétriers, étant détruite par le tirant. Les rapports de toutes ces forces seront étudiés ailleurs, et j'en donnerai alors une discussion plus complète. Je me bornerai pour l'instant à faire remarquer que la poussée, exercée sur les murs par les chevrons, pourra toujours être facilement détruite, soit en rapprochant les fermes, soit en augmentant l'équarrissage des sablières.

129. Nous avons supposé que les chevrons pouvaient glisser librement sur les pannes et sur le faîtage; mais le frottement diminuera considérablement cet effet lorsque surtout le comble sera très-surbaissé; il est d'ailleurs facile de prévenir toute espèce de mouvement en arrêtant les chevrons sur le faîtage ou sur les pannes par des chevilles ou des entailles peu profondes qui n'ôteraient rien à leur force, puisque ces entailles correspondraient aux pannes.

130. Si les chevrons étaient solidement attachés entre eux au-dessus du faîtage (*fig.* 2 et 11) par des chevilles ou par des ferrures, les deux forces pq, $p'q'$ (*fig.* 20) seraient détruites. Quant aux forces aq, $a'q'$, elles tendraient à fermer l'angle du sommet comme les feuilles d'un carton ou d'un livre, et sans la résistance opposée par les pannes, elles auraient pour effet de pousser les murs en dedans.

CHAPITRE V.

FERMES.

131. Les fermes étant destinées à soutenir le faîtage, les pannes, et par conséquent le poids entier de la couverture, on ne saurait apporter trop de soin dans leur composition.

Nous avons déjà exposé au numéro 16 les principes généraux qui doivent diriger dans cette étude, et nous allons tâcher de rendre cette théorie aussi complète que possible.

132. La pente qui convient à un comble dépend de la charge plus ou moins forte qu'il doit supporter. Il faut donc donner plus de pente à ceux qui doivent être couverts en matériaux d'un grand poids

Dans les climats septentrionaux on donne plus de pente aux combles, afin qu'ils puissent résister plus facilement au poids de la neige, et en faciliter la chute au moment du dégel.

Cependant, il faut remarquer, que si un comble très-élevé soutient mieux le poids de la neige, il est plus exposé à être renversé par le vent.

133. Nous avons vu (18) que la ferme la plus simple se compose de deux arbalétriers et d'un tirant. Le triangle formé par cette combinaison serait invariable de forme, et suffirait dans tous les cas, si aucune des trois pièces ne pouvait ployer ou se rompre, mais il n'en est pas ainsi; le tirant, placé dans une position horizontale, fléchirait

inévitablement s'il n'était soutenu par suspension, au moyen de l'étrier en fer qui termine la partie inférieure du poinçon (*fig.* 7, *Pl.* 8).

134. Les liens *zx* ont pour but de soutenir les arbalétriers et de les empêcher de céder sous le poids de la couverture. La position de ces liens n'est pas indifférente, ils doivent soutenir les arbalétriers le plus près possible des points où aboutissent les pannes.

135. Quelquefois (*fig.* 9), au lieu des liens dont nous venons de parler, on place une pièce horizontale *ac*, nommée *entrait*, soutenue par deux *sous-arbalétriers au*, *co*. Ces trois pièces, avec le tirant, forment un trapèze dont les angles supérieurs doivent être le plus près possible des points où aboutissent les pannes.

Si le tirant n'était pas soutenu il devrait être armé, ou du moins il faudrait lui donner un plus fort équarrissage.

136. Si la ferme a une grande portée, il faut soutenir le tirant par un étrier ou par une tringle *mn*, attachée à l'extrémité inférieure du poinçon.

137. Si on veut, au contraire, conserver libre l'espace qui est au-dessous de l'entrait (*fig.* 4), on place les poinçons *ax*, *cz*, terminés à leurs parties inférieures par des étriers qui soutiennent le tirant.

On peut attacher solidement les poinçons aux arbalétriers par des liens en fer, représentés en perspective et en projection sur les *figures* 17, 18, 22 et 23.

138. On augmenterait beaucoup la force de la ferme précédente en remplaçant les trois poinçons par des moises

pendantes *ac*, *vu*, *zx* (*fig.* 13 et 12). On éviterait de cette manière les coupes obliques résultant de l'assemblage des poinçons avec l'entrait et les sous-arbalétriers.

139. S'il n'existait aucune raison pour conserver l'espace rectangulaire qui est au-dessous de l'entrait, on pourrait y placer (*fig.* 6) une croix de Saint-André, dont les deux parties entaillées à mi-bois, pourraient avoir leurs points d'appui sur le tirant, pourvu que ce soit le plus près possible des moises pendantes.

Toutes les pièces de cette ferme sont disposées de manière à former des points d'appui au-dessous de chacune des deux rangées de pannes établies sur les pentes du comble.

140. La ferme représentée par la *fig.* 14, aurait une très-grande force. Par l'addition des deux arbalétriers auxiliaires *zx*, *vu*, on aura en quelque sorte une ferme double, dont toutes pièces seront solidement reliées par les trois moises *ac*, *mp*, *nq*, qui partagent les arbalétriers en parties égales.

141. Le même système est appliqué à la ferme représentée (*fig.* 16), dans laquelle il y a deux rangées de pannes, situées aux points qui partagent chacun des arbalétriers en trois parties égales. Toutes les pièces sont reliées par cinq moises, dirigées de manière que les deux moises les plus voisines du faîtage partagent le tirant en trois parties égales.

Les arbalétriers auxiliaires ont principalement pour but de décomposer toutes les poussées en deux forces horizontales agissant suivant la longueur du tirant.

142. La ferme représentée (*fig.* 21), est une application modifiée du principe précédent. Chaque panne cor-

respond à un poinçon, à l'exception des premières sur chaque pente, qui sont suffisamment soutenues par les doubles arbalétriers. On pourrait d'ailleurs, si le comble avait une très-grande portée, ajouter les pièces horizontales indiquées par des points sur la figure.

143. En général, on peut rapporter la composition des fermes à deux systèmes principaux.

Dans le premier, le triangle formant le contour de la ferme, est décomposé en d'autres triangles plus petits dont les côtés sont autant que possible parallèles aux arbalétriers, aux poinçons ou au tirant.

Dans le second, la plus grande partie des pièces de bois qui composent la ferme, concourent vers les deux extrémités du tirant.

Quel que soit le système que l'on adoptera, on pourra toujours obtenir autant de force que l'on voudra, en plaçant des pièces de bois partout où il y aura quelque effort à détruire.

La forme triangulaire des fermes étant invariable par elle-même, il ne reste plus, lorsqu'on a déterminé l'inclinaison des pentes, qu'à rechercher pour chaque pièce :

1° *Quels sont les points les plus exposés à la rupture ou à la flexion.*

2° *Quelle est la direction et l'intensité des forces qui peuvent occasionner cette rupture.* Et lorsque ces deux causes de destruction seront reconnues, il sera facile de les faire disparaître par l'addition de nouvelles pièces suffisamment fortes et convenablement dirigées.

Ainsi, par exemple, les poinçons étant sollicités par des forces qui tendent à allonger leurs fibres, sont toujours placés dans la position la plus favorable, et leur épaisseur

dépendra de la dimension et du nombre des mortaises qu'il est nécessaire d'y creuser pour l'assemblage des arbalétriers, des liens et des faîtages.

Les tirants et entraits au contraire, étant toujours horizontaux, sont placés dans la position la plus défavorable que l'on puisse donner à une pièce de bois. C'est pourquoi il faut éviter avec soin toutes les pressions verticales qui pourraient agir sur eux à une distance un peu grande des points d'appui. On devra, au contraire, profiter de toutes les occasions de les rattacher par suspension, à quelques parties supérieures de l'édifice; et lorsqu'il sera impossible de recourir à ces moyens, on établira en dessous quelques soutiens le plus rapprochés qu'il sera possible, du point qui est le plus exposé à la rupture.

Si on ne considère que la direction, les arbalétriers moins favorablement placés que le poinçon, seraient cependant mieux disposés que le tirant, pour résister à la rupture Mais le poids quelquefois énorme de la couverture doit appeler toute l'attention du constructeur sur ces deux pièces, qui, par la nature de leurs fonctions, deviennent, après le tirant, les parties les plus essentielles d'une ferme.

Il est donc nécessaire de les soulager par un nombre suffisant de points d'appui, qui permettent de distribuer à peu près également le poids de la couverture. Ces points d'appui, correspondants aux pannes, doivent par des liens ou contre-fiches, se reporter sur les poinçons, et ces dernières pièces rattachées aux arbalétriers, ne doivent dans aucun cas s'appuyer sur le tirant.

Nous allons continuer cette étude, par l'examen de quelques fermes remarquables, soit par leur grande portée, soit par quelques-unes des dispositions particulières exigées par la nature des bâtiments qu'elles sont destinées à couvrir.

144. La ferme représentée *fig.* 8, *Pl.* 9, est disposée de manière à conserver un espace A, destiné à l'emplacement d'un vaste grenier.

145. Dans la ferme 10, le tirant est suspendu en trois points; par autant de poinçons entre lesquels on a réservé les espaces B. et B'.

146. La *fig.* 2, représente une des fermes du comble de la basilique de Saint-Paul de Rome. Le tirant est soutenu au milieu par un mur M, de 1 *mètre* 14 *centimètres* d'épaisseur, les espaces à couvrir de chaque côté de ce mur, sont de 11 *mètres* 61 *centimètres* de largeur.

147. La ferme (*fig.* 4), appartient au comble de la même église, elle est beaucoup plus ancienne que la précédente, et n'est pas comme elle, soutenue au milieu de sa longueur, de sorte que l'espace entre les murs est de 23 *mètres* 88 *centimètres*. Chaque ferme de cette partie du comble, se compose de deux fermes égales et parallèles, éloignées l'une de l'autre de 38 *centimètres*.

La *fig.* 3 est une coupe par un plan M N, perpendiculaire à la direction des tirants. Ces deux pièces, sont soutenues par une forte cheville carrée en bois dur, *a*, qui traverse la partie inférieure d'une aiguille pendante *c*, retenue entre les poinçons *p*, *p*, des deux fermes jumelles par une cheville *a'* (*fig.* 4, 3 et 1). Quatre autres poinçons auxiliaires, projetés 2 à 2 par la lettre O, soutiennent les tirants par le moyen des étriers (*fig.* 3, 4 et 5).

Rondelet fait observer avec raison, que ces poinçons ne sont pas attachés avec assez de solidité, pour que leur puissance soit bien énergique. On remédierait à cet inconvénient, en soulageant les assemblages par des armatures

en fer, semblables à celles que nous avons indiquées (*fig.* 17, 18, 22 et 23, *pl.* 8).

On pourrait aussi remplacer chaque couple de poinçon par un seul, qui serait maintenu entre les arbalétriers des deux fermes comme entre deux moises; les étriers *m* seraient alors remplacés par des chevilles semblables à celles qui terminent la partie inférieure de l'aiguille pendante *c*.

Enfin on pourrait remplacer les poinçons par deux moises *m*, *m* (*fig.* 6, 11 et 12), entre lesquelles serait une pièce de fonte A, formant une double mortaise, dans laquelle s'assemblerait l'entrait B et le sous-arbalétrier *c* (*fig.* 11).

Rondelet indique une cheville *a''* (*fig.* 3) qui traverse l'aiguille *c*, en s'appuyant sur la face supérieure de l'entrait. Il y a évidemment ici une faute du constructeur ou du dessinateur, car l'entrait étant dans les mêmes conditions d'équilibre que le tirant, on devait éviter de faire agir aucune espèce de force perpendiculairement à sa longueur. Il aurait fallu employer quelque autre moyen plus efficace de soutenir la clef pendante *c*, et placer au contraire, au-dessous de l'entrait, la cheville *a''* que, d'après Rondelet, j'ai cru devoir laisser au-dessus.

Malgré les défauts que je viens de signaler, cette double ferme possède une force immense, qui provient surtout du fort équarrissage des bois qui entrent dans sa composition.

En effet, les arbalétriers ont 55 *centimètres* sur 38 d'équarrissage, les sous-arbalétriers ont 35 *cent.* sur 33; l'entrait, 38 cent. sur 32.

Les pannes sont soutenues par des tasseaux communs aux deux fermes et servant à maintenir leur écartement.

148. Il ne faut pas croire qu'il suffise toujours d'augmenter la grosseur des bois pour obtenir plus de force. Une charpente trop lourde fatiguerait beaucoup les murs qui doivent la soutenir; ce qui, par conséquent, nuirait à la solidité de l'édifice, en faisant perdre d'un côté ce que l'on aurait gagné de l'autre. Il est évident que la direction donnée à une pièce de bois contribuera plus que sa grosseur à augmenter sa résistance. Il faut donc s'appliquer à reconnaître quelles sont les pièces les plus exposées à la fatigue, et les fortifier par des pièces auxiliaires convenablement dirigées.

149. La *figure* 22 est un projet de l'une des fermes destinées à couvrir un manége qui devait être construit à Moscou. La portée de cette ferme était de 78 mètres; ce projet n'a pas reçu d'exécution, et n'aurait probablement pas réussi, parce que le tirant, composé d'un seul cours de poutres assemblées à trait de Jupiter, était loin d'avoir la force nécessaire pour résister à l'énorme poussée provenant du poids de la couverture.

On ne pourrait donc espérer quelque succès dans l'exécution d'une ferme d'une aussi grande portée qu'en augmentant considérablement la force du tirant.

La *figure* 9 est la coupe de l'une des lanternes qui devaient éclairer l'intérieur du manége.

150. La *figure* 23 est l'une des 32 fermes de 49 *mètres* de portée exécutées à Moscou pour soutenir le comble d'une salle d'exercice. Les clefs des traits de Jupiter formant les assemblages des poutres qui composaient le tirant, s'étant écrasées dans les épreuves auxquelles avaient été soumises deux fermes d'essai, l'auteur, M. de Betancourt, adopta l'assemblage représenté (*fig.* 13). Les poutres, réunies bout à bout, sont liées par des bandes de fer

coudées *n*, *n*, serrées avec des boulons comme le seraient deux moises.

Le tirant est soutenu par sept paires de moises formant poinçon. Les moises *m*, *m* (*fig.* 20 et 21) sont réunies deux à deux par le moyen d'une pièce de fonte A, représentée en projection sur les *fig.* 16, 17, 20, 21, et en perspective sur les *fig.* 14 et 15. La pièce A et les moises *m* sont reliées par deux agrafes B (*fig.* 18, 19, 20 et 21), et par quatre boulons horizontaux dont les places sont faciles à reconnaître sur les *figures* 21, 19 et 16.

151. La *Pl.* 10 contient plusieurs exemples de fermes dans lesquelles on s'est proposé de réserver de grands espaces destinés à des magasins ou à des ateliers.

152. La *figure* 1re, par exemple, se compose d'une ferme triangulaire *bcd*, soutenue à droite et à gauche par les deux jambes de force *av*, *cu*. La pièce horizontale *bd* se nomme ordinairement *entrait;* mais il vaudrait mieux lui conserver le nom de tirant, puisqu'il est évident qu'elle en remplit les fonctions, qui consistent à empêcher l'écartement des arbalétriers. Les pieds des jambes de force sont assemblés dans la pièce horizontale *vu*.

Ce deuxième tirant est d'un équarrissage beaucoup plus fort que le premier; d'abord parce qu'il n'est retenu par aucun poinçon, ensuite parce qu'il est souvent employé comme poutre pour soutenir les solives d'un plancher. Dans ce cas, il est utile d'augmenter sa force par des armatures.

La roideur des jambes de force *av*, *cu* est maintenue par les *aisselliers zx* et par les deux pièces horizontales *m;* ces pièces, nommées *blochets*, sont assemblées avec les sablières.

153. Dans la ferme représentée, *fig.* 3, les arbalétriers sont prolongés jusqu'aux blochets qui remplacent ici le tirant. Les blochets sont attachés solidement aux jambes de force, et ces deux pièces, beaucoup plus longues que dans l'exemple précédent, remplissent les fonctions de sous-arbalétriers.

Les jambes de force combinées avec le tirant inférieur, forment en quelque sorte une seconde ferme inscrite dans la première, et supportant par conséquent la plus grande partie de son poids, ainsi que celui de la couverture. Les forces horizontales qui tendent à écarter les arbalétriers de la ferme supérieure, sont transmises par les blochets aux arbalétriers de la ferme inférieure, et l'action qui tend à écarter ces deux dernières pièces est détruite par le tirant, dont les extrémités sont scellés dans les murs.

154. La ferme représentée (*fig.* 5), se nomme *mansarde;* elle doit son nom à l'architecte Mansard, qui en est l'auteur. Ce qui la distingue particulièrement c'est la brisure du comble aux points *m* et *n*.

Les pannes correspondantes à ces deux points se nomment, pour cette raison, *pannes de brisis*.

155. La ferme représentée (*fig.* 7), appartient à un comble circulaire. Les arbalétriers et les jambes de forces sont doublées par des pièces arrondies extérieurement, suivant la courbure du cintre, et destinées à soutenir les pannes

156. Les *fig.* 9 et 11 ne diffèrent de la ferme précédente que par la courbure extérieure du comble.

157. En comparant les différents exemples de fermes que nous avons étudiés jusqu'à présent, on reconnaîtra

facilement les efforts successivement tentés par les constructeurs, pour débarrasser, autant que possible, l'intérieur de la ferme et utiliser l'espace occupé par le comble. C'est encore dans ce but et pour augmenter en hauteur la capacité principale du bâtiment, que l'on a cherché à composer des fermes sans tirant. Mais si l'on a compris combien cette pièce est nécessaire pour empêcher l'écartement des arbalétriers, on concevra facilement qu'il n'est possible de la supprimer qu'en la remplaçant par quelque force équivalente. Ainsi, pour qu'il soit permis de supprimer le tirant d'une ferme, il est évident que les murs doivent être maintenus en dehors par des contreforts qui rendent leur écartement impossible. Il faut surtout diminuer le poids de la couverture, et dans tous les cas on doit chercher, par tous les moyens possibles, à empêcher l'angle au sommet de s'ouvrir.

158. La *fig.* 2 a pour but de produire cet effet, les triangles *amp*, *anq* sont invariables dans leur forme, et ne pourraient tourner autour du point *a*, qu'en arrachant les points *m* et *n*.

Ces sortes de fermes sont ordinairement employées à couvrir des hangars provisoires de petite dimension, et dont la couverture est très-légère; malgré cela, il sera toujours plus prudent d'ajouter, suivant la ligne *vu*, des moises formant entraits, et de les placer de manière que les extrémités correspondent aux pannes. On pourra toujours, en élevant un peu les murs, regagner en élévation l'espace intercepté par ces deux pièces auxiliaires.

159. Lorsque l'écartement des murs est considérable, il faut augmenter la force et surtout la roideur des pièces de bois; ce que l'on obtient facilement (*fig.* 6) en les reliant entre elles par des moises dirigées toujours, autant

que possible, vers les points où les arbalétriers sont chargés par les pannes.

160. Les *fig.* 4, 8 et 10 indiquent plusieurs manières de combiner les différentes pièces d'une ferme avec celles qui forment le cintre d'une voûte intérieure.

161. Nous n'avons parlé jusqu'ici que des fermes perpendiculaires à la longueur d'un bâtiment; mais on donne en général le nom de ferme à tout espèce de pan de bois vertical destiné à soutenir le comble.

Ainsi, les *fig.* 3 et 4, *Pl.* 11, sont les deux projections d'une *ferme sous faîte;* elle se compose du faîte ou faîtage *ac*, *a'c'* des poinçons *p* et des liens ou *aisselliers z*, qui, assemblées dans les poinçons, contribuent à soutenir le faîtage. La *fig.* 3 est une coupe par le plan vertical *gγ*; et la *fig.* 5 représente l'une des fermes transversales projetée sur un plan *νu*, que l'on aurait rabattu en *uν'* en le faisant tourner autour de la verticale projetante du point *u*.

162. Le bâtiment est terminé à gauche par un plan incliné *kh*, perpendiculaire au plan vertical de projection. La combinaison de ce plan avec le prolongement des deux faces inclinées du comble, forment ce qu'on appelle une *croupe droite*.

L'ensemble des pièces de charpente formant la croupe, peut être considérée comme une pyramide quadrangulaire, ayant pour sommet le point *a* (*fig.* 4), et dont les faces seraient :

1° La ferme verticale projetée en plan par la droite *mn*;
2° Le triangle rectangle *amr*;
3° Le triangle rectangle *ans*;
4° Le triangle isocèle *ars*.

Indépendamment de la demi-ferme *ae*, que l'on nomme *demi-ferme de croupe*, les deux demi-fermes *ar*, *as*, se nomment *demi-fermes arêtières*, parce qu'elles forment les arêtes de la croupe.

163. Les chevrons qui recouvrent les arbalétriers des deux demi-fermes arêtières, se nomment *arêtiers*, parce que leurs faces extérieures, situées dans les faces correspondantes de croupe et de long pan, forment par leur rencontre l'arête saillante de la pyramide.

164. Lorsque la croupe a pour base un quadrilatère irrégulier *mrsn* (*fig.* 11), on lui donne le nom de croupe biaise.

165. Il arrive souvent (*fig.* 6) qu'au lieu de faire une croupe, on termine le bâtiment par un mur, nommé *pignon*, que l'on élève jusqu'au faîtage en lui donnant la forme triangulaire d'une ferme.

166. D'autre fois, on prolonge jusqu'au faîtage, quelques-uns des murs de refend dans lesquels on réserve des portes destinées à établir les communications entre les greniers.

167. Si le comble du bâtiment n'a qu'une pente, on lui donne le nom d'*appentis* (*fig.* 1). Dans ce cas, les fermes sont des triangles rectangles, dont l'hypoténuse forme l'arbalétrier; le côté horizontal de l'angle droit forme le tirant, et le côté vertical est appuyé contre un mur qui remplace ici la ferme sous-faîte.

168. Le comble du pavillon carré projeté (*fig.* 8 et 9) est une pyramide quadrangulaire. Deux fermes princi-

pales *mn*, *rs*, ayant un poinçon commun, correspondent aux deux diagonales du plan et forment les arêtes de la pyramide. C'est pour cela qu'on les nomme *fermes arêtières*.

Quatre autres demi-fermes perpendiculaires aux murs, et aboutissant aux points *a*, *u*, *c*, *v*, viennent s'assembler dans le même poinçon. La pyramide qui forme ce comble est évidemment double de celle qui a pour base le rectangle *mrsn* (*fig.* 4).

169. Si l'espace à couvrir avait la forme d'un hexagone (*fig.* 15), la charpente du comble se composerait de trois fermes ou six demi-fermes arêtières, dirigées suivant les diagonales du plan; toutes ces fermes auraient le même poinçon, coïncidant avec l'axe de la pyramide.

170. Si les côtés du polygone sont très-grands, on ajoutera six autres demi-fermes, aboutissant au milieu de la longueur de chaque mur.

171. Pour aérer un bâtiment, on donne souvent au comble la forme d'une pyramide tronquée *acmn* (*fig.* 16 et 17).

Les angles du quadrilatère *aa cc*, formant la base supérieure du tronc de pyramide, sont occupés par quatre poinçons dans chacun desquels viennent s'assembler trois demi-fermes; savoir, la demi-ferme arêtière *am*; puis, deux autres demi-fermes *av*, *au*, perpendiculaires aux faces des murs pricipaux.

L'écartement des poinçons *aa*, *cc*, est maintenu par des liernes et des croix de Saint-André, indiquées en projections et en coupe sur la *fig.* 16.

Ces quatre poinçons, prolongés au-dessus du comble,

deviennent les poteaux d'angles d'un petit pavillon carré, analogue à celui qui est représenté *fig.* 8 et 9.

La *fig.* 17 ne contient que la moitié de la projection horizontale du pavillon, le reste a été supprimé, afin de faire voir la place des poinçons.

172. Le comble représenté (*fig.* 12 et 13), ne diffère du précédent que par la forme du plan qui est rectangulaire au lieu d'être carré.

Les poinçons a, u, c du comble principal sont au nombre de six, les liernes et les croix de Saint-André, qui relient ces poinçons entre eux, forment quatre pans de bois verticaux qui supportent le comble supérieur.

CHAPITRE VI.

ÉPURES D'ASSEMBLAGES.

173. La solidité d'un édifice en bois dépend beaucoup de la précision avec laquelle les pièces sont réunies entre elles. La forme des coupes est déterminée par la direction des forces qui agissent sur les diverses parties du bâtiment.

174. La direction de ces forces étant reconnue, il reste encore à faire deux opérations essentielles :

1° Déterminer pour chaque pièce le mode d'assemblage qui lui convient le mieux ;

2° Tracer sur les pièces de bois toutes les coupes nécessaires.

175. Le tracé des assemblages se fait ordinairement dans le chantier, sur les pièces elles-mêmes, auxquelles on donne une position analogue à celles qu'elles doivent

occuper dans l'édifice. Nous parlerons plus tard de la manière d'exécuter cette partie du travail; mais pour que le charpentier soit en état de tracer les pièces nombreuses qui doivent faire partie d'un bâtiment, il faut qu'il se soit exercé par l'exécution d'un certain nombre d'épures, à déterminer les différents assemblages qui conviennent le mieux dans chaque cas.

176. Dans *ces épures d'études*, faites ordinairement sur une planche à dessin peu étendue, il est impossible, et il n'est pas nécessaire, de conserver aux pièces de bois une longueur proportionnelle à leur équarrissage. On augmente, au contraire, beaucoup la grosseur des pièces représentées, afin qu'il y ait moins de confusion dans les lignes qu'il est nécessaire de tracer pour la détermination de toutes les coupes. La construction de ces lignes, est une application du principe des projections, et je suppose qu'avant d'entreprendre cette étude, le lecteur est familiarisé avec les premiers éléments de la géométrie descriptive. Je l'engage surtout à relire avec attention tout ce qui se rapporte à la projection des polyèdres, à leur section par des plans, ainsi qu'à leur pénétration réciproque.

Pour comprendre tous les détails des épures que nous allons expliquer, il faut se rappeler, surtout, que la géométrie descriptive a principalement pour but de décrire les corps et de les exécuter. Or, lorsque l'on décrit un objet pour en faire comprendre toutes les parties, on est quelquefois obligé de le dessiner en raccourci, et de le projeter dans toutes sortes de positions plus ou moins inclinées dans l'espace; mais, lorsque le dessin que l'on fait est destiné à l'exécution, on doit prévoir le moment où il faudra prendre sur l'épure, les dimensions véritables de l'objet que l'on veut construire, pour rapporter ces dimensions sur les maté-

riaux. C'est pourquoi, lorsqu'il s'agit de polyèdres, on doit toujours choisir les plans de projections parallèles au plus grand nombre d'arêtes; et lorsque l'ensemble du projet contient beaucoup de pièces dirigées dans le même sens, il faut recourir à des projections auxiliaires, parallèles à chacune des pièces inclinées que l'on veut construire.

Ainsi, les opérations graphiques nécessaires pour résoudre la question proposée, sont de deux espèces. Les unes ont pour but l'étude du projet et la détermination de toutes les pièces qui doivent entrer dans sa composition; les autres sont destinées à faire connaître la longueur et la direction de toutes les coupes qui doivent être tracées sur le bois.

Croupe droite.

177. Nous commencerons la série des épures d'études par celle qui contient les détails nécessaires pour exécuter toutes les parties d'une *croupe droite.*

Nous avons dit, au numéro 162, quelles sont les diverses pièces qui entrent dans la composition de cette partie d'un comble. Nous allons actuellement étudier chacun des assemblages en particulier.

178. *Enrayure.* La *fig.* 1, *Pl.* 12, est la projection horizontale de l'*enrayure* ou *plate-forme*. C'est une espèce de plancher ou pan de bois horizontal, formé par les tirants de toutes les fermes ou demi-fermes, qui viennent se réunir autour d'un poinçon commun P.

179. La pièce désignée sur la figure par deux lettres A est le tirant de la *ferme de long pan*, la même pièce est représentée, en projection verticale, sur la *fig.* 5, par les lettres A'.

La face verticale A',A', contient *cinq mortaises;* deux d'entre elles, situées aux extrémités, sont destinées à recevoir les tenons des sablières E, E, (*fig.* 1 et 6). Pour éviter la confusion des lignes, ces deux mortaises n'ont été indiquées par des points que sur la figure 1.

La mortaise, située au milieu du tirant A',A' (*fig.* 5), est destinée à recevoir le tenon de la pièce horizontale B (*fig.* 1). Cette pièce, qui est le tirant de la *demi-ferme de croupe*, est désignée par la même lettre B' sur la *fig.* 14.

Enfin, les deux mortaises désignées sur la figure 5 par les lettres M', M', sont destinées à recevoir les tenons des deux pièces obliques, désignées par la lettre D, sur les *fig.* 1 et 6, et par la lettre D' sur la *fig.* 2.

Ces deux pièces, nommés *goussets*, sont parallèles aux diagonales de chacun des deux rectangles, formant les parties vides de l'enrayure.

180. La pièce B, que nous avons nommée tirant de demi-ferme de croupe, et qui est représentée en projection horizontale sur la figure 1 et en projection verticale sur la figure 14, contient deux mortaises sur chacune de ses faces verticales. Les mortaises des extrémités sont destinées à recevoir les tenons des sablières, désignées par la lettre F, sur les figures 1 et 6.

Les deux autres mortaises, désignées sur la figure 14 par la lettre N', sont destinées à recevoir les tenons des deux goussets D, D' (*fig.* 1, 2 et 6).

181. Les *goussets* ont pour but de soutenir une pièce désignée par les lettres C,C',C'',C''', sur les figures 1, 6, 10, 12 et 2. Cette pièce, nommée *coyer*, remplit les fonctions de *tirant*, à l'égard de la *demi-ferme arétière*, représentée en projection verticale sur la *fig.* 10.

Chaque coyer contient deux mortaises, destinées à recevoir les tenons des sablières désignées par les lettres E, F sur les *fig.* 1 et 6.

Ainsi, la ferme de long pan, la demi-ferme de croupe et les deux demi-fermes arêtières ont un poinçon commun P.

Le tirant de la demi-ferme de croupe s'assemble par un tenon dans le tirant de la ferme de long pan, et le coyer ou tirant de la demi-ferme arêtière s'assemble dans le gousset, qui est assemblé lui-même par deux tenons obliques dans les tirants des fermes de long pan et de croupe.

182. La *figure* 1 fait suffisamment voir comment toutes les pièces de l'enrayure sont assemblées entre elles. Il nous reste à expliquer la destination de toutes les mortaises creusées dans les faces supérieures de ces pièces.

Le rectangle P, qui est au milieu du tirant A, A, est la projection horizontale du poinçon commun aux fermes de long pan, de croupe et arêtières.

Les deux mortaises creusées aux extrémités et dans la face supérieure de la pièce A,A (*fig.* 1), sont destinées à recevoir les tenons des deux chevrons G,G', G'',G''' (*fig.* 6, 5, 7 et 3).

Des mortaises analogues sont creusées aux extrémités des pièces B et C (*fig.* 1). La première est destinée à recevoir le tenon qui termine le pied du chevron H, H' (*fig.* 6 et 14); la seconde est destinée au tenon du pied de l'arêtier, désigné par les lettres I,I',I'' sur les *fig.* 6 et 10.

Les figures rectangulaires, désignées par des hachures sur les sablières E,F (*fig.* 1), sont les *cuvettes* ou *embrèvements* destinées à recevoir dans toute leur épaisseur les pieds des chevrons de long pan et de croupe.

Ces pièces, désignées par les lettres K,K',K'',K''', L,L',L'',L''', sur les figures 6, 5, 7, 14 et 3, prennent le nom d'*empanons;* elles diffèrent essentiellement des chevrons de long pan, en ce que ces derniers sont appuyés sur le faîtage ou assemblés dans les poinçons des fermes, tandis que les empanons, coupés obliquement, sont assemblés dans les faces latérales des arêtiers.

La *figure* 6 est la projection horizontale de la croupe et d'une partie du comble.

La *figure* 5 est la projection de la ferme de long pan.

Le but proposé par cette première épure, étant principalement de faire comprendre la disposition principale des opérations graphiques, au moyen desquelles on détermine toutes les coupes, on a du choisir d'abord un exemple très-simple; c'est pourquoi la ferme représentée sur la *figure* 5 ne contient pas d'arbalétriers. Ces deux pièces étant remplacées ici par les deux chevrons G,G' auxquels on peut souvent donner une force suffisante.

La *figure* 14 est la demi-ferme de croupe, et la *figure* 10 représente la demi-ferme arêtière, projetée sur un plan parallèle à la direction de ses pièces principales.

183. *Construction de l'épure.* La projection horizontale de l'espace à couvrir étant donnée, ainsi que la hauteur du comble, on tracera sur la *figure* 6 :

1° Les droites a'—a, qui sont les traces horizontales des deux plans S$a'a$, qui contiennent les deux faces extérieures des longs pans;

2° La droite a—a, qui est la trace horizontale du triangle isocèle incliné, qui forme la face extérieure de la croupe.

3° La droite hq (*fig.* 5) exprimera l'épaisseur que l'on veut donner aux chevrons de long pan, et par le point q

on construira la droite C*o'* qui sera la trace verticale de la face intérieure de long pan. La trace horizontale de ce plan sera la droite *o'*,*o*, dont la rencontre avec la diagonale P*a* déterminera le point *o*, et la droite *oo* sera la trace horizontale de la face intérieure de croupe.

L'épaisseur des chevrons étant donnée sur la *fig.* 5, par la petite droite *hq*, il s'agit actuellement de déterminer la largeur et le plan de chaque pièce.

184. La simplicité des coupes, dans les assemblages, est une des conditions essentielles de la solidité; c'est pourquoi il faut chercher à obtenir le plus de régularité possible aux points où les pièces de bois viennent se réunir. Pour atteindre ce but, il faut suivre un ordre qui permette de déduire les opérations successives comme conséquences les unes des autres.

Ainsi, la lettre P étant la projection horizontale de l'axe du poinçon, on tracera les droites P*b*, P*a*, P*e*. Ces droites, au nombre de cinq, détermineront les directions des deux chevrons de longs pans, du chevron de demi-ferme de croupe, ainsi que des deux pièces de bois qui forment les angles de la croupe, et qui, pour cette raison, prennent le nom d'*arêtiers*.

On donnera aux chevrons G,H, la largeur que l'on jugera la plus convenable, suivant la nature du projet, et l'on fera ensorte que l'angle du poinçon soit situé dans le plan vertical qui contient l'arête de croupe P*a*. L'arêtier est un prisme pentagonal qui a pour section horizontale le pentagone *anzxu* (*fig.* 6).

L'arrête P*a* correspondant au point *a* forme l'angle saillant de la croupe. La face qui contient le côté *an* est située dans le prolongement du long pan S*a' a*, tandis que la face *au* appartient à la face extérieure de croupe.

Les deux faces qui contiennent les côtés *nz*, *ux*, sont

verticales et leurs traces horizontales, *nv*, *ur*, déterminent la largeur de l'arêtier. Enfin, la cinquième face a pour trace horizontale la droite *zx* perpendiculaire aux deux faces verticales de l'arêtier.

185. *Dévoyer l'arêtier*. Si la moitié du plan de la croupe était un carré, ou, en d'autres termes, si la distance *ab* était égale à *ae*, la ligne P*a* partagerait en deux parties égales l'angle *bae*, que font entre eux les deux murs, et dans ce cas, il suffirait de porter de chaque côté de la droite P*a*, et sur une perpendiculaire à cette ligne, la moitié de la largeur que l'on voudrait donner à la pièce de bois qui doit former l'arêtier. Mais les deux côtés *ab*, *ae* du rectangle *ab* P*e*, n'étant pas égaux, la diagonale P*a* ne partage pas l'angle *bae* en deux parties égales, et si l'on plaçait l'arête P*a* au milieu de l'épaisseur de l'arêtier, les arêtes correspondantes aux angles *n*,*u*,*z*,*x*, ne seraient pas situées dans les plans qui forment les faces supérieures ou inférieures du comble; ou bien, *figure* 13, la face inférieure *zx* de l'arêtier, ne serait pas perpendiculaire aux faces latérales, ce qui forcerait à diminuer l'épaisseur, et par conséquent la force de la pièce de bois.

Pour éviter cette irrégularité, on pourra opérer de la manière suivante :

1° Sur une droite *a*X, perpendiculaire à l'arête P*a*, *figure* 6, on portera la distance *am* égale à la largeur de la pièce de bois qui doit former l'arêtier.

2° On tracera *mn* parallèle à la droite *ae*, qui est la trace horizontale de face extérieure de la croupe.

3° L'intersection de *mn* avec la droite *ab* qui est la trace horizontale de la face extérieure de long pan déterminera le point *n*, par lequel on tracera la droite *nu* perpendiculaire à la projection de l'arête P*a*; le point *u* déterminera la face verticale *ur*, et par conséquent l'arête du point *x*.

Les points x et z seront déterminés par la rencontre des faces verticales nv, ur, avec les droites oo', oo qui sont les traces horizontales des faces intérieures de long pan et de croupe.

Lorsque l'on a terminé les opérations précédentes, on dit que l'arêtier est *dévoyé*.

186. Le plan vertical nv, qui forme l'une des faces latérales de l'arêtier et le plan vertical tv, qui contient l'une des faces latérales du chevron de long pan, se rencontrent suivant une droite verticale qui a pour projection horizontale le point v.

Le point qui contient la verticale du point v et l'axe P, du poinçon forment une facette verticale suivant laquelle l'arêtier s'appuie contre le chevron de long pan. Cette facette Pv, commune aux deux pièces de bois, se nomme *face de déjoutement*.

Une seconde face Pr, analogue, mais plus petite, existe de l'autre côté de l'arêtier; elle est déterminée comme la précédente par l'axe P du poinçon, et par la verticale r, provenant de l'intersection des deux plans verticaux ur, ir, qui forment les faces latérales de l'arêtier et du chevron H de la demi-ferme de croupe.

187. Si l'on faisait un tenon à l'extrémité supérieure de l'arêtier, il faudrait creuser une mortaise correspondante dans le poinçon, qui est déjà trop affaibli par les mortaises destinées aux tenons du faîtage et des chevrons de long pan et de croupe. D'ailleurs, l'arêtier est suffisamment maintenu par les deux chevrons G et H, entre lesquels il se trouve en quelque sorte emboîté. C'est pourquoi on préfère tailler à l'extrémité supérieure de l'arêtier un angle rentrant dont les faces viennent s'appuyer sur les faces correspondantes du poinçon. Cet angle rentrant,

formé à l'extrémité supérieure de l'arêtier, se nomme *engueulement* (*fig.* 10). Je n'entre pas ici dans les détails de cet assemblage, parce que les dimensions de l'épure ne me permettraient pas de mettre en évidence toutes les lignes nécessaires à l'explication des coupes. L'épure suivante, exécutée sur une plus grande échelle, nous permettra de traiter cette partie de la question avec tous les développements nécessaires, et j'engagerai le lecteur, avant d'aller plus loin, à étudier tous ces détails sur la *Pl.* 13.

Supposons donc que l'on ait exécuté toutes les opérations nécessaires pour compléter, sur les *fig.* 6 et 5, les projections horizontales et verticales des coupes résultant de l'assemblage du poinçon avec toutes les pièces qui viennent s'y réunir; et voyons ce qui nous reste à faire pour compléter l'épure de la croupe droite.

188. Pour avoir les véritables longueurs des pièces de bois il sera nécessaire de les projeter sur des plans parallèles à leurs directions; c'est dans ce but que l'on a construit les projections 7, 10, 14 et 3.

Les *fig.* 5 et 7 contiennent les projections verticales G' et K' du chevron de la ferme de long pan et de l'empanon de croupe.

Les *fig.* G'' et K'' représentent les mêmes pièces, auxquelles on aurait fait faire un quart de révolution, pour obtenir leur projections sur les faces latérales. Les charpentiers disent, dans ce cas, qu'ils ont *donné quartier* à la pièce de bois.

Les largeurs des deux *fig.* G'' et K'' sont déduites de leur projection horizontale (*fig.* 6).

La *fig.* 10 contient l'arêtier I' et le coyer C' projetés sur un plan parallèle à leur direction. Les hauteurs sont déduites de la *fig.* 5. La *fig.* I'' est l'arêtier auquel on a

donné quartier, et C″ est la projection horizontale du coyer. Les largeurs de ces deux pièces sont déduites de la *fig.* 6.

Enfin, les *fig.* H′, L′, H″ et L″ (*fig* 14) sont les projections du chevron de demi-ferme de croupe et de l'empanon L; les hauteurs de tous les points au-dessus de l'enrayure sont déduites de la *fig.* 5 et les largeurs de la *fig.* 6.

189. Pour faciliter le tracé des bois dans le chantier, on les dispose comme on le voit sur la *fig.* 3.

Le trapèze T‴T″*a*″*a*‴ contient les projections de toutes les pièces qui appartiennent au long pan à gauche de la *fig.* 5. On suppose qu'après avoir projeté tous les points sur la face extérieure *a*′S du comble, on a fait tourner cette projection autour de l'horizontale projetante du point *k*. Le triangle T″*a*″*e*″, qui représente la moitié de la face de croupe, contient les projections du chevron H et de l'empanon.

On suppose ici qu'après avoir projeté ces deux pièces sur le plan *e*′T′ (*fig.* 14), on a fait tourner cette projection autour de l'arête P*a*, jusqu'à ce qu'elle soit parvenue dans le prolongement de la face de long pan; après quoi le tout a été rabattu sur la *fig.* 3. De sorte que cette figure à laquelle on donne le nom de *herse* n'est autre chose que le développement de la surface extérieure du comble, sur laquelle on aurait projeté tous les chevrons et les empanons de long pan et de croupe.

190. Les rectangles G^{IV} et K^{IV} (*fig.* 6) déterminent les sections droites du chevron G,G′, qui appartient à la ferme de long pan et de l'empanon K,K′. On suppose que ces deux pièces ont été coupées par un plan perpendiculaire à leurs longueurs et que les sections ont été avancées parallèle-

ment à elles-mêmes jusqu'au point *g*, après quoi on les a fait tourner jusqu'à ce qu'elles soient parallèles au plan horizontal de projection.

On a obtenu de la même manière les rectangles I^{iv} et H^{iv} pour les sections droites du chevron H,H', qui appartient à la demi-ferme de croupe et de l'empanon de croupe L,L'; ces deux figures ont été rabattues autour de la droite horizontale qui contient le point *d*.

Enfin, le pentagone A''', qui donne la section droite de l'arêtier, a été rabattu autour d'une droite horizontale qui contient le point *y* (*fig.* 10).

191. Lorsque l'on n'a pas l'espace suffisant pour rabattre ces figures dans la direction des pièces, on les construit à toute autre place, ainsi, le rectangle H^{v} (*fig.* 4) est la section droite du chevron de demi-ferme de croupe. La largeur est donnée par la *fig.* 6 et l'épaisseur par la *fig.* 14.

Le pentagone I''' (*fig.* 11) est la section droite de l'arêtier; les largeurs sont données par la *fig.* 6, et les hauteurs par la projection I' (*fig.* 10).

192. La *fig.* I^{iv} fait voir quelle serait la section droite de l'arêtier, si l'on évidait cette pièce en dessous, pour tailler l'angle rentrant, formé par le prolongement des faces intérieures de long pan et de croupe.

Dans ce cas, le pied de l'arêtier serait déterminé par la *fig. anzoxu* et le tenon aurait la forme indiquée par la *fig.* 8.

Poinçon de croupe droite.

193. La *Pl.* 13 contient les détails d'assemblages du poinçon de croupe droite, de l'arêtier, et des deux chevrons des fermes de long pan et de croupe.

Les données (*fig.* 5) étant les mêmes que dans la ques-

tion précédente, on n'a figuré sur l'épure que les extrémités supérieures des pièces de bois, ce qui a permis de conserver un plus grand nombre de lignes d'opérations.

On commencera par établir sur la *fig.* 8 les projections horizontales du poinçon P, du chevron G et du chevron H, puis on tracera la droite P*a* qui est la projection de l'arête de croupe.

194. Pour *dévoyer l'arêtier* on construira la droite CX, sur laquelle on portera *cm*, égale à l'épaisseur que l'on voudra donner à l'arêtier, on tracera ensuite *mk*, parallèle à C*p* et *kp*, parallèle à *m*C.

Les points *k* et *p* détermineront les deux plans verticaux *kn*, *pu*, qui forment les faces latérales de l'arêtier.

L'inclinaison du long pan T'*h* (*fig.* 7), étant donnée par la *fig.* 5, on tracera *hq* perpendiculaire, et *q*O' parallèle à T'*h*. La première de ces deux droites déterminera l'épaisseur du comble, et la deuxième sera la trace du plan qui forme la surface intérieure.

Les deux points S' et C' étant connus, on déterminera l'embrèvement S'D'C' du poinçon.

La *fig.* 12 se déduira des *fig.* 8 et 7. Pour déterminer les hauteurs, on concevra un plan horizontal quelconque, dont la trace trace verticale serait AZ, sur la *fig.* 3 et A"Z" sur la *fig.* 12.

Les hauteurs des points S' et C', sur la *fig.* 3, détermineront celles des points correspondants sur la *fig.* 12.

L'inclinaison S"M" de la face extérieure de croupe peut être déduite de la *fig.* 5 qui contient les données de la question; mais il sera plus exact d'opérer de la manière suivante.

On choisira sur l'arête de croupe P*a* (*fig.* 8) un point quelconque M, on déterminera la projection M' de ce

point sur la *fig.* 7, et l'on obtiendra la projection M'' (*fig.* 12) en faisant H''M'' égale à H'M' (*fig.* 7).

Le point D'' sur la *fig.* 12 se déduira du point D' (*fig.* 7), en abaissant la perpendiculaire D'D qui donnera le point D (*fig.* 8) et par suite le point D'' (*fig.* 12), ce qui déterminera l'embrèvement sur la face du poinçon qui correspond à la demi-ferme de croupe.

195. Les plans de *déjoutement* VP, RP (*fig.* 8), se détermineront comme dans l'épure précédente; quant aux coupes de l'*engueulement* de l'arêtier, elles offriront plus de difficultés, et c'est pour cela que j'ai consacré à cette étude une épure particulière.

Pour construire la *fig.* 9, qui est une projection verticale parallèle à la direction de l'arêtier, nous tracerons d'abord la droite A'Z' que nous pouvons toujours supposer située dans le plan horizontal qui contient les deux droites AZ, A''Z''.

La projection P''', du poinçon, se déduira des *fig.* 8, 7 et 12. Les hauteurs de tous le points de la mortaise, destinée au tenon du chevron G,G', se déduiront de la *fig.* 7, et les hauteurs des points correspondants du chevron H,H', seront données par la *fig.* 12. Le point T''' sera situé sur l'axe du poinçon, et sa hauteur sera égale à celle des points T' et T'' (*fig.* 7 ou 12); enfin, les hauteurs des points S''' et M''', étant données par l'une des deux projections 7 ou 12, on aura T'''M''' pour la projection de l'arête de croupe sur la *fig.* 9.

Les deux plans verticaux *u*R, *i*R (*fig.* 8), se coupent suivant une droite verticale R*r*, projetée sur la *fig.* 12 par R'*r*', et sur la *fig.* 9 par R''*r*''; les hauteurs de ces deux derniers points étant donnés par la *fig.* 12, on tracera, sur la *fig.* 9, les deux droites R''*u*''*n*'' et *r*''*z*''*x*''; la première sera la projection commune aux deux arêtes R*u*, V*n*,

suivant lesquelles les faces verticales de l'arêtier rencontrent les deux lattis de long pan et de croupe ; et la droite $r''z''x''$ sera la projection commune aux deux droites rx, vz, provenant des intersections des mêmes faces latérales avec les lattis intérieurs.

La droite $V''v''$ (*fig.* 9) est la projection de la verticale Vv, suivant laquelle se rencontrent les deux plans verticaux nVv et tVv (*fig.* 8).

Le plan qui contient les deux arêtes $rx, r''x''$ et $vz, v''z''$ forme la face inférieure de l'arêtier.

Cette face, perpendiculaire au plan de la *fig.* 9, a pour trace sur ce plan la droite $r''v''z''x''$.

Si l'on coupe l'arêtier par le plan $z''x''K$, perpendiculaire à sa direction, on aura pour section droite (*fig.* 8) le pentagone *anzxu* que l'on suppose ici rabattu sur le plan horizontal $A'Z'$ en tournant autour de l'horizontale projetante du point A''.

La droite $T'''V''$ (*fig.* 9) est l'intersection du lattis extérieur de long pan par le plan vertical PVv, qui forme la face de déjoutement commune à l'arêtier et au chevron de la ferme de long pan G (*fig.* 8), et la droite $T'''R''$ est l'intersection du lattis extérieur de croupe par le plan vertical PRr qui forme la face de déjoutement commune à l'arêtier et au chevron de demi-ferme de croupe H (*fig.* 8).

196. Le plan horizontal $S'S'$ (*fig.* 7) coupe l'arêtier suivant une petite facette projetée (*fig.* 8) par l'ensemble des deux trapèzes 1—2—3—S—D et 4—5—6—S—D ; cette facette horizontale se confond sur la *fig.* 9 avec la trace du plan $S'''S'''$.

Le point O′ (*fig.* 7) est situé dans le plan O′C′ du lattis intérieur de long pan. Si l'on projette ce point en O‴ (*fig.* 9) et qu'on le joigne avec v'', on aura la droite O‴v'', suivant laquelle la face inférieure du chevron G (*fig.* 8) rencontre la face verticale PVv de l'arêtier.

La droite O‴r'' (*fig.* 9) sera l'intersection de la face inférieure du chevron H, avec la face verticale PRr de l'arêtier.

197. Les deux droites O‴v'';O‴r'' ne sont pas situées dans le plan qui forme la face inférieure de l'arêtier. Dans la pratique, on prolonge ordinairement cette face jusqu'à ce qu'elle rencontre l'arête verticale du poinçon (*fig.* 1, *Pl.* 14); mais, comme il s'agit d'une épure d'étude, nous allons supposer, comme sujet d'exercice, que l'on veut raccorder les surfaces inférieures de toutes les pièces, de manière à éviter les angles saillants et rentrants qui existent lorsqu'on prolonge la face inférieure de l'arêtier jusqu'à sa rencontre avec le poinçon.

Pour atteindre le but que nous venons d'indiquer, nous couperons l'arêtier en dessous, par le plan qui contient les deux droites O‴v'',O‴r'' (*fig.* 9), de sorte qu'à partir de la droite vr,$v''r''$ (*fig.* 8 et 9) la surface inférieure de l'arêtier sera formée par le plan O‴$r''v''$ (*fig.* 9).

L'intersection de ce plan, par l'arête C du poinçon, déterminera un point c' que l'on joindra avec les points 1′ et 4′, suivant lesquels les droites O‴v'',O‴r'' rencontrent les deux faces du poinçon. Ces deux points doivent être situés sur l'horizontal du point C″, parce qu'ils appartiennent aux droites C″C″ (*fig.* 7) et C‴C‴ (*fig.* 12), suivant lesquelles les faces du poinçon sont rencontrées par les plans des lattis inférieurs de croupe et de long pan.

Pour déterminer le point c' sur la *fig.* 9, on construira le plan vertical qui contient l'arête de croupe Ca (*fig.* 8); l'intersection de ce plan par la droite $vr, v''r''$ donnera le point e que l'on projettera en e' (*fig.* 8); on joindra e' avec O''' par la droite $O'''e'$ dont l'intersection avec l'arête verticale du point C, détermine le point demandé c'; en effet, ce point appartenant en même temps au plan vertical Ca (*fig.* 8) et au plan incliné $O'''r''v''$ (*fig.* 9), doit être situé sur leur intersection $O'''e'$.

198. La *fig* 10 représente l'arêtier auquel on a *donné quartier* (188); les longueurs sont déduites de la *fig.* 9 et les largeurs de la *fig.* 8.

Ainsi, après avoir tracé par chacun des points de la *fig.* 9 une perpendiculaire à la direction de l'arêtier, on prendra sur la *fig.* 8 la distance de ce point au plan vertical Pa, et l'on portera cette distance sur la perpendiculaire correspondante (*fig.* 10), à partir du point où cette perpendiculaire rencontre la droite De'', tracée où l'on voudra parallèlement à la direction de l'arêtier.

Les deux trapèzes 2—3—S—D et 5—6—S—D (*fig.* 10), forment ensemble la petite face horizontale suivant laquelle la saillie S'S' du poinçon (*fig.* 7) s'appuie sur l'arêtier.

L'engueulement de l'arêtier (187) se compose de quatre faces, savoir : les deux quadrilatères 1—3—C—D et 4—6—C—D, suivant lesquelles l'arêtier s'appuie sur les faces C'D', C'''D''' du poinçon (*fig.* 7 et 12), et les deux triangles 1—c—C et 4—c—C, coïncidant avec les plans verticaux Ck, Cp (*fig.* 8).

Enfin, la *fig.* 1—c—4—r^{IV}—v^{IV} est située dans le plan qui contient les deux droites $O'''r''$ et $O'''v''$ (*fig.* 9), suivant

lesquelles les faces verticales de l'arêtier sont coupées par les plans des lattis intérieurs de long pan et de croupe. Cette dernière figure est marquée par des hachures pour indiquer qu'elle n'est pas dans le prolongement de la face inférieure de l'arêtier.

199. Les figures 1, 2, 3 et 13 sont les perspectives du faîte, du poinçon et des chevrons de croupe et de long pan; les *fig.* 4 et 11 indiquent la forme que l'on donne quelquefois au poinçon pour diminuer sa pesanteur en lui conservant l'épaisseur nécessaire pour l'exécution des mortaises.

200. On remplace quelquefois les faces de déjoutement par des coupes brisées comme celle qui est indiquée en perspective sur la *fig.* 3 et sur la projection horizontale du chevron H (*fig.* 8).

Deuxième étude de poinçon.

201. Dans l'épure précédente (*Pl.* 13), nous avons supposé que la face inférieure de l'arêtier ne se prolongeait pas jusqu'à sa rencontre avec les faces verticales du poinçon; nous avons alors remplacé ce prolongement (*fig.* 9), par le plan qui contenait les droites $O'''r''$, $O'''v''$ provenant de l'intersection des lattis inférieurs de long pan et de croupe, par les deux faces verticales de l'arêtier. Nous avons ensuite prolongé les faces verticales du poinçon jusqu'à leurs rencontres avec les plans des deux lattis intérieurs.

Il résulte de cette disposition que l'arête verticale du point C (*fig.* 8) pénètre dans l'épaisseur de l'arêtier, ce

qui détermine pour l'engueulement (*fig.* 10) des coupes assez compliquées.

J'ai cru devoir donner cette solution comme étude, afin de familiariser le lecteur avec les pénétrations de polyèdres; mais, dans la pratique, on doit au contraire préférer les coupes les plus simples, lorsque surtout elles réunissent toutes les conditions de solidité nécessaires.

Nous allons donc indiquer une autre manière d'assembler avec le poinçon, les pièces principales de la croupe droite.

Disposition de l'épure. Supposons que la *fig.* 6, *pl.* 14, soit le plan ou la projection horizontale d'une croupe droite, la *fig.* 5 étant la demi-ferme de long pan.

Les épaisseurs de toutes les pièces étant déterminées sur la projection horizontale (*fig.* 6), l'arêtier sera dévoyé en opérant comme nous l'avons dit au numéro 194.

Les inclinaisons seront déduites des *fig.* 5 et 8 qui représentent les fermes de long pan et de croupe.

On construira ensuite la *fig.* 7 qui est la projection sur un plan parallèle à la demi-ferme arêtière, et la ligne de naissance de l'embrèvement du poinçon sera déterminée sur cette projection, par le point C' suivant lequel la face inférieure de l'arêtier est percée par l'arête verticale du poinçon.

Cette solution généralement adoptée dans la pratique, évitera toutes les difficultés de l'épure précédente, que je n'ai donnée que comme exercice.

Les faces de l'engueulement de l'arêtier (*fig.* 9) ne seront plus brisées.

La ligne horizontale C'C', à partir de laquelle commence l'embrèvement du poinçon (*fig.* 7) sera reportée à la même hauteur sur les *fig.* 5 et 8.

La *fig.* 9 représente l'arêtier projeté sur le plan de sa face inférieure.

Tous les points de cette projection seront déduits des *fig.* 6 et 7. C'est-à-dire, que l'on prendra sur la *fig.* 6, la distance de chaque point à l'une des faces verticales de l'arêtier, et l'on portera cette distance avec le compas (*fig.* 9) sur la perpendiculaire abaissée du point correspondant de la *fig.* 7.

202. *Vérifications.* Dans la pratique, on supprime toutes les lignes qui ne sont pas indispensables pour tracer les assemblages sur les pièces de bois ; mais il ne doit pas en être ainsi lorsqu'il s'agit des épures d'étude : on doit au contraire, dans ce cas, employer tous les moyens pour rattacher entre elles les diverses parties du problème ; on doit conserver avec soin toutes les lignes qui peuvent indiquer comment les points obtenus ont pu être déduits les uns des autres, et l'on doit autant que possible accumuler les vérifications.

On conçoit, en effet, que chaque manière de vérifier la position d'un point, est en même temps une manière différente de l'obtenir. D'où il résulte que l'habitude acquise par ce travail, mettra promptement en état de choisir dans la pratique, les méthodes les plus simples ou les plus exactes.

Nous allons éclaircir ce qui précède par quelques exemples.

203. On peut marquer les largeurs de toutes les parties de l'arêtier (*fig.* 6) sur le bord d'une carte ou d'un morceau de papier B D, que l'on reportera ensuite en B′ D′, et B″ D″ (*fig.* 9). Les points de division des deux lignes B′ D′ et B″ D″ détermineront un certain nombre de droites parallèles, dont les intersections avec les perpendiculaires abaissées des points correspondants de la *fig.* 7, donneront les projections de tous ces points sur la *fig.* 9.

204. Pour rappeler que les largeurs des différentes parties de l'arêtier, sont les mêmes sur les deux projections 9 et 6, on peut supposer qu'après avoir marqué toutes ces largeurs sur la droite OH (*fig.* 6), on a fait mouvoir cette ligne parallèlement à elle-même, jusqu'à ce qu'elle soit venue prendre la position O′H′ (*fig.* 9); après quoi, on a fait tourner la droite O′H′ autour du point O′ jusqu'à ce qu'elle soit venue se confondre avec O′H″ perpendiculaire à la direction de l'arêtier.

205. Le meilleur moyen de déterminer ou de vérifier la direction d'une ligne droite, c'est de construire deux de ses points très-éloignés l'un de l'autre. Ainsi, par exemple, pour vérifier les deux droites 1—v', 2—V″ (*fig.* 9), on pourra construire les points n'' et u''.

Ces deux points, choisis pour plus de simplicité sur une même verticale, ont par conséquent le point u, n pour projection horizontale commune (*fig.* 6); leurs projections n', u', (*fig.* 7), seront déterminées par la droite nn', perpendiculaire à A′Z′ et les deux droites $n'n''$, $u'u''$ perpendiculaires à la projection de l'arêtier, devront contenir les points n'' et u'', dont la distance à l'une des faces verticales de l'arêtier se déduira de la *fig.* 6.

206. On peut, au surplus, conserver sur l'épure la trace de toutes les opérations, en ramenant les points n et u en n''', u''' sur le prolongement de la droite HO (*fig.* 6). De là, on déduira sur la *fig.* 9 le point n'^{v}, u'^{v}, que l'on ramènera en n^{v}, u^{v}, et l'on tracera la droite n^{v}, u^{v} parallèle à la direction de l'arêtier.

En opérant de la même manière, on obtiendra les deux points s'', t'' dans le prolongement des droites 5—R'', 4—r'' (*fig.* 9).

207. C'est surtout lorsque des lignes seront très-courtes qu'il sera essentiel de construire quelques-uns de leurs points assez éloignés pour déterminer leurs directions avec exactitude, et lorsque les dimensions de la feuille sur laquelle on dessine seront assez grandes pour que l'on puisse y construire le point d'intersection de deux droites, il en résultera pour ces deux lignes, une vérification commune.

Ainsi, par exemple, les droites o—3, C''—1 (*fig.* 9) doivent se rencontrer, puisqu'elles sont situées toutes les deux dans le plan qui forme l'une des faces de l'engueulement de l'arêtier.

Pour construire leur point d'intersection h'' on remarquera que la droite o—3, située dans le plan horizontal qui contient le point S' (*fig.* 7), doit se projeter par l'horizontale S'h'.

La droite C''—1, située dans la face inférieure de l'arêtier, se projette sur le même plan par C'h', d'où il résulte que le point h'', suivant lequel se rencontrent les deux droites o—3, C''—1, doit se trouver sur la ligne $h'h''$ perpendiculaire à la direction de l'arêtier (*fig.* 7 et 9).

La vérification que nous venons d'indiquer peut être considérée comme suffisante; mais si l'on ne veut laisser aucun doute sur la position du point h'', on pourra chercher la distance de ce point à l'une des faces verticales de l'arêtier.

Il suffit, pour atteindre ce but, de construire la droite $h'h$, perpendiculaire sur A'Z'; l'intersection de $h'h''$ avec o—h, projection horizontale de la droite o—h'', déterminera le point h pour la projection de h' sur la *fig.* 6.

La droite $h'h'''$, parallèle à la projection horizontale de l'arêtier, donne le point h''' sur le prolongement de HO, et l'on aura Oh''' pour la distance du point h à la face VO de l'arêtier.

Pour rappeler les opérations que nous venons d'indiquer, on tracera la droite $h'''h^{\text{IV}}$, perpendiculaire à A'Z'; cette construction déterminera le point h^{IV} que l'on ramènera en h^{V} sur le prolongement de H''O', et l'on tracera la droite $h^{\text{V}}h''$, parallèle à la direction de l'arêtier sur les *fig.* 7 et 9.

La droite $h'h''$ prolongée, doit contenir le point de rencontre des deux lignes o—6, C''—4; cela résulte évidemment de ce que les droites o—3, C''—1 et les droites o—6, C''—4 ont les mêmes projections sur la *fig.* 7.

Pour vérifier le petit côté 2—3, on pourra déterminer les points a'' et e'', suivant lesquels cette ligne 2—3 prolongée, perce les deux faces verticales de l'arêtier. L'un de ces points, déduit de sa projection a', (*fig.* 7), est situé sur la verticale projetante des points V et v, et le second point e'' appartient à la verticale, suivant laquelle la face Rre de l'arêtier est coupée par le prolongement de la face de déjoutement Vve (*fig.* 6).

On déterminera de la même manière les points c'',i'' situés dans le prolongement du côté 5—6 (*fig.* 9).

Les deux droites $a''e''$ et $c''i''$ se coupent au point M'', suivant lequel l'axe du poinçon rencontre le plan horizontal S'h' (*fig.* 7).

On remarquera encore que le point N'N'' est situé dans le plan vertical qui contient l'arête de croupe.

Le point N', suivant lequel l'arête de croupe rencontre l'axe du poinçon (*fig.* 7), détermine sur la *fig.* 9 le point N'', intersection des deux droites V''—2, R''—5.

Enfin, les deux arêtes saillantes 1—3, 4—6, ainsi que l'arête rentrante, C''—o *fig.* 9 doivent se rencontrer toutes les trois en un point K' projeté en K'' sur la *fig.* 7.

208. En continuant de cette manière, on pourrait trouver encore beaucoup d'autres vérifications; mais je craindrais qu'un plus grand nombre de lignes ne rendît l'épure trop confuse. J'engage cependant le lecteur à chercher avec le crayon toutes les vérifications possibles. Ce travail, dont une partie peut être négligée dans la pratique, est pour les commençants un exercice extrêmement utile. Cette étude leur donnera l'habitude de lire dans l'espace, et de reconnaître à l'inspection d'une épure tous les détails des assemblages les plus composés.

Pour mieux faire concevoir la manière dont les arbalétriers et les chevrons de ferme sont assemblés avec le poinçon, j'ai supposé, *fig.* 6, que l'on avait supprimé tout ce qui est au-dessus du plan horizontal qui contient le point S'' (*fig.* 5).

La *fig.* 1 peut aider aussi à faire comprendre comment l'arêtier et le chevron de demi-ferme de croupe se touchent suivant leur face commune de déjoutement.

Les rectangles G, E, F, (*fig.* 6), sont les sections droites de l'arêtier et des chevrons de croupe et de long pan.

On a obtenu la première de ces trois figures en la faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point *g* (*fig.* 7); la seconde figure E est rabattue autour de l'horizontale projettante du point *e* (*fig.* 8), et la troisième F autour de l'horizontale projetante du point *f* (*fig.* 5).

209. Dans la collection des épures de l'École polytechnique, on a toujours fait les embrèvements du poinçon perpendiculaires aux plans SC des combles (*fig.* 3 *et* 4). Cette méthode est évidemment vicieuse, puisqu'elle ferait agir le poinçon comme un coin, ce qui tendrait à écarter les arbalétriers et causerait la ruine de l'édifice.

La solution que je viens d'indiquer paraît avoir été motivée par le désir d'obtenir un angle droit au point S *fig.* 3, mais l'angle obtus du point S″ *fig.* 5 est tout aussi solide et soutient beaucoup mieux le poinçon.

Je n'ai pas besoin de rappeler ici que l'embrèvement a principalement pour but d'éviter l'angle aigu indiqué sur la *fig.* 2, et de faire porter le poinçon sur toute l'épaisseur de l'arbalétrier.

Croupe droite avec pannes et tasseaux.

210. La croupe dont nous venons d'étudier les détails, est la plus simple de toutes celles que l'on peut avoir à construire,

puisque chacune des fermes qui la composent ne contient qu'un tirant, deux arbalétriers et le poinçon.

Mais quand le comble a beaucoup de largeur, qu'il est très-surbaissé, et que, par conséquent, la couverture agit sur les chevrons dans les conditions les plus défavorables, il faut nécessairement fortifier toutes ces pièces par des soutiens auxiliaires.

Nous avons dit au numéro 122 comment on soulage les chevrons en les appuyant sur un ou plusieurs rangs de pièces horizontales et parallèles à la longueur du comble; ces pièces, auxquelles nous avons donné le nom de *pannes*, sont supportées par les arbalétriers des fermes.

211. *Disposition de l'épure.* Les différentes figures de la planche 15 feront faciment comprendre comment les pannes sont soutenues par les fermes du comble.

La figure 3 est le plan ou la projection horizontale d'une croupe droite formant l'extrémité d'un comble dont la direction est indiquée par celle du faite F.

La figure 1 est la projection verticale de la demi-ferme de croupe.

Les pièces diverses qui composent cette ferme sont :

L'arbalétrier A et le chevron C assemblés par tenons et embrevèment dans le poinçon I et dans le tirant D.

L'arbalétrier A, l'empanon de croupe E et le chevron C, sont rabattus en herse sur la gauche de la *fig.* 1. Les dimensions en grosseur de ces trois pièces sont indiquées par les figures rectangulaires A, E et C.

Un morceau de bois nommé *chantignole*, et désigné sur la figure 1 par la lettre B, est solidement ajusté entre le

chevron C et l'arbalétrier A, sur lequel il est arrêté par une forte cheville.

Au-dessus de la chantignole est un prisme rectangulaire T que l'on nomme tasseau. Cette pièce est assemblée par un double tenon dans le chevron de ferme et dans l'arbalétrier.

Enfin, la panne P placée horizontalement sur les tasseaux, doit être assez forte pour soutenir les chevrons de long pan, et les empêcher de ployer sous le poids des matériaux qui forment la couverture.

Toutes les pièces analogues à celles qui entrent dans la composition de la ferme de croupe, se retrouvent dans la ferme de long pan (*fig.* 4) où elles sont désignées par les mêmes lettres affectées d'un *accent*.

Les mêmes lettres avec deux accents, désignent encore les pièces correspondantes de la ferme arêtière projetée (*fig.* 2).

Le chevron est ici remplacé par l'arêtier que nous avons désigné par la lettre C″, afin de conserver la symétrie des notations.

212. Les chantignoles servent à soutenir les tasseaux désignés par les lettres T, T′ et T″.

Le tasseau de la demi-ferme de croupe (*fig.* 1) et ceux de toutes les fermes de long pan (*fig.* 4), sont équarris comme des parallélipipèdes rectangles. Mais, pour la ferme arêtière projetée *fig.* 2, la coupe du tasseau présentera plus de difficulté. Cette pièce dessinée en perspective (*fig.* 5) doit être entaillée de manière que ses faces coïncident exactement avec les faces correspondantes des pannes de croupe et de long pan.

Pour ne pas affaiblir ces deux pièces, on leur conserve leur forme rectangulaire P et P′ (*fig.* 1 et 4).

L'usage est de faire rencontrer les arêtes externes, des pannes dans le plan vertical qui contient l'arête de croupe. Ce plan coupant les pannes obliquement, détermine pour sections les deux parallélogrammes désignés sur la *fig.* 2, par 1—2—3—4 et 1—2—3′—4′.

Si l'angle *cao* (*fig.* 3) était partagé en deux parties égales par le plan vertical *a S*, les arêtes internes des pannes seraient à la même hauteur, et les deux points 3 et 4 *fig.* 2, coïncideraient avec les points 3′ et 4′; mais les pentes des deux combles n'étant pas égales, cette condition ne pourrait avoir lieu qu'en sacrifiant la forme rectangulaire des pannes P et P′, ce qui diminuerait leur force sans aucun avantage.

On voit sur la *fig.* 2 des entailles déterminées dans la face inférieure du chevron arêtier C″ et sur les angles de l'arbalétrier A″ par les faces des pannes de croupe et de long pan.

Les projections horizontales de toutes ces coupes sont dessinées sur la *fig.* 3; mais le peu d'espace occupé par cette projection, ne permettant pas d'expliquer cette partie de l'épure avec tous les développements nécessaires, j'engagerai le lecteur à consulter la planche suivante, où les mêmes détails sont reproduits sur une plus grande échelle.

Étude des pannes et des tasseaux.

213. Avant de commencer l'épure essentielle et assez difficile, qui fait le sujet de la planche 16, j'engage le lecteur à regarder attentivement les *fig.* 1, 2, 6 et 8. Cet examen préliminaire lui fera comprendre la forme des assemblages dont il faut déterminer les projections.

La *fig.* 1 fait voir comment les pannes sont soutenues par l'arbalétrier de la demi-ferme arêtière, et la *fig.* 2 représente les coupes déterminées par la pénétration des pannes dans le tasseau et sur les arêtes supérieures de l'arbalétrier.

La *fig.* 8 est une perspective du tasseau, et la *fig.* 6 représente une partie de l'arêtier que l'on suppose renversé, afin de mieux faire comprendre la forme des entailles destinées au logement de la partie saillante des pannes (*fig.* 1).

La *fig.* 5 contient le plan ou la projection horizontale de l'arêtier et de l'arbalétrier. Pour diminuer autant que possible la confusion des lignes, la projection du tasseau n'a pas été tracée sur cette figure.

La *fig.* 3 est la projection d'une partie de la demi-ferme de croupe et la *fig.* 4 est une partie la ferme de long-pan.

La *fig.* 10 est une projection parallèle à la demi-ferme arêtière, et les *fig.* 9 et 11 représentent l'arêtier et l'arbalétrier auxquels on a donné quartier pour mieux

faire voir les entailles produites par la pénétration des pannes.

L'arbalétrier (*fig.* 11) est vu par-dessus, tandis que l'arêtier (*fig.* 9) est vu en dessous et représente la projection des coupes qui sont dessinées en perspective sur la *fig.* 6.

Les *fig.* 7 et 12 sont deux projections différentes du tasseau dont la forme est suffisamment indiquée par les *fig.* 8, 1 et 2.

Projection de l'arêtier. La face inférieure de cette pièce a pour trace horizontale la droite *ou* (*fig.* 5). Cette ligne est perpendiculaire sur l'arête de croupe *a*S, et les points *o* et *u* résultent de la rencontre des faces verticales *o*E,*u*F de l'arêtier avec les traces horizontales *o*D,*u*G des plans de lattis inférieurs de croupe et de long-pan.

Si l'on prolongeait ces deux plans jusqu'à ce qu'ils continssent le point K, l'arêtier serait évidé en dessous, de manière à former un angle rentrant dont les deux faces, situées dans les plans GG'U,DDR, s'appuieraient directement sur les faces extérieures des pannes.

Mais il n'est pas nécessaire, pour loger ainsi l'angle saillant des pannes, de creuser l'angle rentrant qui lui correspond dans toute la longueur de l'arêtier; cette pièce est trop importante pour qu'il soit permis de l'affaiblir sans nécessité.

On devra donc, comme nous l'avons dit plus haut, terminer l'arêtier en dessous (*fig.* 10) par un plan incliné *oo'*H, parallèle à l'arête de croupe et qui aurait la droite *oo'* pour trace horizontale.

Cette face *o'*H s'appuiera sur le tasseau, et l'on ne creusera l'arêtier (*fig.* 6) que de la quantité nécessaire pour y loger la partie saillante des pannes.

C'est par la construction de ces détails d'assemblages que nous allons commencer notre épure.

214. On remarquera sur le plan de la croupe (*fig.* 5) un triangle 1—1—5, qui est situé dans la face 1—3 de la panne P (*fig.* 3).

Les deux points 1,1 (*fig.* 5) sont situés sur l'arête horizontale du point 1 (*fig.* 3); l'un des côtés 1—5 est situé dans le plan vertical *a*S qui contient l'arête de croupe, et le troisième côté du triangle n'est qu'une partie de la ligne 1—5—*t*, suivant laquelle la face 1—3 de la panne P est rencontrée par le plan *oo'*H qui forme la face inférieure de l'arêtier.

Pour déterminer le point 5, on peut construire sur la *fig.* 3 la projection *i*—6 d'une droite, évidemment située dans la face inférieure de l'arêtier, puisque sa trace horizontale I est située sur *ou*; l'intersection de la droite *i*—6, avec la face 1—3 de la panne P déterminera le point 5 sur les projections 3 et 5.

215. On peut déterminer le point 5 avec une exactitude beaucoup plus grande en opérant comme il suit :

1° On tracera sur la *fig.* 3 une droite horizontale quelconque *qh*; cette ligne pourra toujours être considérée comme la trace d'un plan horizontal qui coupera la face 1—3 de la panne P suivant la droite *t'm*, perpendiculaire au plan de la *fig.* 3, et la face inférieure de l'arêtier, suivant *vt* parallèle à la droite *ou*; les droites *t'm* et *vt* étant

situées toutes les deux dans le plan horizontal *qh*, se rencontreront au point *t*, qui déterminera la droite 1—5—*t*, suivant laquelle la face 1—3 de la panne P rencontre la face inférieure de l'arêtier.

Des opérations analogues serviront à déterminer, sur la *fig.* 5, le triangle 1—1—5′ qui résulte de la section de l'arêtier par la face 1—3′ de la panne P′ (*fig.* 4).

En effet, l'horizontale *q′h′* étant tracée sur la *fig.* 4 à la même hauteur que l'horizontale *qh* sur la *fig.* 3, la droite *g′n* sera l'intersection du plan 1—3′ de la panne P par le plan horizontal *q′h′*; mais nous savons déjà que ce même plan *qh*,*q′h′* rencontre la face inférieure de l'arêtier suivant la droite *xz* parallèle à *ou*; par conséquent, le point *z* suivant lequel la droite *xz* coupe *g′n*, sera situé sur le prolongement de la droite 1—5′ qui résulte de la rencontre de la face inférieure de l'arêtier par le plan 1—3′ de la panne P′ (*fig.* 4).

216. On ira bien de s'assurer, comme vérification, que le point 5′ est situé sur la droite *i*—6′ (*fig.* 4), suivant laquelle la face inférieure de l'arêtier est coupée par le plan vertical qui contient l'arête de croupe *a*S (*fig.* 5).

217. Les opérations que nous venons de faire pour construire sur la *fig.* 5 les projections des deux triangles 1—1—5, 1—1—5′, devront être répétées pour la construction des deux triangles 2—2—6 et 2—2—6′, résultant de la pénétration de l'arêtier par les faces 2—4 et 2—4′ des pannes P et P′, c'est-à-dire, que le triangle 2—2—6 appartient à la face 2—4 de la panne P (*fig.* 3), tandis que le triangle 2—2—6′ est situé dans la face 2—4′ de la face P′ (*fig.* 4).

218. Avant d'aller plus loin, et pour éviter la confusion des idées, nous allons construire les projections des quatre triangles 1—1—5; 1—1—5'; 2—2—6 et 2—2—6' sur le plan de la *fig.* 10 qui est parallèle à la demi-ferme arêtière, et sur lequel A'' et C'' sont les projections de l'arbalétrier et de l'arêtier.

Les arêtes 1—1 des pannes P et P' étant à la même hauteur, ces deux droites auront une projection commune sur le plan de la *fig.* 10; la hauteur de cette projection sera déterminée par l'une des *fig.* 3 ou 4, et les deux points 1—1 de la *fig.* 10 seront déduits des trois points 1—1—1 de la *fig.* 5; deux de ces points, situés dans la face inférieure de l'arêtier, auront une projection commune sur le plan de la *fig.* 10, et le troisième sera situé sur la droite 2—K', intersection des plans des lattis inférieurs de long pan et de croupe.

Les points 5 et 5', situés dans la face inférieure de l'arêtier, se déduiront de leurs projections horizontales (*fig.* 5).

On pourra s'assurer que les hauteurs de ces deux points sont les mêmes que sur les deux projections primitives (*fig.* 3 et 4), mais on aura une vérification encore plus certaine en déterminant d'abord le point n'' et m'' suivant lesquels le plan horizontal q'—q—q''—h'' est percé par les droites 1—n'', 1—m'', provenant de l'intersection du plan vertical qui contient l'arête de croupe aS par les plans 1—t', et 1—g', qui contiennent les faces 1—3 et 1—3' des pannes. Les deux points n'' et m'' sont déduits de leurs projections horizontales n et m (*fig.* 5).

Les projections des deux triangles 2—2—6 et 2—2—6' sur le plan de la *fig.* 10 s'obtiendront en opérant comme

nous venons de le faire pour les triangles 1—1—5 et 1—1—5'.

Lorsqu'on aura terminé toutes les opérations précédentes, on pourra construire la *fig.* 9 qui est la projection de l'arêtier sur le plan de sa face inférieure. Les longueurs de toutes les lignes sont déduites de la *fig.* 10, et les largeurs résultent de la *fig.* 5; c'est-à-dire, que pour établir chaque point sur la perpendiculaire correspondante abaissée de la *fig.* 10, il suffit de prendre sur la *fig.* 5 la distance de ce point à l'une des faces verticales de l'arêtier.

Les numéros correspondant aux angles des triangles n'ont pas été répétés sur la *fig.* 9, afin de ne pas cacher les sommets de ces angles, qui d'ailleurs sont suffisamment indiqués par les lignes de projections communes aux *fig.* 9 et 10.

219. *Projections de l'arbalétrier.* Le point B'' étant déterminé sur la *fig.* 4 par suite des dimensions adoptées pour l'arbalétrier de la ferme de long pan, on tracera la droite B''B, ce qui donnera le point B sur la trace *a*S du plan vertical qui contient l'arête de croupe. La droite *ce* perpendiculaire sur *o*S sera la trace du plan BB'''G qui contient la face supérieure de l'arbalétrier de la demi-ferme arêtière (*fig.* 10); enfin, la perpendiculaire BB' déterminera B'V pour la trace verticale du plan qui contient la face supérieure de l'arbalétrier A de la demi-ferme de croupe (*fig.* 3).

Ces données principales étant admises, nous allons passer à l'étude des entailles déterminées par la pénétration des pannes sur les angles de l'arbalétrier de la ferme arêtière (*fig.* 1, 2 et 11).

Nous commencerons par la projection horizontale du triangle 4—4—8 sur le plan de la *fig.* 5. L'un des deux points 4 est déterminé par la rencontre de l'arête 4 de la panne P (*fig.* 5) avec la face verticale *c*—4 de l'arbalétrier, et le deuxième point 4 est situé dans le plan vertical qui contient l'arête de croupe.

Le point 8 (*fig.* 5 et 3) provient de l'intersection de la face 2—4 de la panne P, par la droite *c'*—8 qui est la projection verticale de l'une des arêtes de l'arbalétrier.

On peut vérifier le point 8 en construisant (*fig.* 5) la droite 8—*h*, suivant laquelle la face 2—4 de la panne P est coupée par la face supérieure de l'arbalétrier.

Dans ce but on remarque que le plan horizontal *qh*,*q''h''* (*fig.* 3 et 10) coupe la face 2—4 de la panne P, suivant la droite *bh* et la face supérieure de l'arbalétrier, suivant la droite *lh*, d'où il résulte que le point *h*, intersection des lignes *b'h* et *lh*, appartient à la droite 8—4—*h*, suivant laquelle la face 2—4 de la panne P (*fig.* 3) pénètre dans la face supérieure de l'arbalétrier.

Le triangle 3—3—7 (*fig.* 5) provient de la pénétration de l'arbalétrier par la face 1—3 de la panne P (*fig.* 3).

L'arête horizontale 3—3 vient aboutir dans le plan vertical qui contient l'arête de croupe après avoir percé la face verticale *c*—4 de l'arbalétrier.

Le point 7 sera déterminé (*fig.* 3) par l'intersection de l'arête *c'*—8 de l'arbalétrier avec la face 1—3 de la panne P, ou bien en cherchant l'intersection 7—*d* de cette face avec le plan qui forme la face supérieure de l'arbalétrier.

Des opérations analogues serviront à déterminer les

deux triangles 4'—4'—8' et 3'—3'—7' qui résultent de la section de l'arbalétrier par les faces 1'—3' et 2'—4' de la panne P' (*fig.* 4).

Lorsqu'on aura obtenu sur les *fig.* 3, 4 et 5 les projections des quatre triangles 4—4—8; 3—3—7; 4'—4'—8' et 3'-3'—7', il sera facile de projeter ces mêmes triangles sur le plan de la *fig.* 10.

Les hauteurs des sommets des deux triangles 4—4—8 et 3—3—7 seront déduites de la *fig.* 3, et les hauteurs des sommets des deux triangles 4'—4'—8' et 3'—3'—7' se déduiront de la *fig.* 4.

Les côtés 1—1; 2—2; 4—4; 4'—4'; 3—3; 3'—3' sont horizontaux et doivent coïncider avec les projections des arêtes correspondantes des pannes.

Les côtés 4—8, 3—7 doivent être parallèles entre eux, et aux lignes 2—s', 1—m'' suivant lesquelles le plan vertical qui contient l'arête de croupe rencontre les plans 2—b', 1—t' de la panne P (*fig.* 3).

Enfin, les droites 4'—8' et 3'—7', parallèles entre elles, doivent aussi être parallèles aux lignes 2—r' et 1—n'', suivant lesquelles le plan vertical projetant de l'arête de croupe rencontre les plans 2—l' et 1—g' de la panne P' (*fig.* 4).

Le parallélogramme 1—2—3'—4' (*fig.* 10) est l'extrémité de la panne P' coupée obliquement par le plan vertical de l'arête de croupe; cette panne est projetée en partie sur le plan de la *fig.* 10, et le parallélogramme 1—2—3—4 est l'extrémité de la panne P que l'on suppose supprimée, et dont les arêtes ne sont par conséquent figurées qu'en points.

220. Le tasseau est représenté en perspective sur les *fig.* 8, 1 et 2.

Pour mieux faire comprendre les coupes, on a transporté (*fig.* 7) la projection obtenue (*fig.* 10).

La même pièce est encore projetée (*fig.* 12) sur un plan parallèle à la face supérieure de l'arbalétrier.

221. Quelquefois on coupe les pannes par le plan *o*'H (*fig.* 10) et l'on retranche par conséquent tout ce qui pénétrerait dans l'épaisseur de l'arêtier; mais cette combinaison diminue la solidité de l'assemblage des pannes sans augmenter beaucoup la force de l'arêtier qui à cette place est suffisamment soulagé par les tasseaux sur lesquels il est appuyé par sa face extérieure.

D'ailleurs les entailles creusées dans l'épaisseur de l'arêtier ont l'avantage de fixer solidement les extrémités des pannes sur la face supérieure de l'arbalétrier (*fig.* 1).

222. Si les inclinaisons des deux combles étaient égales, les deux parallélogrammes 1—2—3—4, 1—2—3'—4', coïncideraient.

223. Au lieu de chercher les points suivant lesquels les droites 1—*n*", 1—*m*", 2—*r*', 2—*s*' (*fig.* 10) rencontrent un plan horizontal *q*'—*q*—*q*"—*h*" (*fig.* 4, 3 et 10), on préfère souvent déterminer les points d'intersection des mêmes lignes avec une verticale *quelconque*, située dans le plan projetant de l'arête de croupe.

Ainsi, par exemple, sur la *fig.* 2, *pl.* 15, les droites 1—3', 1—3, 2—4', 2—4 ont été construites en déterminant les quatre points 9, 10, 11, 12, suivant lesquels ces droites rencontrent l'arête du poinçon qui est projeté en I sur la

fig 3. Les hauteurs des points 11 et 12 sont déterminées par leurs projections sur la *fig*. 1, et les points 9 et 10 sont déduits de leurs projections sur la *fig*. 4.

Croupe biaise.

224. La *fig*. 5 de la *planche* 17 contient le plan et la projection verticale d'un comble terminé par une croupe biaise *abcd*.

On dit qu'une croupe est biaise toutes les fois que sa projection horizontale n'est pas un rectangle.

On n'a marqué sur la *fig*. 5 que les axes des pièces principales du comble. Les lignes pleines sont les arêtes du comble, les lignes de points mixtes sont les projections des fermes, et les lignes de points ronds sont les axes des empanons de croupe et des chevrons de long pan *m* et *n*.

Ces dernières pièces, ainsi que les deux empanons de long pan *v* et *u*, doivent être perpendiculaires à la direction principale du comble.

225. On peut facilement éviter l'assemblage oblique des empanons *v* et *u* avec les chevrons-arbalétriers de la ferme *ad*. Il suffit, comme on le voit par la *fig*. 2, de placer cette ferme dans une position perpendiculaire à la direction du comble; cette disposition, évidemment plus simple que la précédente, est celle que l'on doit adopter lorsque le plan du bâtiment ne permet pas d'employer une croupe droite.

226. Avant de passer aux détails des assemblages, nous allons donner la disposition générale de l'épure.

La *fig.* 7 est le plan ou projection horizontale de la croupe.

Les épaisseurs de toutes les pièces étant déterminées sur cette figure, l'arêtier sera dévoyé en opérant comme pour la croupe droite (185).

L'épaisseur et l'inclinaison des chevrons de long pan seront données par la *fig.* 3, qui est la projection verticale de la ferme de long pan, et qui contient les projections des deux empanons E′ et F′.

Les *fig.* 1 et 4 sont les projections des deux demi-fermes arêtières; les hauteurs de tous les points de ces deux figures sont déduites de la *fig.* 3. Les arêtiers projetés sur les plans de leurs faces inférieures sont rabattues sur l'épure. Les largeurs de ces deux pièces sont déduites de leurs projections horizontales (*fig.* 7).

Les deux pentagones C et D sont les sections droites des arêtiers; on suppose que ces deux figures étaient situées dans les plans *mn*,*ou* que l'on a rabattus en les faisant tourner autour des horizontales projetantes des points *m* et *o* (*fig.* 1 et 4).

Les *fig.* C et C′, sont les projections horizontales des coyers.

La *fig.* 8 est une projection de la demi-ferme de croupe sur un plan parallèle à la direction de ses pièces principales.

Les *fig.* O′ et H′ sont les deux empanons de croupe. Les hauteurs des points de ces trois figures au-dessus du plan horizontal *pq* qui correspond à la face supérieure de l'enrayure, sont déduites de la *fig.* 3.

La *fig.* 10 est la herse ou projection des pièces principales de la croupe sur les plans des lattis extérieurs de long pan et de croupe.

Pour obtenir cette figure il faut construire d'abord la *fig.* 6 qui contient les projections du chevron et des empanons de croupe sur un plan vertical AZ", perpendiculaire à la trace horizontale du lattis de croupe.

Les hauteurs de tous les points de la *fig.* 6 sont déduites de la *fig.* 3 et portées à partir de AZ" sur les perpendiculaires abaissées des points correspondants de la *fig.* 7.

Les perpendiculaires abaissées de tous les points de la *fig.* 6 sur la droite AY qui est la trace verticale du lattis extérieur de croupe, ont déterminé sur ce plan les projections du chevron et des deux empanons de croupe.

Cette projection est rabattue (*fig.* 10) en tournant autour de la droite horizontale AZ, située dans le plan du lattis extérieur de croupe, et prise avec intention un peu au-dessous de la sablière, afin que la *fig.* 10 se détache bien de la *fig.* 7.

Les deux triangles rectangles SKM,SRN contiennent les projections du chevron G et des empanons E,F sur les plans des lattis extérieurs de long pan.

On suppose d'abord que ces pièces ont été projetées sur les plans A'U, Z'X (*fig.* 3), d'où on les a reportés sur la *fig.* 10.

Les directions des lignes principales seront parallèles aux deux droites SM,SN, déterminées sur la *fig.* 10 par la construction des deux triangles SKM,SRN.

Les côtés KM,RN de ces triangles, ainsi que les largeurs ou écartements des chevrons et empanons E'',F'',G'' (*fig.* 10), sont données par leur projection sur la *fig.* 7.

Les parallélogrammes O''',L''',H''' sont les sections droites des chevrons et empanons O,L,H (*fig.* 7); ces trois figures ont été rabattues en tournant autour des horizontales des points *o,l,h* (*fig.* 8).

Les deux rectangles F''',G''' sont les sections droites du chevron G et de l'empanon F. Ces deux figures ont été rabattues en tournant autour de l'horizontale projettante du point *i*.

227. Pour mieux faire comprendre la disposition générale de l'épure et les moyens d'en vérifier toutes les parties, j'ai représenté (*fig.* 9) les deux projections de la croupe et son développement en faisant abstraction des épaisseurs de toutes les pièces.

Les lignes pleines sont les arêtes du comble, et les lignes de points mixtes sont les fermes de croupe et de long pan.

228. La *fig.* 11 est le développement de la croupe dont la projection horizontale serait un parallélogramme.

Empanon et chevron de croupe biaise.

229. La planche précédente avait principalement pour but de mettre sous les yeux du lecteur les différentes parties qui entrent dans la composition d'une croupe biaise. Nous allons actuellement consacrer une épure particulière à l'étude de chacune des pièces principales de cette espèce de comble.

230. *Disposition de l'épure.* La *fig.* 3, *Pl.* 18, est la projection horizontale d'une portion de croupe biaise; l'arêtier est désigné par la lettre A, le chevron de croupe par C et l'empanon par E.

L'inclinaison du lattis de croupe est déterminé par l'angle Z'OY (*fig.* 4).

Cette projection étant perpendiculaire à la droite *ac*, qui est la trace horizontale du plan de lattis extérieur, il s'ensuit que la droite *bh*, perpendiculaire en même temps sur les deux lattis, exprime la distance des deux plans parallèles, entre lesquels sont comprises les pièces de bois qui entrent dans la composition de la croupe.

Le but que l'on se propose dans l'exécution d'une épure étant d'obtenir toutes les lignes nécessaires pour tracer les bois dans le chantier, il faut construire les projections de toutes ces lignes sur des plans parallèles aux faces principales des pièces que l'on veut tailler.

Or, l'empanon C et le chevron E sont compris entre les plans parallèles des deux lattis de croupe, et leurs faces latérales sont formées par des plans verticaux parallèles à la direction du comble principal (*fig.* 2, *Pl.* 17).

Il nous reste donc à construire deux projections essentielles, savoir :

La *fig.* 5, qui contient les projections du chevron et de l'empanon de croupe sur un plan vertical parallèle à la direction de ces deux pièces; et la *fig.* 6, qui contient les projections des mêmes pièces sur le plan du lattis extérieur.

Le moyen le plus simple pour atteindre le but que nous venons d'indiquer, c'est de construire (*fig.* 4) une projection auxiliaire du chevron et de l'empanon sur un plan vertical OZ', perpendiculaire à la trace horizontale *ac* du lattis de croupe. L'inclinaison des pièces de bois étant déterminée par celle de la droite OY, dont la direction est connue, on obtiendra facilement sur la *fig.* 4 les hauteurs de tous les points, en les déduisant de la *fig.* 3, et ces hauteurs étant reportées (*fig.* 5) sur les lignes de projection provenant des points correspondants de la *fig.* 3, toutes les parties de la *fig.* 5 seront déterminées.

La naissance de l'embrèvement du poinçon est déterminée sur la *fig.* 4 comme sur la planche 14, par le point *r'*, suivant lequel l'arête verticale *rr'* est rencontré par la droite *kr*,*k'r'*, située dans la face inférieure de l'arêtier.

Pour construire la herse (*fig.* 6) on projettera tous les points de la *fig.* 4 sur la droite OY qui est la trace du lattis extérieur de croupe, et l'on supposera que ce dernier plan tourne autour de la droite horizontale OZ, jusqu'à ce qu'il soit rabattu sur le plan de l'épure. Dans ce mouvement, chaque point de la *fig.* 3 se meut dans un plan vertical perpendiculaire à la droite OZ, et pour obtenir les points correspondants de la *fig.* 6, il suffit de prendre avec le compas, la distance du point O à la perpendiculaire abaissée de chacun de ces points, sur la droite OY (*fig.* 4).

231. Dans les épures d'étude, on conserve la trace des opérations précédentes en décrivant sur la *fig.* 4 les projections des cercles parcourus par les points de la *fig.* 3, projetés sur le plan du lattis supérieur.

232. Au lieu de tracer sur la *fig.* 4 les projections des arcs décrits par chacun des points cherchés, on peut prolonger les lignes projettantes *hb*,*ks*, etc., jusqu'à ce qu'elles rencontrent la droite OX qui partage l'angle YOY' en deux parties égales; par les points *d*,*l* on tracera des lignes parallèles à OZ, et les intersections de ces droites avec les perpendiculaires abaissées des points correspondants de la *fig.* 3, détermineront les mêmes points sur la *fig.* 6.

233. On peut encore ramener les points de OY sur OY' par des droites *pq*,*st*, perpendiculaires à la ligne OX.

234. *Vérification.* Tous les points de la *fig.* 6 peuvent être vérifiés en prenant sur la *fig.* 5 la distance de chacun de ces points à un plan quelconque PI, perpendiculaire à la direction du chevron et de l'empanon de croupe.

Pour cela, on remarquera d'abord, que le point S'' provient de l'intersection de l'axe du poinçon avec les plans des lattis extérieurs de long pan et de croupe, d'où il suit, que la verticale U''S'' (*fig.* 5) doit être égale à la même droite U'S' (*fig.* 4).

Cette première valeur étant vérifiée, on construira sur la *fig.* 6 le triangle rectangle S'''KD dont on connaît le côté DK, et l'hypothénuse S'''D, égale à la droite S''D'', projection de SD sur le plan de la *fig.* 5; on doit avoir d'ailleurs S'''K (*fig.* 6) égale à S'O (*fig.* 4).

Cela étant fait, on prendra une ouverture de compas égale à S''V (*fig.* 5); on portera cette distance de S''' en V' sur la *fig.* 6, et la droite P'V'I, perpendiculaire à S'''D,

sera l'intersection du plan du lattis extérieur de croupe par le plan PI, perpendiculaire à la direction du chevron et de l'empanon de croupe (*fig.* 5). Si l'on a bien opéré, la distance de chaque point au plan P'I (*fig.* 6) doit être égale à la distance du point correspondant au même plan PI (*fig.* 5).

On peut conserver la trace de cette vérification en ramenant par des parallèles chaque point de la *fig.* 5, sur la droite IF, perpendiculaire au plan PI. On fera ensuite tourner la droite IF jusqu'à ce qu'elle soit venue prendre la position IF', perpendiculaire au plan IP', et des parallèles à ce dernier plan menés par chacun des points de la droite IF', devront passer par les points correspondants de la *fig.* 6.

Les parallèles aux plans PI et les lignes correspondantes parallèles au plan IP', doivent se couper sur la droite IR qui partage l'angle PIP' en deux parties égales. Cette remarque peut abréger le travail, en dispensant de construire les arcs de cercles parcourus par chacun des points de la droite IF. Enfin, on peut encore remplacer ces arcs de cercles par des droites telles que *vu*,*zx*, perpendiculaires à la ligne IR.

235. *Sections droites.* Les parallélogrammes C^{iv},E^{iv} sont les sections du chevron et de l'empanon de croupe, par le plan PI, perpendiculaire à la direction de ces deux pièces. On suppose ici que le plan PI est rabattu sur l'épure en tournant autour de l'horizontale PH (*fig.* 3).

Cette opération peut être vérifiée de plusieurs manières.

D'abord, les deux droites HP,QG, étant situées dans le

plan horizontal PG, se rencontreront en un point T qui ne changera pas de place puisqu'il appartient à la droite TH, autour de laquelle on a rabattu le plan PI, de sorte que le point T doit être situé dans le prolongement de la droite $n'''i$.

Par la même raison, la droite $m'''e$ doit contenir le point de rencontre des lignes ao, HP.

236. Lorsque les points dont nous venons de parler ne sont pas sur l'épure, on peut opérer de la maniere suivante.

Soit un point o', pris à volonté sur la droite HP, on concevra par ce point une droite, perpendiculaire au plan des lattis intérieur et extérieur de croupe; cette droite, projetée sur les *fig.* 4 et 3 par les lignes om, $o'm'$, percera les plans des lattis suivant les points mm', nn'.

Il ne reste donc plus qu'à rechercher ce que deviennent ces points lorsque l'on rabat le plan PI en le faisant tourner autour de l'horizontale HP.

Le plus simple serait évidemment de projeter les deux points dont il s'agit, sur la trace du plan PI (*fig.* 5) et de construire sur cette même figure les projections des arcs que décrivent les deux points m et n en tournant autour de HP; mais notre but, en parlant de ces vérifications, étant d'indiquer les moyens de varier les exercices graphiques, nous ferons remarquer que les arcs de cercles décrits par les deux points m et n sont situés dans deux plans perpendiculaires à l'horizontale HP; d'où il suit que les projections de ces arcs seront les droites $m'm'''$, $n'n'''$, de sorte que les positions des deux points cherchés seront déterminées sur la *fig.* 2, en construisant les triangles rectangles $o'gm'''$, $o'yn'''$ dont les hypothénuses $o'm'''$, $o'n'''$ sont

projetées suivant leurs véritables grandeurs sur la *fig.* 4, parallèle à la droite $o'm'$.

Chevrons et empanons de croupe biaise.

237. Le quadrilatère E^{IV}, obtenu, *fig.* 2, pour la section droite du chevron de croupe, n'est pas un rectangle, d'où il résulte que les faces latérales de cette pièce ne sont pas perpendiculaires entre elles.

Ainsi, les deux faces qui contiennent les arêtes des points i et i', forment entre elles des angles aigus, tandis que les faces qui se coupent suivant les arêtes des points e,e', se rencontrent suivant des angles obtus.

Or, les pièces de bois employées par le charpentier, ayant primitivement la forme rectangulaire, il s'ensuit que si l'on veut déduire le chevron de croupe d'un prisme qui aurait pour section droite le rectangle $i'BiL$, il faudra enlever sur les côtés et dans toute la longueur de la pièce, les deux prismes triangulaires indiqués, *fig.* 2, par leurs sections droites $i'Be$, $e'Li$.

C'est ce qu'on appelle *délarder* une pièce de bois.

238. Au lieu de déduire le chevron de croupe du prisme qui a pour section droite le rectangle $i'BLi'$, on pourrait employer une pièce de bois dont la section droite serait le rectangle $i'MiN$. Dans ce cas, il faudrait abattre les parties indiquées par les deux triangles $i'Me'$, iNe.

En calculant les surfaces des deux rectangles $i'BiL$, $i'MiN$, il sera facile de décider quel est le plus petit des deux prismes, et celui, par conséquent, dont l'emploi occasionnera le moindre déchet.

Ce que nous venons de dire pour le chevron s'applique également à l'empanon que l'on pourra déduire d'une pièce de bois ayant pour section droite l'un des deux rectangles 1—2—3—4 ou 1—5—3—6.

239. L'emploi des chevrons et empanons délardés n'est motivé que par le désir de satisfaire le coup d'œil en conservant la verticalité des faces latérales; mais la nécessité où l'on se trouve alors d'enlever une tranche de bois de chaque côté diminue évidemment la force de toutes les pièces de la croupe, et l'on est forcé alors d'employer des bois plus gros que ceux qui auraient suffi si l'on n'eût pas diminué leur épaisseur.

Il est donc évident que l'on obtiendrait augmentation de force ou diminution de matériaux, si l'on pouvait employer les pièces de bois sans les délarder.

On peut obtenir ce résultat de plusieurs manières.

240. L'une des plus simples, indiquée par la *fig.* 1, consiste à placer les chevrons et empanons de croupe perpendiculaires à la trace du lattis, au lieu de les diriger, comme dans l'exemple qui précède, parallèlement au plan vertical qui contient le faîte du grand comble.

Cette solution qui pourrait convenir à une croupe peu étendue devrait être rejetée s'il s'agissait d'un grand édifice, parce que la poussée qui agirait perpendiculairement à la sablière de croupe, ne serait pas détruite par la résistance du faîte du grand comble, puisque cette pièce ne serait pas dans le plan de la résultante, de sorte que le poids de la croupe tendrait à pousser le poinçon à gauche du plan qui contient la ferme sous faîte.

Il est donc évident que dans ce cas, il faut placer la demi-ferme de croupe parallèlement à la direction du grand comble, et si de plus on veut conserver toute la force des bois, il ne faut pas délarder les pièces, et l'on doit conserver la forme rectangulaire de leurs sections droites. Nous allons voir comment il faut agir dans ce cas.

Empanon déversé.

241. Soit (*fig.* 1, *Pl.* 19) la projection horizontale d'un empanon de croupe biaise. Les droites *ou*,*cv* étant situées dans le lattis extérieur de croupe, il s'agit de déterminer les faces latérales en conservant à la pièce de bois sa forme rectangulaire.

Il est évident que pour atteindre ce but, il faut que les faces adjacentes soient perpendiculaires entre elles, et la question revient par conséquent à faire passer par les arêtes *ou*,*cv* des plans perpendiculaires au lattis extérieur de croupe.

Or, on sait en géométrie, qu'un plan est perpendiculaire sur un autre toutes les fois qu'il contient une droite perpendiculaire à ce dernier plan.

La géométrie descriptive nous apprend de plus, qu'une droite est perpendiculaire sur un plan, lorsque les projections de cette ligne sont perpendiculaires sur les traces du plan.

D'après cela, concevons un plan de projection AZ, perpendiculaire à la droite *ao* qui est la trace horizontale du lattis extérieur de croupe, la droite *ay* sera la trace verticale de ce même plan.

Concevons ensuite un point *mm'*, pris à volonté sur l'arête *ou*, et situé par conséquent dans le plan de lattis *oay*. Si nous traçons *ms*, perpendiculaire sur *ao*, et *m's'*, perdendiculaire sur *ay*, les lignes *ms*,*m's'* seront les deux projections d'une droite perpendiculaire au lattis extérieur de croupe, et le point *ss'* déterminera la droite *oi*, suivant laquelle la face supérieure de la sablière est rencontrée par la face latérale qui contient l'arête *ou*.

La droite *ir*, parallèle à *ou*, sera la troisième arête de l'empanon.

Enfin, la droite *cx*, parallèle à *oi*, déterminera le point *x* et la quatrième arête *xe* de l'empanon.

242. Au lieu de prolonger la droite *m's'* jusqu'à la face supérieure de la sablière, on peut déterminer (*fig.* 4) le point *nn'*, suivant lequel cette même droite perce le plan du lattis intérieur; cette opération détermine l'arête *ir* et la droite *oi*, après quoi les droites *c'x* et *xe* seront déterminées comme dans l'exemple précédent.

243. C'est en opérant comme nous venons de le dire, que l'on a construit la *fig.* 6, qui représente sur une plus grande échelle la projection horizontale d'un empanon à faces déversées.

Le grand nombre de lignes tracées sur cette figure ne doit pas effrayer le lecteur. Beaucoup de ces lignes peuvent être supprimées dans la pratique.

En effet, les unes ont pour but de lier entre elles toutes les opérations et de faire voir quels sont les points qui se co respondent sur toutes les projections auxiliaires. D'autres ont pour but d'indiquer plusieurs espèces de

vérifications que je recommande aux commençants comme exercices de géométrie descriptive.

Ainsi par exemple, si par le point *s* (*fig.* 6) on construit la droite *sd*, perpendiculaire sur *ou*, il est évident que cette ligne sera la trace horizontale du plan *sdm*, perpendiculaire sur l'arête *ou*. Ce plan contiendra la section droite de l'empanon; cette figure est projetée ici par le parallélogramme *mnzq*, mais nous verrons bientôt que sa véritable forme est rectangulaire, comme cela doit nécessairement résulter des opérations précédentes. La droite *cb*, parallèle à *os*, sera la trace de la deuxième face latérale de l'empanon. L'intersection de *cb* avec la droite *ih* déterminera le point *x*, et par conséquent la droite *xe*, quatrième arête de l'empanon.

La ligne *bq*, parallèle à *sm*, déterminera les points *q* et *z* par lesquels on fera passer les droites *mq* et *nz* qui doivent être parallèles entre elles, et qui étant prolongées suffisamment, doivent rencontrer la trace horizontale du plan *sdm* aux points *h* et *d*, situés sur les traces horizontales des deux lattis.

Le parallélisme des droites *md*, *nh* provient de ce que ces deux lignes sont les intersections des plans parallèles $oo'y'$, $ii'r'$ par le plan de section droite *sdm*, et le parallélisme des deux droites *bq*, *sm* résulte de ce que les deux faces latérales de l'empanon sont parallèles entre elles. De plus, ces faces étant perpendiculaires aux plans des deux lattis, on doit évidemment en conclure que le quadrilatère projeté par *mnzq* est un rectangle.

244. Le but que nous nous proposons ici étant de familiariser le lecteur avec l'application de la géométrie descriptive, nous devons nous borner à la projection des pièces

de charpente qui entrent dans la composition des édifices, et à la détermination exacte de toutes les coupes qui résultent de la nature plus ou moins compliquée de leurs assemblages.

Nous verrons ailleurs comment il faut tracer sur les pièces de bois elles-mêmes toutes les lignes nécessaires pour diriger le travail de l'ouvrier. Mais, sans entrer pour l'instant dans tous les détails de cette question, il est facile de comprendre que les différentes faces de la pièce que l'on veut tailler, doivent servir en quelque sorte de plans de projections sur lesquels on tracera plus tard les arêtes des tenons et des mortaises, ou les traces des plans qui contiennent les faces des assemblages.

C'est pourquoi, dans l'épure actuelle, comme dans celles que nous étudierons par la suite, nous nous sommes attaché à obtenir les projections de toutes les parties des pièces de charpente sur des plans parallèles à leurs faces principales.

Pour compléter l'épure qui nous occupe, il nous reste donc à faire deux opérations essentielles.

Il faut obtenir les projections de l'empanon :

1° *Sur un plan parallèle aux lattis de croupe* ;

2° *Sur un plan parallèle aux faces déversées.*

245. La projection de l'empanon sur le plan des lattis s'obtiendra en opérant comme dans les exemples qui précèdent, ainsi, l'inclinaison de la croupe étant connue, et la projection horizontale de l'empanon étant déterminée sur la *fig.* 6, on construira (*fig.* 5) une projection de la même

pièce sur le plan vertical AZ, perpendiculaire à la trace horizontale *o'o* du lattis extérieur.

Quand tous les points de la projection (*fig.* 5) seront déterminés, on les projettera sur la droite *o'y'* qui est la trace verticale du lattis extérieur de croupe, et faisant tourner ce plan autour de l'horizontal RR', on le rabattra en herse comme on le voit (*fig.* 12).

246. Comme exercice on a déterminé sur la *fig.* 5 les trois points 1',2',3' dont les projections, sur la *fig.* 6, sont désignées par 1,2,3. Les points 1,1' et 2,2' sont les intersections des droites *ms,qb*, qui forment deux côtés de la section droite de l'empanon, avec les deux côtés correspondants du parallélogramme *u'r'v'e'* (*fig.* 5) suivant lequel l'empanon est coupé par le plan vertical 1 – 7 qui forme l'une des faces latérales de l'arêtier (*fig.* 6).

Le point 3,3' est situé dans la face supérieure de la sablière, les points 1', 2' et 3' (*fig.* 5), doivent être situés sur une même droite qui est la projection de la ligne suivant laquelle le plan de section droite *sdm* rencontre la face verticale de l'arêtier. Les points 1 et 2, appartenant aux faces latérales de l'empanon, les points 1" et 2" (*fig.* 12), doivent appartenir aux deux lignes *o"u"* et *c"v"* qui sont les projections des faces *ouir* et *cvxe* sur le plan du lattis extérieur de croupe, et les points 1,2,3 étant situés dans le plan de section droite *sdm*, leurs projections 1",2" et 3" (*fig.* 12) doivent être situées sur une même ligne droite 1"—5", qui est l'intersection du lattis extérieur par le plan *sdm*, et qui pour cette raison, doit être perpendiculaire à la projection de l'empanon sur la *fig.* 12.

247. Pour obtenir la projection de l'empanon sur un plan parallèle aux faces déversées, nous construirons d'a-

bord (*fig.* 3) une projection auxiliaire sur un plan vertical AZ', perpendiculaire aux traces horizontales *os*, *cb* des plans qui contiennent les deux faces latérales de l'empanon. Les hauteurs des points de cette nouvelle projection sont déduites de la *fig.* 5.

Quand tous les points seront déterminés sur la *fig.* 3, on les projettera sur la droite $o'''y'''$, qui est la trace verticale du plan qui contient l'une des faces latérales de l'empanon, puis en faisant tourner ce plan autour de l'horizontale projetante d'un point quelconque S, on le rabattra (*fig.* 7) et l'on aura la projection sur le plan de la face latérale $oo'''y'''$. La *fig.* 3 contient neuf points de vérifications.

Les points $1'''$, $2'''$, $4'''$ $3'''$ et $5'''$, sont en ligne droite, parce qu'ils appartiennent tous les cinq à l'intersection du plan *sdm* avec la face verticale 1—7 de l'arêtier.

Les points h''' et d''' sont les intersections des côtés *mq* et *nz* avec la face supérieure de la sablière, et les points $6'''$ et $7'''$ sont les intersections du même plan par les côtés *uv*, *re* du parallélogramme suivant lequel l'empanon est coupé par la face verticale de l'arêtier.

Tous les points des figures 6, 5 et 3 sont désignés par les mêmes lettres ou les mêmes chiffres sur la *fig.* 7.

Les points de vérification 9^{IV}, 8^{IV} et 3^{IV} sont en ligne droite, parce qu'ils appartiennent à la ligne suivant laquelle la face verticale de l'arêtier est coupée par le plan horizontal qui forme la face supérieure de la sablière.

Les points 1^{IV}, 2^{IV}, 4^{IV}, 3^{IV} et 5^{IV} sont tous situés sur la droite suivant laquelle le plan de la face latérale de l'arê-

tier (*fig.* 6) est coupé par le plan *sdm* perpendiculaire à la direction de l'empanon.

248. *Vérification générale.* On peut s'assurer que les points correspondants des *fig.* 12 et 7 sont à égale distance des droites $1''$—$5''$ et 1^{IV}—5^{IV}, qui sur ces deux figures représentent le plan de section droite *sdm*.

Enfin, on peut conserver sur l'épure les traces de cette dernière vérification, en projetant tous les points de la *fig.* 7 sur la droite $o^{IV}u^{IV}$ que l'on fera tourner autour du point O jusqu'à ce qu'elle soit venue prendre la position OU, parallèle à $o''u''$ (*fig.* 12).

Les perpendiculaires menées par chacun des points ramenés sur OU devront passer par les points correspondants de la *fig.* 12.

249. Le point O doit être situé sur la droite qui partage en deux parties égales l'angle des lignes $5''$—$1''$ (*fig.* 12) et 1^{IV}—5^{IV} (*fig.* 7.) Si le point d'intersection de ces deux droites n'est pas sur l'épure, on déterminera le point O par la construction suivante :

On tracera la droite m^{IV}—B, perpendiculaire sur 1^{IV}—H, et la droite m^{IV}—C, perpendiculaire sur $5''$—K; on partagera l'angle B—m^{IV}—C en deux parties égales par la droite m^{IV}—V; et par le point I, milieu de cette droite, on construira la perpendiculaire IG, dont la rencontre avec m^{IV}—B déterminera le point O (*Géométrie*).

250. En résumant, l'épure que nous venons d'étudier contient cinq projections que l'on peut construire dans l'ordre suivant, savoir :

Fig. 6. La projection horizontale de l'empanon.

Fig. 5. La projection sur un plan vertical perpendiculaire aux lattis de croupe.

Fig. 12. La herse ou projection sur le plan du lattis extérieur.

Fig. 3. La projection sur un plan vertical perpendiculaire aux faces déversées.

Fig. 7. La projection sur un plan parallèle à ces faces.

Le rectangle E est la section de l'empanon par le plan *sdm*, l'un des côtés de ce rectangle est égal à $m'n'$ (*fig.* 5) ou $m^{\text{IV}}n^{\text{IV}}$ (*fig.* 7), et le second côté NZ est égal à $n'''z'''$ (*fig.* 3) ou $n''z''$ (*fig.* 12).

251. Pour déterminer la mortaise, on construira (*fig.* 2) la projection de l'arêtier sur un plan vertical parallèle à sa direction.

Le pentagone D'' (*fig.* 6) est la section de l'arêtier par le plan D, perpendiculaire à sa direction (*fig.* 2). On suppose que l'on a fait avancer ce plan parallèlement à lui-même jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position D', d'où on l'a rabattu sur le plan horizontal qui contient la face supérieure de la sablière, en le faisant tourner autour de l'horizontale AA''.

Chevron de croupe à faces déversées.

252. Tout ce qui vient d'être dit pour l'empanon s'applique également au chevron de la demi-ferme de croupe.

Ainsi, les droites *oi*, *cx* (*fig.* 10 et 13) seront les traces des deux plans qui contiennent les faces latérales; ces

plans perpendiculaires aux lattis de croupe couperont les faces de déjoutement des arêtiers, suivant deux droites inclinées *ma*,*vn*; la première de ces deux lignes percera le plan horizontal qui contient la face supérieure de la sablière en un point *s*, situé dans le prolongement de la droite *oi*, tandis que la droite *vn* rencontrera au point *u* le prolongement de la droite *cx*.

253. Au lieu de faire passer les faces de déjoutement par les points *a* et *v* (*fig.* 10), on peut les arrêter aux points *n* et *m* (*fig.* 11). Dans ce cas, les droites inclinées *ma*,*vn* (*fig.* 8 et 9), seront situées dans les faces verticales des arêtiers (*fig.* 11).

Intersections de combles; noues et noulets.

254. Lorsque deux surfaces se rencontrent, la ligne qui contient tous les points communs se nomme leur intersection ou *arête*. Ainsi, dans les croupes, on donne le nom d'*arête* à la droite, suivant laquelle le plan qui forme le lattis extérieur de croupe est rencontré par le plan de lattis extérieur de long pan.

Les pièces de bois formant les arêtes des combles se nomment *arêtiers*.

Les études précédentes ont sans doute fait comprendre au lecteur toute l'importance des arêtiers. Ces pièces communes aux deux pans de bois, doivent toujours être assez fortes pour empêcher la déformation des combles.

255. Nous n'avons parlé jusqu'ici que des combles qui forment à l'extérieur des angles saillants comme dans le pavillon carré qui est projeté (*fig.* 20, *Pl.* 20). Mais il

arrive souvent que les combles de deux monuments se rencontrent comme on le voit (*fig.* 18), et forment alors à l'extérieur quatre angles rentrants dont les faces sont les plans de lattis extérieurs des deux combles.

256. Ces angles rentrants sont creusés dans l'épaisseur de quatre pièces de bois que l'on nomme *noues*, qui aboutissent aux points *n* du plan, et dont les extrémités supérieures sont assemblées dans un poinçon commun, comme cela est indiqué par la *fig.* 12 sur laquelle les lettres *n* désignent les noues et les lettres *u* sont les faîtages des deux combles.

257. Au lieu d'assembler les noues sur les angles du poinçon, on peut faire aboutir toutes les pièces sur les faces d'un poinçon octogone comme on le voit *fig.* 19.

258. La *fig.* 16 est le développement de toutes les parties des deux combles projetés sur la *fig.* 18.

259. Il arrive souvent que l'on a un arêtier et une noue assemblés sur le même poinçon. La *fig.* 21 contient un exemple de ce genre, la lettre *n* indique le pied de la noue et la lettre *a* correspond à l'arêtier.

260. La *fig.* 6, indiquée ici comme étude, contient huit arêtiers et quatre noues, assemblés dans un poinçon commun.

Le développement de ce comble est représenté (*fig* 14), et se compose de quatre triangles isocèles $sa''a''$ dont les bases $a''a''$ sont égales aux côtés aa (*fig.* 6), et les hauteurs su sont égales à leur projection verticale $s'u'$ (*fig.* 6).

Quant aux triangles $sa''n''$ (*fig.* 14), on connaît le côté sa'' qui appartient à l'un des triangles isocèles $sa''n''$; on sait de plus que $a''n''$ est égal au côté an (*fig.* 6), et l'on obtiendra sn'' en faisant tourner sn (*fig.* 6) autour de l'axe du poinçon, jusqu'à ce que cette ligne soit venue se placer en sn''', ce qui donne pour sa longueur sn^{IV} égale à sn'' (*fig.* 14).

261. Lorsque les deux combles ne sont pas de même hauteur, l'ensemble des pièces de bois qui correspondent à leurs arêtes de rencontre se nomment *noulets*. Ainsi les pièces sn (*fig.* 13) forment un *noulet droit*, et les deux pièces $s'n'$,$s''n''$ appartiennent à un *noulet biais*.

Étude des noues.

262. La *fig.* 8 est la projection horizontale de deux combles qui se rencontrent dans le plan vertical an. Le point a correspond au pied de l'arêtier, et le point n est le pied de la noue.

Cette piece est représentée en perspective par la *fig.* 1, et la *fig.* 5 fait voir comment son pied est assemblé dans le tirant de la ferme arêtière an (*fig* 8).

La *fig.* 3 représente le poinçon sur une plus grande échelle.

La *fig.* 7 est la projection de la moitié de l'une des fermes du comble A, et la *fig.* 9 est l'une des fermes du comble B.

La *fig.* 10 est la projection de l'arêtier, et la *fig.* 11 contient la projection de la noue.

Les *fig.* 15 et 17 représentent toutes les pièces projetées sur les plans des lattis extérieurs.

Pour la *fig.* 15, les largeurs et les écartements des pièces sont déduits de la *fig.* 8, tandis que les longueurs sont déduites de leurs projections sur la droite *ou*, qui est, sur la *fig.* 7, la trace du lattis extérieur du comble A.

Pour la *fig.* 17, les largeurs et les écartements sont déduits de la *fig.* 8, et les longueurs des pièces résultent de leur projection sur la droite *mn* qui est, sur la *fig.* 9, la trace du lattis extérieur du comble B.

La *fig.* 2 représente en perspective une partie de la noue, coupée par un plan P, perpendiculaire à sa direction.

263. Pour éviter les angles aigus que les faces latérales font avec les plans de lattis extérieurs, on donne quelquefois à la noue la forme indiquée par la *fig.* 4. Dans ce cas l'on dit que la noue est à *faces déversées*.

264. La *Pl.* 21 contient tous les détails d'une noue sur pannes et arbalétriers.

La *fig.* 7 est la projection horizontale de la noue et d'une partie de chacun des deux combles.

La *fig.* 4 est la projection verticale d'une ferme de l'un des deux combles, et la *fig.* 13 est la projection de l'une des fermes du second comble. On supprimerait l'une des projections 4 ou 13, si les inclinaisons des deux combles étaient égales.

Les pièces projetées sur les *fig.* 4 et 7 sont l'arbalétrier A, la panne P, le chevron de long pan C, le chevron em-

panon B, assemblé dans le pied de la noue par un tenon projeté sur la *fig.* 7, et représenté en perspective par la *fig.* 5.

Enfin, l'empanon de noue E.

Les pièces projetées sur les *fig.* 7 et 13 sont l'arbalétrier A′, la panne P′, le chevron de long pan C′, le chevron empanon B′, assemblé dans le pied de la noue, comme le chevron B (*fig.* 7); enfin les deux empanons de noue E′ et F′.

La *fig.* 6 est la projection de la noue sur un plan vertical parallèle à la ferme arêtière.

Les pièces projetées sur cette figure sont l'arbalétrier A″, la noue N et une partie de la panne P′.

La noue et l'arbalétrier rabattus à gauche de la figure, font voir les entailles qui résultent de la pénétration de ces deux pièces par les pannes. L'arbalétrier A″ est vu en dessus, tandis que la noue est vue par-dessous.

265. Les coupes relatives à l'assemblage des pannes n'ont pas été projetées sur la *fig.* 7, pour deux raisons: la première, c'est que les projections de la *fig.* 6 suffisent pour tracer les bois dans le chantier, et la seconde est que pour mieux étudier cette question, nous lui consacrerons une épure particulière sur laquelle les dimensions des données nous permettront de réunir toutes les vérifications propres à exercer le lecteur sur les principes de la géométrie descriptive.

Les *fig.* 1 et 2 font voir comment les pannes sont soutenues par l'arbalétrier de la ferme arêtière et par le tasseau, représenté en perspective (*fig.* 14).

La *fig.* 8 est l'extrémité supérieure de la noue qui doit être assemblée dans le poinçon projeté (*fig.* 12) sur une plus grande échelle.

Cette projection est une coupe du poinçon par le plan horizontal qui contient le point *m* (*fig.* 6).

La *fig.* 12 fait voir comment toutes les pièces sont assemblées dans le poinçon qui est représenté en perspective sur la *fig.* 3, avec une partie de chacun des deux faîtages.

266. Pour réunir dans cette planche quelques-unes des difficultés que l'on rencontre dans la pratique, j'ai supposé que le faîtage H (*fig.* 7 et 12) était plus large que la face correspondante du poinçon. De sorte qu'une partie *ao* de cette pièce H (*fig.* 12) se prolonge jusqu'à la face *vu* du poinçon.

Dans ce cas (*fig.* 3) on pourra entailler le faîtage de manière à réserver le vide nécessaire pour le passage de la noue.

Ces coupes sont projetées sur la *fig.* 11, parallèle à la direction du faîtage H. Le quadrilatère *ceiz* est situé dans le plan qui contient la face verticale *vh* de la noue (*fig.* 12), et le triangle *nez* (*fig.* 11) appartient au plan incliné qui forme la face inférieure de la noue.

La face supérieure du faîte étant située dans le plan qui forme le lattis inférieur de long pan, il s'ensuit que la trace horizontale de ce plan est la droite *hk* (*fig.* 7), et le point *h'* (*fig.* 12) appartiendra par conséquent à la ligne *h'c*, suivant laquelle la face verticale de la noue rencontre la face oblique du faîtage.

Le côté *ez* devant coïncider avec l'arête de la noue, doit aboutir au point *s'*, suivant lequel cette arête vient percer la face supérieure de la sablière.

Cette droite *ez*, coïncidant avec l'une des arêtes de la noue, est parallèle au plan du lattis inférieur du comble, et par conséquent à la droite *ci*, suivant laquelle ce plan est coupé par le plan vertical projetant de la droite *zs* (*fig.* 7).

Enfin, le côté *nz* (*fig.* 11) sera déterminé par le point *y* (*fig.* 7), suivant lequel la droite *sy*, trace horizontale du plan incliné qui forme la face inférieure de la noue, vient percer le plan *zy* qui contient la face verticale du faîtage.

267. Au lieu de prolonger la face verticale du faîtage H (*fig.* 12), jusqu'à la face *vu* du poinçon, on peut se contenter de faire la face de déjoutement *cipq* (*fig.* 9).

Étude des pannes et tasseaux de noues.

268. Si l'on a bien compris toutes les opérations par lesquelles on détermine les coupes relatives à la réunion des pannes sur l'angle saillant qui provient de la rencontre de deux combles (*Pl.* 16), on n'éprouvera aucune difficulté pour tracer l'épure actuelle (*Pl.* 22).

En comparant les planches 16 et 22, on verra que la seule différence qui existe entre les deux questions, c'est que les entailles qui, sur la planche 16, étaient creusées dans l'épaisseur de l'arêtier, appartiennent ici à l'arbalétrier (*fig.* 2), tandis que les coupes qui, sur la planche 16, existaient sur les arêtes de l'arbalétrier ont lieu ici sur les angles de la noue (*fig.* 1).

Quant à la manière d'opérer, elle est exactement la même pour les deux épures. Ainsi, les inclinaisons des deux combles étant données par les projections de leurs fermes sur les *fig.* 5 et 13, on en déduira la projection horizontale de la noue et de l'arbalétrier de la ferme arêtière (*fig.* 14), et l'on construira sur cette figure les projections des triangles 1—1—5, 1—1—5', 2—2—6, 2—2—6', suivant lesquels les faces des pannes pénètrent dans l'épaisseur de la noue.

On construira également sur la *fig.* 14 les projections des triangles 3—3—7, 3'—3'—7', 4—4—8, 4'—4'—8', provenant de la pénétration des pannes dans l'épaisseur de l'arbalétrier.

On a supposé ici, comme dans tous les exemples précédents, que les arêtes extérieures des pannes se rencontraient dans le plan vertical qui contient l'angle rentrant de la noue.

Quand tous les points auront été projetés sur la *fig.* 14, on construira la *fig.* 15, qui est la projection de la noue et de l'arbalétrier sur un plan vertical parallèle à la ferme arêtière.

Tous les points de la *fig.* 15 doivent être situés à la même hauteur que les points correspondants des *fig.* 13 et 5.

La direction des côtés obliques de tous les triangles qui forment les faces des entailles cherchées peut être vérifiée sur les *fig.* 14 et 15, en déterminant les points t, b, d, h, z, g, l, y, suivant lesquels ces côtés, prolongés, rencontrent un plan horizontal quelconque $p'q', pq, p''q''$ (*fig.* 13, 5 et 15).

Ces points doivent être situés sur les droites $k'h, d'd$, $ll, g'g$, suivant lesquelles le plan $p'pq''$ coupe les faces 2—4, 1—3, 2—4' et 1—3' des pannes, et sur les droites rb, lh, suivant lesquelles le même plan coupe la face inférieure de la noue et la face supérieure de l'arbalétrier.

269. Le moyen de vérification le plus usité consiste à porter sur la *fig.* 15 les points 9, 10, 11 et 12, suivant lesquels les faces 2—4, 1—3, 2—4' et 1—3' des pannes coupent une verticale quelconque m, m', m'', m''', située dans le plan qui contient l'arête de la noue.

Les hauteurs des points 9 et 10 (*fig.* 15) sont données par leur projection sur la *fig.* 5, et les hauteurs des points 11 et 12 sont déduits de leurs projections (*fig.* 13).

270. On peut au surplus déterminer tous les points cherchés d'une manière extrêmement simple. Il suffit de construire, sur la *fig.* 15, les six parallélogrammes indiqués par des points sur la *fig.* 7.

Les trois premiers, désignés par leurs sommets 1, 2, 3, 4, résultent de la section de la panne P par les trois plans verticaux et parallèles à sr, ca, km (*fig.* 14), et les trois autres parallélogrammes 1—2—3'—4' (*fig.* 7), proviennent de la section de la panne P' par les trois plans verticaux et parallèles km, vn, xu (*fig.* 14).

271. Dans l'exemple que nous avons donné (*fig.* 6, *Pl.* 21) les six parallélogrammes se réduisent à quatre, parce que la noue et l'arbalétrier ont la même largeur, de sorte que les plans verticaux qui contiennent les faces verticales de la noue se confondent avec les plans des faces verticales de l'arbalétrier.

La *fig.* 8, *Pl.* 22, est la projection de la noue, vue par dessous, et la *fig.* 16 est la projection de l'arbalétrier vu en dessus; tous les points de ces deux figures sont déduits de leurs projections (*fig.* 14) et reportés sur les perpendiculaires abaissées des points correspondants de la *fig.* 15.

Les *fig.* 6 et 17 sont deux projections du tasseau représenté en perspective sur la *fig.* 9.

272. Si les deux combles étaient également inclinés, le plan vertical qui contient l'arête de noue serait un plan de symétrie, les projections des huit triangles sur la *fig.* 15 se réduiraient à quatre, et le tasseau aurait la forme indiquée par la *fig.* 12; c'est-à-dire, que les deux faces supérieures seraient également inclinées et se couperaient suivant une arête saillante, située dans le plan de symétrie, ce qui n'a pas lieu dans l'exemple qui vient de nous occuper (*fig.* 9).

La *fig.* 3 est la perspective du chevron empanon de noue E, projeté sur les *fig.* 14, 5 et 4, et la *fig.* 10 est la perspective du chevron empanon F, projeté sur les *fig.* 14, 13 et 11.

Arêtier et noue à faces déversées.

273. Dans les exemples qui précèdent, les faces latérales des noues étant formées par des plans verticaux, il s'ensuit que ces faces font des angles aigus avec les plans des lattis extérieurs des deux combles.

En effet, le polygone N''' (*fig.* 5, *Pl.* 23) étant la section droite de la noue, il est facile de concevoir que si les faces verticales $u'''c'''$ étaient prolongées jusqu'à la ren

contre des plans qui forment les faces supérieures $o'''a'''$, on aurait aux points b des angles d'autant plus aigus que les combles auront plus de pente.

On évite l'inconvénient dont nous venons de parler en formant les faces latérales de la noue par les deux plans $a'''c'''$, perpendiculaires aux plans des lattis extérieurs $o'''a'''$. On conçoit cependant que si l'on prolongeait les deux faces $a'''c'''$ jusqu'au plan $u'''u'''$, qui forme la face inférieure de la noue, on retrouverait aux points d,d l'inconvénient que l'on a voulu éviter aux points b,b. Dans ce cas, après avoir déterminé la largeur $u'''u'''$ que l'on veut donner à la noue, on construira par le point u''' les plans verticaux $u'''c'''$, de sorte que la surface latérale de la noue sera formée par *sept* plans, savoir :

La face inférieure $u'''u'''$;

Les deux faces verticales $u'''c'''$;

Les deux faces inclinées ou *déversées* $c'''a'''$, perpendiculaires aux faces $o'''a'''$ qui coïncident avec les plans des lattis extérieurs des deux combles.

Voici de quelle manière on déterminera toutes ces faces.

274. La *fig.* 5 est la projection horizontale d'une ferme arêtière, située à l'intersection de deux combles d'égale pente.

L'une des fermes de ces combles est projetée (*fig.* 4) et détermine les traces horizontales $o'o,c'c$ des deux lattis.

Par le point e, suivant lequel se rencontrent les traces des lattis inférieurs, on construira la droite uu, perpendiculaire à la direction de la ferme arêtière. Cette droite

férence qui existe entre cette noue et celle de la *Pl.* 22, qui était appuyée sur l'une des faces du poinçon, tandis que la noue actuelle est assemblée sur l'angle.

277. Avant de passer à une autre étude, j'indiquerai comme exercices quelques points de vérification. Ainsi, en prolongeant la droite *ah* (*fig.* 5), on obtiendra un point *l* qui, projeté en *l'* sur la *fig.* 6, devra être situé dans le prolongement de la ligne suivant laquelle la face verticale du poinçon est rencontrée par la face déversée de la noue.

Les points *r*,*r'* (*fig.* 5 et 6) appartiennent à la droite suivant laquelle la face inclinée du faîtage pénètre dans la face verticale du poinçon, et le point *q'''* (*fig.* 5), résulte de l'intersection du plan de section droite P par la la ligne suivant laquelle se coupent les deux faces déversées de la noue.

Empanon de noue.

278. Cet empanon, désigné par la lettre E sur la *fig.* 5 et par les lettres E',E'' sur la *fig.* 4, est représenté en perspective (*fig.* 3).

La face de joint 1—2—3—4 (*fig.* 4) est un rectangle.

En effet, les plans verticaux formant les faces latérales de l'empanon, et le plan incliné qui contient la face déversée de la noue étant perpendiculaires aux lattis du comble, il s'ensuit que les intersections des deux premiers plans par le troisième sont deux droites 1—2, 3—4, perpendiculaires aux plans des lattis, et par conséquent aux droites 1—3, 2—4, situées dans ces plans.

L'épaisseur que l'on veut donner au tenon étant déter-

Les deux combles étant également inclinés, on déterminera la trace *ak* de la seconde face déversée en faisant $ik = ig$.

Quant aux faces de l'angle rentrant de la noue, elles coïncident avec les plans des lattis extérieurs.

La *fig.* 6 est une projection parallèle à la ferme arêtière.

On comprendra facilement comment la noue est assemblée sur l'angle du poinçon en jetant un coup d'œil sur les *fig.* 1 et 12.

La *fig.* 12 indique la forme de l'embrèvement creusé dans l'épaisseur du poinçon pour recevoir les extrémités de la noue. On voit aussi sur la *fig.* 1 les entailles formées au-dessous de la noue pour l'emplacement des deux faîtages sur lesquels elle s'appuie.

Ainsi, on remarquera sur la *fig.* 1 l'arête de l'angle rentrant qui doit coïncider avec l'angle saillant du poinçon, les deux quadrilatères qui se coupent suivant cette arête doivent être appliqués sur les faces de l'embrèvement (*fig.* 12).

Les deux quadrilatères adjacents aux précédents sont les faces suivant lesquelles la noue s'appuie sur les faces inclinées des faîtages, et les faces verticales de ces deux pièces doivent coïncider avec les plans des deux triangles de la *fig.* 1.

Je ne donnerai pas ici de plus grands détails sur cet assemblage qui sera étudié dans l'épure suivante sur une plus grande échelle.

Je me bornerai pour l'instant à faire remarquer la dif-

La trace *h*—12 de ce plan sera déterminée par le point *h'*,*h* (*fig.* 4 et 5), et doit être perpendiculaire à la direction de la noue, puisque la face correspondante du tenon est perpendiculaire en même temps aux plans des lattis et à la face déversée de la noue.

Les droites 7—8, 9—10 (*fig.* 4) étant prolongées jusqu'à la face supérieure de la sablière, déterminent les points 14 et 15 (*fig.* 5), et la droite 14—15 qui joint ces deux points doit être parallèle à la droite *qg*.

En effet, la face 9'—8' du tenon E'' (*fig.* 4) étant parallèle à la face de joint 2'—4', il s'ensuit évidemment que les traces horizontales *qg* et 14—15 des plans qui contiennent ces deux faces doivent aussi être parallèles.

Chevron empanon.

281. La *fig.* 8 représente en perspective le pied du chevron empanon désigné par la lettre C sur la *fig.* 5 et par les lettres C' et C'' sur la *fig.* 4.

La projection C' (*fig.* 4) fera comprendre la forme du tenon, les faces 16—17, 18—19, 17—20 et 19—20 sont perpendiculaires au plan de la *fig.* 4, la face 17—20 est verticale, et les deux faces 16—17, 18—19 sont parallèles aux plans des lattis.

Le pentagone projeté par 20'—21' sur la *fig.* C'' et désigné sur la *fig.* 5 par des hachures est parallèle à la face déversée 18'—*o*'' (*fig.* 4).

Le triangle *c*''*o*''—23' est vertical et coïncide avec la petite face correspondante de la noue.

La *fig.* 2 indique la forme de la mortaise creusée dans

la face déversée de la noue, et la *fig.* 9 est la perspective du coyer.

Arêtier.

282. Les motifs que nous venons de donner pour incliner les faces latérales de la noue n'existent plus pour l'arêtier, puisque dans cette pièce les faces verticales feraient des angles obtus avec les faces supérieures.

Cependant, si l'on fait les faces de l'arêtier perpendiculaires aux plans des lattis, on fera disparaître l'obliquité qui existe ordinairement dans l'assemblage des empanons.

Supposons donc que l'on ait déterminé l'épaisseur totale xx de l'arêtier A (*fig.* 5), et que les deux arêtes des points x soient situées dans les plans des lattis extérieurs des deux combles.

On choisira sur la droite xt un point quelconque t dont la projection sur la *fig.* 4 sera t', on tracera ensuite la droite ty, perpendiculaire sur $z'z$ (*fig.* 5) et la droite $t'y'$, perpendiculaire sur $z't'$ (*fig.* 4).

Les lignes ty, $t'y'$ seront les deux projections d'une droite perpendiculaire aux plans des lattis, et le point yy' suivant lequel cette droite perce le lattis inférieur (*fig.* 4), déterminera sur la *fig.* 5 la projection horizontale vy de l'une des arêtes inférieures de l'arêtier.

Cette arête rencontrera la trace du lattis inférieur en un point v que l'on joindra avec x par la droite vx qui sera la trace horizontale de l'une des faces déversées.

283. On peut déterminer cette trace avec plus d'exactitude en prolongeant la droite $t'y'$ (*fig.* 4) jusqu'au point

p', ce qui donnera (*fig.* 5) le point p que l'on joindra avec x.

En faisant wf égal à wp on obtiendra la trace fx de la seconde face déversée.

Ainsi, les faces latérales de l'arêtier sont au nombre de cinq, comme on peut le reconnaître par la section droite rabattue en A'''.

Savoir, la face inférieure dont la trace horizontale est vv, les deux faces déversées vx, vx et les plans des deux lattis. On peut commencer par la section droite A''', d'où on déduira facilement les faces déversées.

Les plans des faces déversées se rencontrent suivant une droite $æ'æ''$, parallèle à la direction de l'arêtier (*fig.* 6), et qui perce le plan horizontal de projection au point $æ, æ'$ (*fig.* 5 et 6).

284. On peut augmenter la force de l'arêtier en donnant à sa section droite la forme indiquée par la *fig.* A^{IV}.

285. L'empanon de l'arêtier est désigné par la lettre F sur la *fig.* 5 et par les lettres F' et F'' sur la *fig.* 4.

La face de joint est le rectangle 24—25—26—27.

Les deux joues du tenon sont parallèles aux plans des lattis, la face 25'—28' est perpendiculaire à la face déversée avec laquelle coïncide la face de joint 25'—27'.

Les deux arêtes de la face 25'—28' sont projetées sur la *fig.* 5 par deux droites perpendiculaires à la trace px de la face déversée. Ces deux lignes doivent aboutir aux points 29 30, suivant lesquels les traces horizontales

des plans qui contiennent les joues du tenon sont rencontrées par la droite 29—31, qui est la trace horizontale du plan qui contient la petite face 25′—28′ du tenon de l'empanon F″ (*fig.* 4).

La droite 29—31 (*fig.* 5), perpendiculaire à la direction de l'arêtier, est déterminée par le point 32, suivant lequel la droite 24—25 (*fig.* 4) perce la face supérieure de la sablière.

La droite 31—33, parallèle à *px*, est la trace horizontale du plan qui contient la face 28′—37′ de l'empanon F″ (*fig.* 4).

La *fig.* 6 contient deux projections de l'arêtier dont le pied est représenté en perspective sur la *fig.* 7.

286. La *fig.* 4 fait voir comment le chevron de long pan doit être entaillé pour faciliter son assemblage avec l'arêtier. Le pentagone vertical M forme la face de déjoutement, et le triangle 34—35—36 (*fig.* 4 et 5) coïncide avec la face déversée de l'arêtier.

La *fig.* 10 est le coyer de la ferme arêtière.

287. La *fig.* 11 est l'extrémité du faîtage, la face de joint est brisée, suivant la ligne horizontale qui forme la naissance de l'embrèvement de la noue.

Études d'embrèvement.

288. La plus grande partie des lignes d'embrèvements ne se tracent pas sur les épures. Il suffit presque toujours pour la pratique de connaître exactement l'angle suivant lequel deux pièces doivent se rencontrer. On les place alors sur le chantier dans la même position relative, et

l'une de ces pièces servant en quelque sorte de règle pour tracer l'autre, on détermine directement sur le bois les lignes nécessaires pour tailler les assemblages.

Cependant, il y a souvent des coupes assez composées pour qu'il soit utile de les étudier d'avance, et dans ce cas les opérations faites sur le papier ne sont plus à l'échelle d'exécution.

Le peu d'espace dont on peut alors disposer, joint au grand nombre de lignes nécessaires pour résoudre le problème, donnent aux épures une apparence de confusion qui ne doit pas effrayer.

Il est certain que si l'on se contentait de regarder ces sortes de dessins, il serait assez difficile d'en bien saisir tous les détails; mais il ne faut pas oublier que la géométrie descriptive ne peut être étudiée avec fruit que la règle et le compas à la main. C'est en exécutant successivement toutes les parties de l'épure que l'on pourra comprendre le but de chaque opération. Les vérifications surtout fortifieront beaucoup le lecteur, en ramenant toujours son attention vers les principes généraux.

Ce qui fait qu'un assez grand nombre d'ouvriers n'acquièrent une certaine habitude qu'à force de routine, c'est que leurs épures ne sont jamais complètes.

Ils croient simplifier la question en ne traçant que les lignes absolument nécessaires pour tailler le *modèle en petit*, et sans l'exécution de ce modèle, ils ne comprendraient souvent rien à ce qu'ils ont dessiné.

Or, l'exécution du modèle exigeant un temps considérable, il s'ensuit qu'ils emploient des mois entiers pour résoudre des questions qu'un élève intelligent peut

étudier complétement en quelques jours, lorsqu'il connaît bien les principes si simples de la géométrie descriptive.

Nous continuerons donc à distinguer les épures d'étude de celles qui suffisent pour l'exécution d'un ouvrage de charpente.

Ces dernières, qui ne sont que des abréviations, ne doivent contenir que les lignes nécessaires pour tracer les bois dans le chantier, tandis que les épures d'étude pour être complètes, doivent contenir non-seulement les données et les résultats, mais encore toutes les opérations nécessaires pour rappeler à l'esprit les principes au moyen desquels ces résultats ont pu être obtenus ou vérifiés.

Enfin, les épures telles qu'on les fait dans la pratique, ne peuvent être utiles qu'à ceux qui savent, tandis que les épures d'étude sont destinées à ceux qui ne savent pas.

J'ai cru ces réflexions nécessaires pour engager les commençants à ne pas s'effrayer du grand nombre de lignes tracées sur quelques épures.

Beaucoup d'entre elles se rapportent à des vérifications qui, loin d'augmenter la difficulté du travail, contribuent au contraire à le rendre moins aride par la satisfaction que l'on éprouve lorsque l'on reconnaît l'exactitude des opérations précédentes.

289. L'étude que l'on s'est proposée dans la planche 24 peut être considérée comme le complément de la question qui fait le sujet de la planche 23.

Il s'agit de déterminer tous les détails de l'embrèvement

pour l'assemblage du poinçon avec l'arêtier et la noue à faces déversées.

La *fig.* 6 est une projection sur un plan perpendiculaire à la direction de l'un des deux combles que nous supposerons également inclinés.

La *fig.* 11 est la projection horizontale du poinçon dans lequel sont assemblés l'arêtier A, la noue N, les deux chevrons de long pan C et les deux faîtages F.

La *fig.* 5 est une projection sur un plan parallèle à la ferme arêtière.

Les *fig.* 7 et 8 sont l'arêtier et la noue projetés sur des plans parallèles à leurs faces inférieures.

Les *fig.* 1, 2 et 3 sont les perspectives de la noue de l'arêtier et du poinçon.

Enfin, la *fig.* 10 est la perspective du chevron de long pan désigné par la lettre C sur les *fig.* 9, 8 et 11.

290. L'épure qui nous occupe ayant uniquement pour but l'étude des embrèvements du poinçon, on a pu supprimer les parties inférieures de toutes les pièces inclinées.

Les pieds de la noue et de l'arêtier sont alors remplacés par les polygones suivant lesquels ces deux pièces sont coupées par le plan horizontal PQ (*fig.* 8).

La largeur commune de l'arêtier et de la noue étant donnée par la question, les droites cx, cx seront déterminées sur la *fig.* 11.

L'inclinaison et l'épaisseur du comble étant également

onnues, on tracera sur la *fig.* 8, les droites z'—14 et o'—1, qui sont les traces des plans des lattis extérieurs, et les droites v'—16 et c'—10, traces des plans de lattis intérieurs.

291. Les faces déversées de la noue et de l'arêtier seront déterminées comme dans l'épure précédente. Ainsi, on tracera (*fig.* 11 et 8): 1° la droite $c'n'$, perpendiculaire aux traces des deux lattis; 2° la droite $c'c$ qui déterminera le point c sur l'arête cu; 3° la droite cn, perpendiculaire sur oo'.

Les lignes cn,$c'n'$ seront les deux projections d'une droite perpendiculaire au plan des deux lattis. Cette droite percera le plan du lattis extérieur au point $n'n$, par lequel on fera passer la droite n—a, de sorte que la droite ac sera la trace horizontale de l'une des faces déversées de la noue.

Cette face, contenant la droite cn,$c'n'$, sera évidemmen perpendiculaire aux plans des lattis.

En faisant $oa=ao$ on aura ac pour la trace horizontale de la seconde face déversée.

Les droites a—3 seront les arêtes les plus élevées de la noue dont la section par le plan horizontal PQ sera le polygone *acuucao*.

292. Pour déterminer les faces de l'arêtier, on tracera (*fig.* 8):

1° La droite $v't'$, perpendiculaire aux traces z'—14,v'—16 des deux lattis;

2° La droite $t't$ qui déterminera le point t (*fig.* 11);

3° La droite tv, perpendiculaire sur zz'.

Les lignes $tv, t'v'$ seront les deux projections d'une droite perpendiculaire aux plans des lattis; de sorte que si l'on joint le point v avec x, on aura vx pour la trace du plan qui forme la face déversée de l'arêtier, dont la section par le plan horizontal PQ, sera le pentagone $vxzxv$.

Ainsi, la noue et l'arêtier sont deux prismes inclinés qui ont pour bases ou sections horizontales les deux polygones $aoacuuc, zxvvx$. La noue est un prisme à sept faces, tandis que l'arêtier est un prisme pentagonal.

293. Nous allons actuellement nous occuper de l'assemblage de ces prismes avec le poinçon. Nous commencerons par l'étude des opérations qui se rapportent à l'arêtier.

Le plan vertical 13—15 (*fig.* 11), qui forme l'une des faces de déjoutement de l'arêtier, coupe cette pièce de bois suivant le pentagone 13—17—16—15—14 (*fig.* 5, 8, 9 et 7). Les côtés de ce pentagone sont (*fig.* 5):

1° La droite 13—14, située dans le plan du lattis extérieur;

2° La droite 13—17, située dans la face déversée de l'arêtier;

3° Le petit côté 17—16, situé dans la face inférieure de l'arêtier;

4° La droite 16—15, suivant laquelle le plan de dé-

joutement coupe la face inclinée de l'embrèvement du poinçon;

5° Enfin, la petite droite 14—15, provenant de l'intersection du plan horizontal 1—24 (*fig.* 5), par la face de déjoutement 13—15 (*fig.* 11).

On retrouvera le même pentagone sur les *fig.* 2 et 10 qui représentent les perspectives de l'arêtier et du chevron de long pan.

On voit, sur la *fig.* 10, un triangle adjacent au pentagone dont nous venons de parler; ce triangle dont le plan coïncide avec la face déversée de l'arêtier est désigné par 13—17—18 sur les *fig.* 8, 11 et 9.

La face déversée de l'arêtier étant perpendiculaire à la surface du comble, il s'ensuit que le triangle 13—17—18 est projeté en ligne droite sur la *fig.* 9 qui est la projection du chevron de long pan sur le plan du lattis.

294. La ligne de naissance 19—20 de l'embrèvement est déterminée sur la *fig.* 5 par le point 19, suivant lequel la face inférieure de l'arêtier est percée par l'arête verticale du poinçon.

La hauteur du point 19 étant reportée sur la *fig.* 8, déterminera la droite 19—21.

L'inclinaison de la face d'embrèvement étant donnée sur la *fig.* 8, on en déduira les points 16 et 15 de la *fig.* 11, et par suite les projections des mêmes points sur la *fig.* 5.

295. On fera bien de construire ici quelques points de vérification. Ainsi, par exemple, en déterminant sur la

fig. 8 l'intersection de la face inclinée de l'embrèvement avec l'axe prolongé du poinçon, on aura un point 22 qui, reporté à la même hauteur sur la *fig.* 5, devra se trouver dans le prolongement des droites 19—23, 16—15.

La face inférieure de l'arêtier coupe le plan horizontal PQ, suivant la droite *vv* (*fig.* 11). Or, si l'on prend un point quelconque 25 sur le prolongement de *vv*, et si par ce point on conçoit une droite parallèle 25—26 à la direction de l'arêtier, elle sera située dans la face inférieure de cette pièce.

Or la projection de 25—26 (*fig.* 11) sera encore sur la *fig.* 8, 25—26, et cette droite percera la face d'embrèvement du poinçon en un point 26, qui doit appartenir à la droite 24—26 (*fig.* 11), suivant laquelle la face d'embrèvement du poinçon est coupée par la face inférieure de l'arêtier.

296. Lorsque toutes les parties de l'arêtier seront déterminées et vérifiées sur les deux projections 11 et 5, on construira la *fig.* 7 qui est la projection de l'arêtier sur un plan parallèle à sa face inférieure.

Les longueurs des lignes parallèles à la direction de l'arêtier seront déduites de la *fig.* 5, et les largeurs seront données par la *fig.* 11.

On peut obtenir sur la *fig.* 7 quelques points remarquables de vérification. Ainsi, par exemple, le point 22, projeté sur la droite 19—23, sera situé dans le prolongement des deux arêtes 16—15, suivant lesquelles les faces de déjoutement de l'arêtier rencontrent les faces d'embrèvement du poinçon.

Le point 27 de la *fig.* 7 sera déduit du point 27, situé

sur l'axe du poinçon (*fig.* 5), et résulte de l'intersection du côté 13—14 avec l'arête saillante z''—24 des deux combles.

Le point 28 (*fig.* 7 et 5) provient de l'intersection du plan 1—24 par l'axe du poinçon.

Il est facile de reconnaître que ce point est situé à la rencontre des deux petits côtés 14—15, suivant lesquels le plan 1—24 (*fig.* 5) est coupé par les faces de déjoutement 13—14 (*fig.* 11).

Le point 29 de la *fig.* 7 provient du même point, que l'on obtient sur la *fig.* 5, en prolongeant les droites 13—17 jusqu'à leur rencontre avec l'axe du poinçon.

Les points 30 et 31 de la *fig.* 7 s'obtiendront en prolongeant sur la *fig.* 11 les droites 15—23, 14—24, jusqu'à ce qu'elles rencontrent les deux plans verticaux et parallèles qui contiennent les arêtes x—30 de l'arêtier. Les points 30—31 de la *fig.* 11 seront projetés (*fig.* 5) sur la trace du plan horizontal 1—24, d'où l'on déduira les projections des mêmes points sur la *fig.* 7.

Le point 32 sera déterminé sur le plan de la *fig.* 11 par la rencontre des droites 16—17 et 16—19, situées toutes les deux dans la face inférieure de l'arêtier.

Le point 32 de la *fig.* 11 étant projeté (*fig.* 5) sur la droite 16—25 qui est la trace de la face inférieure de l'arêtier, on en déduira les points 32 de la *fig.* 7, en prenant sur la *fig.* 11 la distance de l'un de ces points au plan vertical qui contient l'arête z—24 du comble.

297. Pour éviter la confusion des lettres, nous avons

choisi un exemple dans lequel les deux combles étaient également inclinés.

S'il en était autrement, il faudrait construire une projection perpendiculaire à la direction du deuxième comble, et l'on n'aurait plus qu'à répéter pour cette projection tout ce que l'on a dit sur la *fig.* 8. Il est vrai que les résultats projetés sur la *fig.* 5 seraient moins simples que dans l'exemple actuel, parce que les lignes analogues n'étant plus symétriquement placées par rapport au plan vertical qui contient l'arête d'intersection des deux combles, ces lignes n'auraient pas une projection commune; mais cet inconvénient serait compensé dans la pratique par la suppression des lignes d'opération et des lettres qui ne sont ici que pour l'explication de l'épure.

298. *Embrèvement de la noue.* La *fig.* 1 est la perspective de la noue, désignée par la lettre N sur les *fig.* 11, 5 et 4. Les faces déterminées par l'assemblage de cette pièce avec le poinçon et les faîtages des deux combles, sont au nombre de *douze*, savoir :

1° Deux triangles verticaux, représentés en perspective sur la *fig.* 1.

Ces deux triangles coïncident avec les faces verticales des deux faîtages, c'est pourquoi ils sont projetés sur le plan horizontal (*fig* 11) par les droites 10—11 – 12.

Les mêmes triangles sont désignés par les mêmes chiffres sur les *fig.* 5 et 4.

2° Les deux quadrilatères adjacents aux triangles dont nous venons de parler (*fig.* 1) sont les faces suivant lesquelles la noue est appuyée sur les faces inclinées des deux faîtages.

Ces quadrilatères, marqués par des hachures sur la *fig.* 11, sont désignés sur les *fig.* 11, 5 et 4 par les chiffres 7—9—11—10.

3° Deux autres quadrilatères adjacents aux précédents sont situés dans les deux plans verticaux qui contiennent les arêtes supérieures des faîtages.

Ces quadrilatères, projetés sur la *fig.* 11 par la droite 6—7, sont désignés sur les *fig.* 5 et 4 par les chiffres 5—6—7—9.

4° Deux quadrilatères plus petits, adjacents aux précédents, suivant les côtés 5—6, sont désignés par 3—4—5—6 sur les *fig.* 11, 5 et 4. Ces deux petites faces sont perpendiculaires aux plans verticaux 10—20 et 10—21 (*fig.* 11).

5° Deux derniers quadrilatères désignés par 1—2—3—4 sur les *fig.* 11, 5 et 4, se coupent suivant une petite droite horizontale 1—2 (*fig.* 11 et 5).

6° Enfin, les deux faces de l'engueulement de la noue sont deux pentagones désignés sur les *fig.* 11, 5 et 4 par les numéros 2—4—6—9—10.

299. *Construction de l'épure.* La ligne 10—33 qui forme la naissance de l'embrèvement du poinçon du côté de la noue sera déterminée sur la *fig.* 5, par le point 10, suivant lequel la face inférieure de la noue est percée par l'arête verticale du poinçon.

Le point 10 étant projeté à la même hauteur sur la *fig.* 8, on déterminera sur cette projection la face d'embrèvement 10—2.

On a supposé ici que les deux faces d'embrèvement de

la noue et les faces d'embrèvement de l'arêtier rencontraient l'axe du poinçon en un même point désigné par le nombre 22 sur les *fig.* 5, 7 et 4.

Le point 10 (*fig.* 5) est situé sur la droite horizontale 11—10, suivant laquelle la face verticale du faîtage est coupée par la face inclinée.

La droite 11—12 du triangle 10—11—12 (*fig.* 5) est l'intersection du plan vertical c—11, qui forme l'une des faces de la noue (*fig.* 11) par le plan vertical 10—11 qui contient une des faces du faîtage.

L'intersection de ces deux plans est projetée sur la *fig.* 11 par le point (11, 12) d'où l'on déduit facilement la droite verticale 11—12 (*fig.* 5).

Le côté 11—10 du quadrilatère 7—9—10—11 (*fig.* 5) est horizontal, et coïncide avec l'arête horizontale du faîtage.

Le côté 11—7 coïncide avec l'une des arêtes de la noue.

Cette droite, située dans le plan du lattis inférieur, est par conséquent l'intersection de la face inclinée du faîtage par la face déversée de la noue.

La droite 7—9 coïncide avec l'arête supérieure du faîtage, et la droite 9—10 est l'intersection de la face inclinée de l'embrèvement du poinçon par la face inclinée du faîtage.

Le point 9 de la *fig.* 11 sera déduit de sa projection sur la *fig.* 8.

L'arête supérieure du faîtage rencontre la face de l'embrèvement en un point 9, qui, projeté sur la *fig.* 11, don-

nera le point 9 et par suite son point symétrique, d'où l'on déduira la projection du même point sur la *fig.* 5.

Nous avons dit plus haut que le quadrilatère 5—6—9—7 était vertical et situé dans le plan projetant de l'arête la plus élevée du faîtage.

300. La noue que nous étudions diffère de celle qui fait le sujet de l'épure précédente, en cela que les faces déversées de cette dernière noue étaient prolongées jusqu'à leur rencontre avec les faces verticales du poinçon, tandis qu'ici on a terminé les deux branches qui forment l'enfourchement de la noue par les plans verticaux 6—7 (*fig.* 11).

Le côté 6—9 du quadrilatère 5—6—7—9 (*fig.* 5) doit être dirigé vers le point 22, parce qu'il provient de l'intersection de la face d'embrèvement du poinçon par le plan vertical 7—6 (*fig.* 11) qui contient évidemment l'axe du poinçon.

La droite 7—5 (*fig.* 5) est l'intersection de la face déversée de la noue par le plan vertical 7—6 (*fig.* 11).

On peut vérifier la projection de la droite 7—5 sur la *fig.* 5 en déterminant le point 35, suivant lequel la droite 7—5 prolongée rencontre l'axe du poinçon. Pour cela on prolongera les deux droites *ca* (*fig.* 11) jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en un point *m* que l'on projettera en *m'* sur la *fig.* 5; la droite *m'*—35, parallèle à la noue, sera l'intersection des deux faces déversées, et le point 35, suivant lequel la droite *m'*—35 rencontre l'axe du poinçon, sera l'intersection des deux droites 7—5, suivant lesquelles les faces déversées de la noue sont coupées par les plans verticaux 7—6 (*fig.* 11).

La droite 5—8 (*fig.* 5) est verticale et provient de l'intersection de la face verticale du poinçon par le plan du quadrilatère 5—6—7—9.

Le point 5 sera déterminé par l'intersection des droites 7—5 et 8—5, mais la rencontre de ces lignes ayant lieu suivant un angle très-aigu, il sera indispensable ici d'obtenir une vérification.

L'arête 11—7 de la noue étant prolongée percerait la face verticale du poinçon en un point 45 (*fig.* 11 et 5), l'arête *a*″—3 (*fig.* 5) perce la même face du poinçon au point 3. Il s'ensuit que la droite 3—45 (*fig.* 5) est l'intersection de la face verticale du poinçon par la face déversée de la noue; or, le point 5 étant situé dans ces deux faces, doit appartenir à leur intersection.

Le point 6 (*fig.* 5), sera déterminé sur la droite 9—22 par l'horizontale 5—6.

La droite 3—5 et la petite horizontale 5—6, perpendiculaire à la face verticale du poinçon, détermineront le plan du quadrilatère 3—4—5—6.

Le côté 3—4 n'est pas horizontal, parce que les plans des quadrilatères 3—4—5—6 ne doivent pas être perpendiculaires aux faces du poinçon.

En effet, si l'on voulait satisfaire à cette dernière condition, les deux petites faces qui ont le quadrilatère 1—2—3—4 pour projection commune, sur la figure 6, se couperaient suivant une droite 1—2 très-inclinée par rapport à l'arête verticale 1—*h*, et l'espèce d'écharpe qui en résulterait au point 1, n'aurait aucune force pour résister à la pression exercée par le poinçon sur la noue.

Il vaut donc mieux que les deux faces qui ont pour projection commune le quadrilatère 1—2—3—4 (*fig.* 5) soient déterminées par cette condition, qu'elles se couperont suivant une droite 1—2, perpendiculaire à l'arête verticale du poinçon.

Le point 1 est déterminé par la rencontre de l'arête rentrante de la noue avec l'arête 1—*h* du poinçon.

La droite 1—3, intersection de la face verticale du poinçon par la face du lattis extérieur, s'obtient en joignant le point 1 avec le point 3 déterminé précédemment.

Le point 2 (*fig.* 8), étant projeté sur la *fig.* 11, on en déduira la projection du même point 2 sur la *fig.* 5.

La droite 3—1 (*fig.* 5), étant prolongée jusqu'à la droite horizontale 33 - 10, qui est la ligne de naissance de l'embrèvement du poinçon, on obtiendra le point 36, qui étant joint avec 2, donnera 2—4 pour l'intersection de la face d'embrèvement du poinçon par le plan du quadrilatère 1—2—3—4.

Le point 2 (*fig.* 5) sera déterminé sur la droite 10—22 par l'horizontale du point 1.

La droite 3—5 prolongée, rencontrera l'horizontale 10—33 en un point 34, qui étant joint avec 6, déterminera la droite 6—4 pour l'intersection de la face d'embrèvement du poinçon par le plan du quadrilatère 3—4—5—6.

Enfin, les droites 36—2 et 34—6 se rencontreront en un point 4, et la droite 3—4 sera l'intersection des plans des deux quadrilatères 1—2—3—4 et 3—4—5—6.

La droite 3—4 peut être vérifiée de la manière suivante :

La perpendiculaire abaissée du point 34 (*fig.* 5) déterminera le même point sur la *fig.* 11.

Or, si par ce dernier point on trace une droite 34—37, perpendiculaire sur la face 1—20 du poinçon, et par conséquent parallèle à l'une des lignes 5—6, cette droite 34—37 sera l'intersection du plan horizontal 10—33 par le plan de l'un des quadrilatères 3—4—5—6.

Si ensuite on abaisse une perpendiculaire du point 36 (*fig.* 5) on obtiendra le point 36 (*fig.* 11), de sorte que la droite 36—37, parallèle à la direction de la noue, et par conséquent parallèle à la petite horizontale 1—2 sera l'intersection du plan horizontal 10—33 par le plan du quadrilatère 1—2—3—4.

Or, les deux droites 34—37 et 36—37 (*fig.* 11) étant situées toutes les deux dans le plan horizontal 10—33 (*fig.* 5), il s'ensuit que ces lignes se rencontreront, et le point 37 qui provient de leur intersection, doit appartenir à la droite 3—4, suivant laquelle se rencontrent les plans des deux quadrilatères 1—2—3—4, 3—4—5—6.

Le point 37, projeté sur la *fig.* 5, vérifiera donc la direction de la droite 3—4.

Les deux droites qui ont 3—4 pour projection commune, doivent rencontrer toutes les deux la droite 1—2 en un point 38, situé dans le plan horizontal 1—24 (*fig.* 5).

La projection de ce point sur la *fig.* 11 doit être située dans le plan de symétrie qui contient l'arête rentrante de la noue et l'arête saillante de l'arêtier.

Enfin, les petites horizontales 5—6 (*fig.* 11) rencontrent les droites 3—4 en deux points 39, qui ont une projection commune sur la *fig.* 5.

301. Lorsque toutes les parties des projections 11 et 5 seront déterminées et vérifiées, on construira la *fig.* 4 qui est la projection de la noue sur un plan parallèle à sa face inférieure.

On pourra construire comme points de vérification, le point 22, suivant lequel les droites 9—6 et 10—2 (*fig.* 5 et 11) rencontrent l'axe prolongé du poinçon;

Le point 35, situé également sur cet axe, et provenant de la rencontre des lignes 7—5;

Le point 38, provenant de la rencontre des deux droites 3—4, dans le plan horizontal 1—24 (*fig.* 5);

Le point 40, suivant lequel les deux lignes 5—6 prolongées, rencontrent l'axe du poinçon;

Les points 39, suivant lesquels les droites 3—4 rencontrent les droites 5—6; les points 43, provenant de la rencontre des lignes 7—5 et 9—6;

Enfin, le point 41, suivant lequel les droites 7—9 rencontrent l'axe du poinçon.

On peut encore déterminer, sur la *fig.* 4 les deux points 36, suivant lesquels se rencontrent les droites 1—3 et 2—4 (*fig.* 11, 5 et 4), puis les points 42, situés dans les plans qui contiennent les deux faces verticales de la noue.

302. La *fig.* 12 est une section de la noue et du poinçon par le plan horizontal 1—4 (*fig.* 5).

la droite 4—*o'*, tandis que sur la *fig.* 7, sa projection 2—6 sera perpendiculaire à la trace *a*—21 de la face déversée.

Les droites 2—1 et 2—6 (*fig.* 9), étant prolongées jusqu'au plan horizontal *o'*—11 qui forme la face supérieure de l'enrayure, on obtiendra les deux points 11 et 12, qui, projetés sur la *fig.* 7, détermineront la droite 11—12 pour la trace horizontale du plan qui contient la face 1—2—5—6 de l'embrèvement.

La profondeur de l'embrèvement étant déterminée par le point 6, pris à volonté sur la droite 2—12, on tracera la droite 6—5, parallèle à 2—1, ce qui déterminera la largeur de la petite face 1—2—5—6.

La droite 6—4 sera l'intersection de la face du joint de l'empanon avec la face de noue située dans le plan du lattis extérieur.

Les deux joues du tenon étant parallèles aux plans des lattis, il s'ensuit évidemment que les droites 7—9 et 8—10, suivant lesquelles les plans de ces joues sont coupés par la face de joint de l'empanon, doivent être parallèles à la droite 6—4.

La face 13—14—15—16 du tenon étant parallèle à la face déversée de la noue, et les joues du tenon étant parallèles aux plans des lattis, il s'ensuit que les arêtes 13—15 et 14—16 doivent être parallèles à la droite *a*—4, suivant laquelle le plan du lattis extérieur est coupé par le plan de la face déversée de la noue.

Enfin, les deux arêtes 7—14 et 8—13, suivant lesquelles les joues du tenon sont coupées par le plan 2—11—12, doivent être parallèles à la droite 2—6, suivant laquelle

le même plan rencontre la face de la noue qui coïncide avec le plan du lattis extérieur.

La petite droite 1—5 (*fig.* 7 et 9), ne doit pas être parallèle à la droite 2—6.

En effet, pour qu'il en soit ainsi, il faudrait que le triangle 1—5—3 fût le prolongement de la face inférieure de l'empanon, de sorte que les deux côtés 6—4 et 5—3 seraient les intersections des deux plans parallèles *o'*—4 et *c'*—3 (*fig.* 9) par le plan de joint 6—5—3—4 (*fig.* 7).

Mais alors, la face prolongée de l'empanon ferait avec la face verticale de la noue un angle trop aigu, et l'arête 3—1 de la mortaise n'aurait plus assez de force.

Pour éviter cet inconvénient on supposera que le plan 2—11—12 (*fig.* 7) tourne autour de sa trace 11—12, jusqu'à ce qu'il soit rabattu sur le plan horizontal.

Dans ce mouvement, le point 1 décrira un arc de cercle projeté sur la *fig.* 8 par l'arc 1—1' et sur la *fig.* 7 par la droite 1 – 1', perpendiculaire sur 11—12.

Le point 1 étant rabattu en 1' (*fig.* 7) on aura 1—1'—2' pour l'angle que la face déversée de la noue fait avec la face verticale. On partagera l'angle 1—1'—2' en deux parties égales, par la droite 1'—5', qui ramenée à la place qu'elle doit occuper dans l'espace deviendra 1—5.

Les droites 3—1, 1—5, détermineront alors le plan du triangle 3—1—5 qui partage en deux parties égales l'angle que la face déversée de la noue fait avec la face verticale.

Pour construire la droite 1—5 on joindra le point 1

avec le point 17, suivant lequel la droite 11—12 est rencontrée par 1′—5′ prolongée, mais si l'on n'avait pas ce point 17 sur l'épure, on remarquerait que la droite 1—5 étant située dans le plan 1—5—2—6, sa projection 1—5 sur la *fig.* 8 doit être perpendiculaire sur la direction de la noue. Par conséquent, si l'on prend un point quelconque 18′ sur la droite 5′—1′ rabattue, ce point projeté sur la *fig.* 8 deviendra 18, d'où l'on déduira ensuite sa projection 18 sur la *fig.* 7.

Si l'on voulait donner à la droite 2—6 une longueur déterminée, on commencerait par rabattre le plan 2—11—12 en opérant comme nous venons de le faire; on construirait ensuite la droite 2′—6′, perpendiculaire sur 1′—2′ et dirigée vers le point 12 puisque la face déversée de la noue est perpendiculaire au plan du lattis extérieur, puis on ramènerait le point 6′ en 6 par un arc de cercle projeté sur la *fig.* 8 par l'arc 6′—6, et sur la *fig.* 7 par la droite 6′—6.

On pourrait encore déterminer la profondeur de l'embrèvement, en commençant par la *fig.* 5.

En effet, après avoir tracé 2—13, perpendiculaire sur la droite 3—2 qui est la projection du rectangle suivant lequel l'empanon est coupé par la face déversée de la noue. On fera 2—6 égale à la profondeur que l'on veut donner à l'embrèvement, et le point 6 (*fig.* 5) déterminera le point 6 (*fig.* 9), d'où l'on déduira le point 6 sur la projection de la droite 2—12 (*fig.* 7).

La droite 1—5 (*fig.* 9) est déduite de sa projection sur la *fig.* 7, on peut vérifier la direction de cette droite en prolongeant la droite 1—5 (*fig.* 7) jusqu'à ce qu'elle rencontre la trace du plan 11—12 au point 17, qui, pro-

jeté sur la *fig.* 9, devra se trouver dans le prolongement de 1—5.

On peut aussi projeter sur la *fig.* 9, le point 18 que l'on déduira de sa projection 18 (*fig.* 7) et dont la hauteur sera donnée par la *fig.* 8.

Les hauteurs de tous les points de la *fig.* 8 seront les mêmes que pour les points correspondants de la *fig.* 9.

On pourra construire comme vérifications sur la *fig.* 8 les deux points 11 et 21, suivant lesquels les droites 2—1, 4—3 rencontrent le plan horizontal *o'*—11 (*fig.* 9); ces points sont déterminés, sur la *fig.* 7, par l'intersection de la droite *a*—21, qui est la trace de la face déversée de la noue, avec les traces 2—11, 16—21 des deux plans qui contiennent les faces verticales de l'empanon.

On construira (*fig.* 8) le point 25 qui est situé sur la *fig.* 7, à l'endroit où la trace 16—21 du plan vertical qui forme l'une des faces de l'empanon est rencontrée par la trace 26—25 du plan qui contient la face 14—13—16—15, du tenon, on construira également le point 24 sur les *fig.* 7 et 9.

Les deux points 22—23 de la *fig.* 8 seront déterminés sur la *fig.* 7 par la rencontre du plan vertical 21—16 de l'empanon, avec les traces horizontales 19—22, 20—23 des deux plans qui contiennent les joues du tenon.

Je ne dirai rien ici des entailles déterminées par la pénétration des pannes dans la noue et dans l'arbalétrier, les opérations nécessaires pour déterminer ces coupes ne peuvent arrêter un seul instant, si l'on a bien compris tout ce que nous avons dit à l'occasion de la planche 22.

D'ailleurs, l'égale inclinaison des deux combles et l'égal-

lité de largeur de la noue et de l'arbalétrier contribuent encore à simplifier les résultats.

La *fig.* 4 est la projection de la noue sur un plan parallèle à la face inférieure.

La *fig.* 1re est la perspective de la noue vue en dessous avec les deux chevrons-empanons.

La *fig.* 12 est la projection horizontale du coyer assemblé avec les deux sablières dont une est représentée en perspective sur la *fig.* 10.

La *figure* 2 est le pied du chevron-empanon ; le tenon qui doit pénétrer dans la noue a la forme que nous avons représentée (*fig.* 8, *Pl.* 23), tandis que dans l'exemple qui fait le sujet de l'épure actuelle, le tenon latéral du chevron est taillé à *oulice* (80) comme on le voit sur la perspective (*fig.* 3).

Les *fig.* 7, 9 et 6 contiennent les projections de cet assemblage et la mortaise est projetée sur les *fig.* 8 et 4.

Pour diminuer la profondeur de la mortaise on peut couper le tenon comme cela est indiqué sur la *fig.* 11 par un plan parallèle à la face déversée.

Ferme moisée.

304. La planche 26 contient les détails d'une ferme arêtière dans laquelle les tasseaux ont été remplacés par des moises (65).

Les *fig.* 11 et 18 sont les parties inférieures de la ferme de long pan.

La *fig.* 7 est la projection horizontale de la noue et la *fig.* 28 est celle de l'arêtier.

La première de ces deux pièces est dessinée en perspective sur la *fig.* 1re, la *fig.* 2 est l'arbalétrier de la noue; on voit à gauche de la *fig.* 1re et à droite de la *fig.* 2 les entailles destinées à l'emplacement des moises qui sont assemblées avec la noue sur la *fig.* 21.

La *fig.* 6 est la perspective de l'arêtier avec une de ses moises, et la *fig.* 23 représente l'arbalétrier d'arêtier.

Les *fig.* 1, 2, 6 et 23 feront également comprendre la forme des entailles destinées au logement des pannes entre la noue, l'arêtier et les arbalétriers correspondants.

La construction de l'épure ne présente aucune difficulté.

En effet, après avoir déterminé l'épaisseur des moises sur les *fig.* 7 et 28, on partagera cette épaisseur en trois parties par les quatre plans verticaux et parallèles p, p', p'', p'''.

La portion de moise comprise entre les deux plans p et p' forme saillie en dehors de la noue et de l'arbalétrier; la partie comprise entre les plans p' et p'' se loge dans les entailles latérales indiquées sur les *fig.* 1, 2, 6 et 23.

Et la partie de moise comprise entre les plans p' et p'' forme un renfort qui pénètre entre l'arêtier ou la noue et l'arbalétrier correspondant, ce qui maintient l'écartement de ces deux pièces.

Toutes les coupes nécessaires pour l'assemblage des moises et des pannes de la noue seront déterminées en

construisant (*fig.* 8) les trois parallélogrammes 1—2—3—4 résultant de la section de la panne par les plans verticaux p, p', p''; et les coupes nécessaires pour l'assemblage des moises et des pannes de l'arêtier s'obtiendront en construisant sur la *fig.* 14 les trois parallélogrammes 1'—2'—3'—4', provenant de la section de la panne P', par les plans verticaux p', p'', p''' (*fig.* 28).

Les *fig.* 5 et 4 sont les projections de la noue N et de l'arbalétrier correspondant A sur un plan parallèle à la face inférieure de la noue, et les *fig.* 15 et 16 sont les projections de l'arêtier C' et de l'arbalétrier A' correspondant.

La *fig.* 3 est la section droite de la noue N et de l'arbalétrier A, et la *fig.* 29 est la section droite de l'arêtier C' et de l'arbalétrier A'.

La *fig.* 13 est la projection horizontale de l'une des moises de la noue, et la *fig.* 26 est l'une des moises de l'arêtier.

Les projections verticales de ces deux pièces ont été reproduites sur les *fig.* 19 et 25, et les projections 20 et 24 représentent encore les mêmes pièces, projetées sur des plans parallèles à leurs faces supérieures. La *fig.* 12 est la section droite de la moise projetée (*fig.* 13), et la *fig.* 27 est la section droite de la moise projetée (*fig.* 26).

Si la ferme avait une très-grande portée, on pourrait augmenter la force et la roideur de tout le système en remplissant l'espace compris entre les deux moises par un tasseau qui aurait la forme représentée par la *fig.* 17 ou 22.

Le tasseau représenté (*fig.* 17) serait placé entre les deux moises de l'arêtier, et le tasseau (*fig.* 22) serait situé entre les moises de la noue.

En donnant aux moises une force suffisante pour soutenir les pannes, on pourra supprimer les tenons du tasseau qui aura seulement pour but d'empêcher la flexion des moises.

Cette disposition aurait l'avantage de ne pas affaiblir les noues, arêtiers ou arbalétriers, en y creusant des mortaises.

Les *fig.* 9 et 10 sont deux projections de l'une des moises de la ferme de long pan projetée (*fig.* 18).

Deuxième étude de moises.

305. Dans l'exemple qui précède, nous avions supposé que les deux combles avaient la même inclinaison, de sorte que le plan vertical, contenant les arêtes de noue et d'arêtier, étant un plan de symétrie, les moises étaient elles-mêmes symétriques, et les projections des moises d'un côté de la noue et de l'arêtier suffisaient en les renversant pour déterminer les moises correspondantes à l'autre face.

Mais, si les inclinaisons des deux combles ne sont pas égales, il est évident que les moises ne seront plus symétriques, et dans ce cas il faudra une projection particulière pour chacune d'elles.

La planche 27 contient tous les détails d'assemblages pour les moises de la noue projetée (*fig.* 5).

Les *fig.* 10 et 11 sont les fermes de long pan des deux combles qui se coupent dans le plan vertical qui contient l'arête rentrante de la noue.

Les opérations sont les mêmes que dans l'exemple qui

précède; ainsi, pour déterminer toutes les entailles de la noue et de la moise projetée (*fig.* 4), on construira sur la *fig.* 2 les trois parallélogrammes suivant lesquels la panne correspondante est coupée par les plans verticaux et parallèles p, p', p'' (*fig.* 5), et pour déterminer toutes les coupes de la moise projetée (*fig.* 7), on construira les trois parallélogrammes suivant lesquels la panne correspondante est coupée par les plans verticaux p'''', p^{IV}, et p^{V} (*fig.* 5).

Les *fig.* 1 et 9 sont les projections des deux moises sur des plans parallèles à leurs faces supérieures, et les *fig.* 3 et 6 sont les sections des moises par les plans P et P^{V}, perpendiculaires à leurs longueurs.

Noulets.

306. Nous avons dit au numéro 261 que l'on donnait en général le nom de noulets aux pièces de bois qui forment l'arête de rencontre d'un petit comble avec un plus grand.

Il arrive souvent que le plus petit des deux combles est destiné à couvrir un bâtiment, ajouté après coup, et dirigé de manière à rencontrer à angle droit ou obliquement un autre bâtiment entièrement terminé; si de plus, il n'est pas nécessaire d'établir une communication entre les deux combles, on posera sur le plus ancien des deux une ferme inclinée dans laquelle viendront s'assembler toutes les pièces qui forment la couverture du nouveau bâtiment.

La planche 28 fera facilement concevoir la disposition de toutes ces pièces.

La *fig.* 5 est l'une des fermes de long pan du plus petit des deux combles.

Cette ferme est projetée en A sur la *fig.* 3 qui représente la ferme sous-faite du nouveau bâtiment.

Le faitage et les pannes de ce nouveau comble sont assemblés dans la ferme inclinée C qui est couchée sur le vieux comble.

La *fig.* 7 est la projection horizontale de cette ferme et les véritables longueurs de toutes ses pièces sont déterminées par la *fig.* 9.

Pour construire cette figure on a supposé que tous les points de la ferme couchée ont été projetés sur un plan PQ, parallèle au lattis du vieux comble, et qu'après avoir fait avancer ce plan jusqu'à ce qu'il soit venu prendre la position P'Q', on l'a rabattu sur le plan de l'épure en le faisant tourner auteur de l'horizontale projetante du point P'.

Lorsque la distance entre la ferme verticale et la ferme couchée est trop grande, on ajoute une ferme intermédiaire B, dont les chevrons et arbalétriers viennent s'assembler avec les pièces analogues de la ferme couchée C.

La *fig.* 6 est la ferme B, projetée sur le plan OI que l'on a rabattu sur l'épure en le faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point O.

La ferme A, projetée sur la *fig.* 5, ne diffère pas des fermes ordinaires, et les assemblages de la ferme B rabattue (*fig.* 6) ne présentent aucunes difficultés.

Les détails de la ferme couchée C sont donc les seuls qui pourraient embarrasser un instant.

307. Quelques charpentiers, pour satisfaire à la symétrie des assemblages, font toutes les faces supérieures des pièces de la ferme couchée parallèles au lattis du vieux

comble, et toutes les faces latérales des mêmes pièces parallèles au lattis du nouveau bâtiment.

Cette manière de procéder qui n'a pas d'autre but que la régularité des lignes, donne lieu à un très-grand nombre de coupes obliques et d'angles très-aigus.

On évitera une partie de ces inconvénients en opérant comme nous allons le dire.

On remarquera d'abord qu'une partie des chevrons du nouveau comble sont coupées comme des empanons, et viennent s'assembler obliquement dans les deux chevrons de la ferme couchée.

Or, il est évident que l'on diminuera l'obliquité de ces assemblages en taillant la face supérieure de la ferme couchée perpendiculairement au plan de lattis du nouveau comble.

Pour déterminer cette face, on prendra sur l'arête ac (*fig.* 7) un point quelconque m, projeté en m' sur la *fig.* 3 et en m'' sur la *fig.* 5.

On tracera (*fig.* 7) la droite mn perpendiculaire sur $c''c'''$, qui est la trace horizontale du lattis du nouveau comble, et sur la *fig.* 5 la droite $m''n''$ perpendiculaire sur $a''c''$.

Les lignes $mn, m''n''$ seront les deux projections d'une droite perpendiculaire au comble du nouveau bâtiment, et le plan de la face supérieure du chevron de la ferme couchée sera par conséquent déterminé par les droites $ac, a''c''$ et $mn, m''n''$ (*fig.* 7 et 5).

Le point u'' (*fig.* 5) étant projeté en u sur la *fig.* 7, on connaîtra l'arête su, située dans le plan du lattis inférieur du petit comble.

On a supposé dans l'exemple actuel que le tirant de la ferme couchée était un prisme pentagonal, dont la section droite est indiquée par des hachures sur la *fig.* 3.

L'une des faces de cette pièce est perpendiculaire au lattis du vieux comble, et reçoit les pieds des chevrons et arbalétriers de la ferme couchée.

Le point *o* suivant lequel l'arête *su* rencontre la face du tirant, est déterminé par sa projection *o'* sur la *fig.* 3.

La direction de la droite *vo* (*fig.* 7) peut au surplus être obtenue avec beaucoup d'exactitude en déterminant (*fig.* 3) le point *n'*, suivant lequel la droite *mn*, *m'n'* perce le plan *o'n'* qui contient la face du tirant.

Le point *n'* de la *fig.* 3 étant projeté en *n''* sur la *fig.* 5, on en déduira sa projection horizontale *n*, et par suite la direction exacte de la droite *vo*.

Les projections des pannes ont été supprimées sur la *fig.* 9 et sur la moitié de la *fig.* 7.

On n'a conservé sur ces deux figures que les projections des tasseaux.

L'espace compris entre le chevron et l'arbalétrier de la ferme couchée étant destiné au logement des pannes, il s'ensuit que la face inférieure du chevron et la face extérieure de l'arbalétrier doivent être parallèles aux plans de lattis du petit comble, mais il n'est pas nécessaire de s'assujettir à cette condition pour les faces intérieures des arbalétriers, ainsi que pour les faces du poinçon des liens et de l'entrait.

Il est beaucoup plus simple de faire toutes ces faces perpendiculaires au lattis du vieux comble ; cela évitera

beaucoup d'angles aigus et sera par conséquent plus solide.

On pourrait même adopter cette condition pour les faces du chevron et de l'arbalétrier de la ferme couchée; mais alors il faudrait entailler ces pièces pour le passage des pannes comme cela est indiqué par la *fig.* 13.

La face intérieure de l'arbalétrier est formée par le plan dont la trace horizontale est *ir*.

Le point *i* est déterminé par la droite *ei*, *e'i'*, perpendiculaire au lattis du vieux comble.

La *fig.* 11 est le tirant de la ferme couchée projeté sur le plan *o'n'* de la *fig.* 3.

La *fig.* 12 contient les sections droites de l'arbalétrier et du chevron de la même ferme.

La *fig.* 2 est la perspective du poinçon, les *fig.* 4 et 8 font voir l'assemblage des deux chevrons.

Enfin, les *fig.* 1 et 10 sont deux manières différentes d'assembler le poinçon de la ferme qui est projeté sur la *fig.* 6.

LIVRE II.

BOIS COURBES.

CHAPITRE PREMIER.

Courbes planes.

308. Nous désignerons par la dénomination générale de bois courbes, toutes les pièces dont la surface n'est pas uniquement composée de faces planes.

Les faces courbes des pièces de bois appartiennent nécessairement à quelques-unes des surfaces que nous avons étudiées dans la Géométrie descriptive. Nous supposerons donc, que les propriétés de ces surfaces sont connues du lecteur, et nous n'aurons par conséquent, ici, qu'à faire voir comment ces propriétés peuvent être utiles pour déterminer et tracer les courbes diverses qui doivent servir de directrices aux surfaces que l'on doit tailler.

309. Lorsque deux faces courbes d'une pièce de bois sont adjacentes, l'arête qui en résulte participe de la courbure de ces deux faces, et se nomme pour cette raison, courbe à *double courbure;* mais, lorsqu'une face courbe est adjacente à une face plane, l'arête commune à ces deux faces peut être considérée comme l'intersection de la sur-

face courbe par un plan, et dans ce cas, on la nomme *courbe plane*.

Ainsi, les arêtes des pièces de bois seront *droites*, *planes*, ou à *double courbure;* quelques pièces contiennent les trois espèces d'arêtes, d'autres ne contiennent que deux ou une seule. Nous avons étudié dans le premier livre les pièces qui ne contiennent que des arêtes droites, nous allons nous occuper actuellement de celles qui ont pour arêtes des courbes planes, et nous traiterons plus tard des courbes à double courbure.

310. La plus simple des pièces qui ont pour arêtes des courbes planes, est celle qui est représentée en perspective sur la *fig.* 1re, *Pl.* 29.

Les faces de cette pièce sont quatre plans et deux cylindres. Nous supposons ici que la pièce de bois est posée à plat dans le chantier, et que l'une de ses faces planes coïncide avec la surface du sol.

La seconde face plane parallèle à la première est limitée par les deux arcs de cercle horizontaux *ac*, *ou* et par les deux droites *oa*, *uc* qui étant prolongées viendraient aboutir au centre commun des deux cercles.

Les deux autres faces planes sont les rectangles verticaux *oavs*, *ucr*.

Les faces courbes de la pièce que nous examinons ici, sont formées par deux cylindres verticaux et concentriques.

La face cylindrique intérieure est limitée par les deux arcs de cercle *ac*, *vr* et par les droites verticales *av*, *cr*, et la face convexe formant la surface extérieure de la pièce

est formée par une seconde surface cylindrique qui contient l'arc horizontal *ou*, un second arc parallèle au premier et passant par le point *s*, la verticale *os* et la verticale du point *u*.

La pièce est un solide du genre de ceux qu'on appelle de révolution, parce qu'on peut le considérer comme engendré par le mouvement du rectangle *oavs* que l'on ferait tourner autour de la droite qui forme l'axe commun des deux cylindres.

Tandis que les côtés *oa*, *sv*, engendreraient les deux faces planes horizontales entre lesquelles la pièce se trouve comprise, les deux autres côtés *os*, *av* du rectangle générateur engendreraient les deux surfaces cylindriques.

311. Les bois courbes font ordinairement partie d'édifices dont la destination particulière exige dans les assemblages beaucoup d'exactitude. Nous devons donc rechercher les moyens de tracer et de tailler ces sortes de pièces avec la plus grande précision.

Dans la pratique, lorsque la question proposée n'exigera pas une exactitude aussi absolue, on pourra supprimer les opérations de détail qui ne seraient pas indispensables, mais l'abréviation résultant de cette manière d'agir, ne pourra être comprise du lecteur que lorsqu'il connaîtra les principes que nous allons développer.

Courbe plane.

312. Nous supposerons d'abord que la pièce représentée (*fig.* 5) doit être déduite d'un morceau de bois droit (*fig.* 2), tel que ceux que l'on possède ordinairement dans les chantiers. Il faut déterminer les diverses transformations que l'on doit faire subir à cette pièce.

Pour atteindre ce but, on commencera par construire (*fig.* 4) la projection horizontale de la pièce demandée sur un plan parallèle à sa courbure, et l'on en déduira la projection de la même pièce (*fig.* 3).

Cette seconde projection doit être faite sur un plan perpendiculaire à la plus grande longueur de la pièce.

La projection verticale (*fig.* 3) déterminera la section droite du parallélipipède capable de contenir la pièce demandée, et le rectangle circonscrit à la projection horizontale (*fig.* 4) déterminera la plus grande longueur.

Cela étant fait, supposons que la pièce de bois dont il faut tirer la pièce courbe, soit posée à plat dans le chantier, on tracera sur l'une de ses faces les deux courbes *uo*, *ca* qui comprennent entre elles la projection horizontale de la pièce demandée. On tiendra compte de l'excédant de longueur nécessaire pour former les tenons qui sont aux deux extrémités de la pièce (*fig.* 1).

On tracera les mêmes courbes sur la face inférieure de la pièce projetée (*fig.* 4).

On taillera les deux plans verticaux $o'a'$, $u'c'$ et l'on obtiendra le solide représenté sur la *fig.* 5.

On partagera les deux courbes *ac*, *vr* en un même nombre de parties égales, puis on taillera la surface cylindrique concave (*fig.* 6) en abattant le bois avec précaution jusqu'à ce que l'on puisse appliquer une règle sur les points correspondants des deux courbes *ac*, *vr* (*fig.* 5).

La surface cylindrique convexe se taillera de la même manière.

2e *exemple de courbe plane.*

313. La pièce de bois que nous venons d'étudier ne contenait que deux faces courbes, tandis que celle qui est représentée en perspective sur la *fig.* 7 en contient quatre.

Dans la première, les faces courbes étaient formées par des cylindres, tandis que dans la pièce actuelle les faces courbes sont des cônes.

Cette propriété est facile à reconnaître sur la *fig.* 9, qui représente une partie de la pièce dont il s'agit.

En effet, le solide pouvant être considéré comme engendré par le quadrilatère *aosv* qui tournerait autour de la droite *bh* située dans son plan, il est évident que la droite *vs* décrit une surface conique dont le sommet est situé en *k*, tandis que la droite *av* engendre un second cône dont le sommet est situé en *d*.

La droite *ao* décrit un troisième cône dont le sommet est situé en *b*, et le quatrième cône décrit par la droite *os* a pour sommet le point *h*.

La pièce dont il s'agit ici se déduit de celle que nous avons décrite précédemment; c'est-à-dire que l'on doit commencer par tailler le solide représenté sur la *fig.* 8 en opérant exactement comme nous l'avons dit plus haut.

Cela étant fait, on tracera dans chacun des deux rectangles *mnpq* un quadrilatère *aovs* qui détermine la *section génératrice* de la pièce que l'on veut tailler.

Par les points *a* et *s* on tracera les deux arcs de cercle

situés dans les faces planes du solide représenté sur la *fig.* 8.

On tracera ensuite l'arc vv' au moyen d'une règle flexible à laquelle on fera prendre la courbure du cylindre concave.

On tracera de la même manière dans le cylindre extérieur l'arc de cercle qui contient le point o.

On partagera en parties égales les arcs passant par les quatre points a, o, v, s (*fig.* 8), et l'on aura par conséquent tous les points nécessaires pour diriger le mouvement de la règle et tailler les quatre surfaces coniques entre lesquelles la pièce de bois doit être comprise.

La *fig.* 10 représente la pièce dont on n'a encore taillé qu'une face conique, tandis que sur la *fig.* 11 les deux faces supérieures sont terminées.

314. Les deux exemples qui précèdent suffisent pour faire comprendre comment il faut opérer en général pour tailler toute espèce de pièce dont les arêtes sont des courbes parallèles à un même plan.

On voit que toutes ces pièces doivent être déduites d'une pièce telle que celle qui est représentée sur les *fig.* 1 et 8.

Nous avons vu comment cette forme *élémentaire*, à laquelle on donne plus particulièrement le nom de *courbe plane*, peut être déduite d'une pièce droite comme celle que l'on possède ordinairement dans les chantiers; nous ne répéterons donc pas, dans chaque exemple, la série des opérations nécessaires pour obtenir la *courbe plane*; et nous ne parlerons que des transformations successives que l'on peut faire subir à cette pièce.

315. Si par exemple on voulait en déduire une courbe ayant pour section transversale un octogone (*fig.* 13), il est évident qu'il faudrait opérer comme pour la pièce représentée (*fig.* 7), c'est-à-dire qu'après avoir tracé le polygone générateur dans les deux faces rectangulaires *mnpq* (*fig.* 13), on tracerait les huit arcs de courbes passant par les sommets de l'octogone, et l'on aurait par ce moyen les directrices de toutes les faces latérales de la pièce demandée.

Ces faces, au nombre de huit, sont :

1° Les deux plans parallèles engendrés par les droites 1—2, 5—6;

2° Les deux cylindres concentriques engendrés par les droites 3—4, 8—7;

3° Les quatre surfaces coniques engendrées par les droites 2—3, 4—5, 6—7, 8—1.

Les deux plans engendrés par les droites 1—2, 5—6 appartenaient à la pièce droite d'où l'on déduit la pièce que l'on veut tailler, tandis que les cylindres engendrés par les droites 3—4, 8—7 faisaient partie des deux faces courbes du solide engendré par le rectangle *mnpq*.

316. Si la section transversale ou méridienne de la pièce que l'on veut tailler devait être un cercle (*fig.* 14), on remplacerait la règle par un calibre ou cerce de bois dur ou de forte tôle, représenté (*fig.* 12), et l'on abattrait le bois comme on le voit (*fig.* 14), de manière que l'on puisse toujours appliquer les extrémités de l'arc *ac* sur deux points correspondants des arcs *ao*, *cu*, divisés en parties égales, en maintenant toujours le plan de la *fig.* 12, perpendiculaire aux deux arcs *ao*, *cu*.

Courbes planes de grande dimensions.

317. Les procédés que nous venons de décrire peuvent être employés sans inconvénient lorsqu'il s'agit seulement de construire des pièces courbes de peu d'étendue; mais si les pièces demandées devaient être très-longues et qu'elles dussent résister à de grands efforts, les moyens précédents ne suffiraient plus.

En effet, si la courbe *aco*, *vus* (*fig.* 15) est déduite de la pièce rectangulaire *mnpq*, il est évident qu'une partie des fibres A, A, B, B seront tranchées, ce qui diminuera beaucoup la force de la pièce.

Cet inconvénient n'existerait pas si l'on pouvait se procurer des arbres dont les fibres fussent courbées exactement comme les pièces que l'on veut en déduire.

Le nombre des arbres qui satisfont à cette condition n'étant pas suffisant pour les besoins de l'industrie, on a dû chercher à courber les pièces de bois par des moyens artificiels.

Dans quelques localités, on a essayé de courber les arbres sur pied; mais ce moyen ne peut être appliqué qu'à de jeunes arbres, et la nécessité de changer les étais ou les liens à mesure que l'arbre prend de la croissance, le temps énorme qui doit s'écouler pour qu'il ait acquis la force et la grandeur qui conviennent au but pour lequel il est destiné, rendent cette méthode extrêmement coûteuse.

On préfère souvent donner aux pièces de bois la courbure qui convient à leur destination en ramollissant leurs

fibres par une immersion suffisamment prolongée dans l'eau chaude ou dans un bain de vapeurs.

La description complète de ces divers procédés, qui se rattachent aux principes généraux de la construction, ne serait pas convenablement placée dans cet ouvrage, qui a principalement pour but la stéréotomie ou l'art du trait, c'est-à-dire l'exposé des principes de géométrie descriptive nécessaires pour tracer et tailler les pièces de bois qui doivent entrer dans la construction des édifices.

318. Nous supposerons donc que le charpentier a sous les yeux des arbres courbés naturellement ou artificiellement, et qu'il ne lui reste plus qu'à en déduire les pièces qui doivent entrer dans la composition de l'édifice.

Il est évident que si nous pouvons tailler dans un arbre courbe la pièce élémentaire dont nous avons parlé au numéro 314, il ne restera plus de difficultés, puisque toutes les autres courbes planes peuvent être déduites de la première.

319. Supposons donc que l'on ait (*fig.* 20) un arbre suffisamment courbe, et que l'on veuille en extraire une pièce semblable à celle que nous avons obtenue (*fig* 1 et 6).

Il faudra commencer par tailler les deux faces planes, sur lesquelles il sera facile ensuite de tracer les courbes directrices des deux surfaces cylindriques. Pour déterminer les faces planes, on pourra employer plusieurs moyens.

320 1re *solution*. L'arbre étant couché sur un plan parfaitement dressé, on le soulèvera par des cales jusqu'à ce que sa courbure principale soit exactement parallèle au plan sur lequel il est placé.

On tracera sur chacune des faces extrêmes le rectangle générateur de la pièce que l'on veut obtenir, en s'assurant au moyen du fil à plomb que les deux côtés *av*, *os* de ce rectangle sont bien exactement verticaux.

Cela étant fait, il sera facile de tracer tous les points de la courbe *nn'* au moyen d'une règle AB, dont la distance au plan P sera déterminée à chaque instant par l'épaisseur d'un parallélipipède rectangle sur lequel cette règle sera posée.

On tracera de la même manière les trois courbes passant par les points *m*,*p*, *q*.

321. 3e *solution*. Au lieu de poser l'arbre horizontalement, on peut le disposer sur des cales de manière que sa courbure principale soit située dans un plan vertical.

Supposons l'arbre dans cette position, projeté sur les *fig*. 16, 17 et 18; on tracera, comme précédemment, le rectangle générateur sur chacune des deux faces extrêmes, et l'on s'assurera par le fil à plomb (*fig*. 18) que les deux côtés de ce rectangle sont bien exactement situés dans des plans verticaux. On clouera deux petites tringles *a*,*a* dont les côtés bien dressés coïncideront avec les côtés correspondants des rectangles tracés sur les faces de têtes de la pièce, puis une règle horizontale *b* sera clouée comme on le voit sur les règles précédentes.

On empêchera la règle *b* de ployer au moyen d'une cale *c*.

Cela étant fait, un fil à plomb que l'on fera glisser sur la règle horizontale déterminera tous les points de la courbe située dans le plan vertical *pq* (*fig.* 18). On tracera de la même manière la courbe qui doit être située dans le plan vertical *mn*.

Pour tracer les courbes inférieures, on pourra retourner la pièce de bois; mais il vaut mieux faire avec la scie des entailles latérales, suffisamment profondes pour que l'on puisse y loger le fil à plomb, ce qui déterminera les différents points de la courbe cherchée.

Lorsque l'on aura déterminé un nombre suffisant de points, il sera facile de tracer les courbes; mais, pour opérer avec plus d'exactitude, on fera bien de commencer avant tout par enlever l'écorce à l'endroit où ces courbes doivent être tracées.

322. 3e *solution*. On peut facilement éviter l'emploi des règles *a*, *a* et *b*; il suffit pour cela de maintenir à chacune des extrémités de la pièce un fil à plomb *mn* (*fig.* 18), situé bien exactement dans le plan vertical qui doit contenir la courbe que l'on veut tracer. Le charpentier s'éloigne alors dans la direction de ce plan jusqu'à ce qu'il puisse, en fermant un œil, s'assurer de la coïncidence apparente des deux fils, et de là il indique à un compagnon les places où il faut enfoncer des clous 1, 2, etc., qui vus de loin, et dans le prolongement de la pièce, doivent paraître coïncider avec les directions des deux fils.

323. Il existe encore beaucoup d'autres moyens pour tracer une courbe plane sur une surface irrégulière; ainsi, par exemple, en plongeant une pièce de bois dans un bassin qui contiendrait de l'eau tranquille, on pourrait,

en calant la pièce ou la chargeant en des points convenablement placés, la faire enfoncer jusqu'à ce que la ligne de flottaison traçât exactement la courbe que l'on veut obtenir.

On peut encore, en opérant la nuit, déterminer une courbe plane par l'ombre que projetterait le bord d'une règle, placée convenablement entre un point lumineux et la pièce que l'on veut tracer.

324. Lorsque les deux faces planes seront taillées, on y tracera (*fig.* 19) les courbes aa', oo', vv', etc., et l'on taillera les surfaces cylindriques en opérant comme nous l'avons dit au numéro 312.

Courbes d'assemblage.

325. Les opérations qui viennent d'être décrites ne peuvent donner pour résultat que des courbes de petite dimension; mais lorsqu'il s'agit de grands arcs, tels que ceux qui forment les cintres des ponts ou les fermes de grandes voûtes, on est obligé de composer des courbes d'assemblage en réunissant par leurs extrémités plusieurs courbes de moyenne grandeur.

326. L'un des moyen de réunion les plus usités, consiste à employer (*fig.* 25 et 26) l'assemblage à trait de Jupiter que nous avons déjà indiqué pour les pièces droites.

Les faces de cet assemblage doivent être planes comme dans tous les assemblages ordinaires.

327. Dans les courbes d'une grande portée, on forme les cintres par plusieurs rangs de courbes superposées, et,

dans ce cas, on fait en sorte que les joints d'assemblage d'un rang de courbe correspondent toujours avec le milieu des courbes qui forment le rang adjacent.

328. Les courbes formées de plusieurs rangs de pièces courbes placées bout à bout ont ordinairement un poids considérable et souvent beaucoup plus grand que cela ne serait nécessaire pour la solidité d'un édifice.

On doit à Philibert Delorme un système de courbes d'assemblage qui réunit le double avantage de la légèreté et de l'économie, sans compromettre cependant la solidité de l'édifice.

Supposons, par exemple, que plusieurs planches *a*,*b*,*c*, ayant toutes les trois la forme d'un trapèze *b*, soient placées bout à bout comme on le voit (*fig.* 22).

Supposons actuellement que d'autres planches *mnpq*, absolument égales aux premières, soient placées comme on le voit (*fig.* 23).

Transportons ensuite la *fig.* 22 sur la *fig.* 23 de manière que les joints d'assemblage *vu*, *zs* soient exactement au milieu des planches *n* et *p*.

Supposons, enfin, que l'on place ainsi les uns au-dessus des autres plusieurs cours de planches alternativement semblables aux *fig.* 22 et 23, on aura formé (*fig.* 24) un polygone d'assemblage auquel il sera toujours possible de donner l'épaisseur et la longueur que l'on voudra.

En arrondissant chaque planche comme on le voit (*fig.* 29), on affaiblira très-peu leur force et l'on fera disparaître les angles extérieurs et intérieurs.

La *fig.* 21 fait voir comment les différents cours de planches sont reliés entre eux par des chevilles et des clavettes.

329. Le système précédent ne permettra pas d'employer des planches d'une grande longueur, et la multiplicité des joints d'assemblage doit nécessairement alors diminuer la force des grands arcs.

Dans le système d'arc imaginé par M. Émy, on peut employer des planches de toutes longueur.

Supposons, en effet, que plusieurs planches ou madriers peu épais soient superposés comme on le voit (*fig.* 27) et solidement boulonnés au point A.

Si l'on pousse fortement le point B pour le faire arriver au point B', toutes ces planches et madriers se courberont en glissant les uns sur les autres, et les extrémités correspondantes au point B se disposeront en échelons comme on le voit en B'.

Or, il est évident que toutes ces planches ne pourraient se redresser qu'en glissant de nouveau les unes sur les autres pour reprendre leur position primitive; de sorte que si on les empêche de glisser, on les empêchera par cela même de se redresser.

Le moyen employé pour produire cet effet est extrêmement simple, et consiste à placer les boulons A', A'', A''' au moment où les planches ont acquis la courbure qui convient au but que l'on veut atteindre.

La *fig.* 28 contient la projection d'une partie d'arc boulonné, et la *fig.* 30 représente le même arc avec ses

liens, désignés par la lette *m*, et dont le but est, en augmentant la pression, de combattre la tendance que les planches ont à se redresser.

330. Par la comparaison des *fig.* 21 et 30, on voit que la différence essentielle des deux systèmes consiste en ce que dans celui de Philibert Delorme les planches sont placées de champ, tandis que dans les arcs de M. Émy elles sont courbées sur leur plat. Dans le premier système on ne peut faire usage que des planches très-courtes, et la multiplicité des assemblages nuit à la solidité de l'ensemble, tandis que dans le second on peut employer des planches très-longues; mais, dans ce dernier système, il y a une tendance au redressement qui n'existe pas dans le premier.

Combles à surfaces courbes.

331. Les bois courbes ne remplissent pas, dans les constructions en charpente, les mêmes fonctions que les bois droits. Ceux-ci ont principalement pour but de contribuer à la solidité des édifices, tandis que les premiers ne servent souvent qu'à déterminer la forme intérieure ou extérieure de leur surface.

Il résulte de là qu'à l'exception de quelques ouvrages peu considérables quant à leurs dimensions, les bois courbes ne sont jamais employés sans être combinés avec des bois droits.

Quelques exemples éclairciront ce que je viens de dire.

Supposons (*fig.* 6, *Pl.* 30) que l'on ait une courbe *acu* d'une forme régulière, telle, par exemple, que serait une

demi-circonférence ou une demi-ellipse. Supposons que cette courbe soit formée par des pièces d'assemblage ou qu'elle soit composée d'une seule pièce courbée naturellement ou artificiellement.

Admettons enfin que les deux points *a,u* soient fixés d'une manière invariable.

Il résulte d'un grand nombre d'expériences, et l'on démontre par le calcul, que la courbe abandonnée à elle-même ne conservera pas sa forme primitive.

Par suite des lois de la pesanteur, le point *c* s'abaissera en *c'*, tandis que les deux parties latérales *am, an* tendront à s'élever en s'écartant du centre, et cet effet aura lieu avec plus ou moins d'intensité pour toutes les courbes quelle que soit leur épaisseur. Il faudrait donc pour que la courbe pût se maintenir sans déformation, qu'elle fût entièrement privée d'élasticité, ce qui n'a jamais lieu dans la pratique.

332. Il résulte de ce qui précède que pour empêcher une courbe telle que *acu* de se déformer, il faut tâcher de satisfaire aux trois conditions qui suivent :

1° Empêcher les deux points *a, u* de s'écarter;

2° Empêcher les points *m* et *n* de s'élever;

3° Empêcher le point *c* de descendre.

333. On obtient ordinairement le résultat que nous venons d'indiquer en inscrivant la courbe dont il s'agit dans un polygone formé par les pièces droites d'une ferme ordinaire.

Ainsi, par exemple, la courbe demi-circulaire *vmn*

(*fig.* 5) sera maintenue dans sa forme primitive par les différentes pièces de la ferme *bcd*.

En effet, les deux moises *cm* formant le poinçon principal empêcheront évidemment le point *m* de descendre, tandis que les deux parties latérales ne pourraient monter qu'en soulevant tout le poids de la couverture.

Il est vrai, comme nous l'avons dit au numéro 22 de cet ouvrage que toutes les forces qui agissent sur le poinçon et les arbalétriers tendent à écarter les pieds *b*, *d* de ces deux pièces principales; et la suppression du tirant dans l'espèce de ferme qui nous occupe doit par conséquent attirer toute l'attention du constructeur.

On remédie à ce dernier inconvénient, 1° par l'entrait *uo* qui, empêchant l'angle *uco* de s'ouvrir, retiendra les arbalétriers dont l'élasticité sera d'ailleurs diminuée par les moises nombreuses qui les rattachent aux chevrons et au cintre intérieur.

On combattra la poussée qui pourra provenir de l'absence du tirant en donnant aux murs une force convenable, et l'on ne devra pas oublier que le moyen le plus efficace pour éviter la déformation des fermes ou des pans de bois en général, c'est de décomposer toutes les parties en triangles, en évitant autant que possible la multiplicité des assemblages.

334. La *fig.* 4 est une ferme dont le cintre intérieur est formé par des planches placées de champ, d'après le système de Philibert de Lorme (228), et sur la *fig.* 7, le cintre intérieur est formé de madriers assemblés sur leur plat suivant le système de M. Émy (329).

335. Lorsque c'est la surface extérieure du monument qui doit être arrondie, les principes sont encore les mêmes; la seule différence, c'est que les cintres courbes sur lesquels doit s'appuyer la couverture doivent être circonscrits à des fermes composés de bois droits, au lieu d'y être inscrits comme dans les exemples précédents.

La *fig.* 2 fera facilement comprendre ce que nous venons de dire. Ainsi, les différentes pièces de bois droits m, n, x, y forment une ferme sur les arbalétriers de laquelle sont assemblées les pièces courbes du cintre extérieur.

Les grands arbalétriers ac ont pour but de soutenir la lanterne dans le poinçon de laquelle ils sont assemblés; l'écartement de ces deux arbalétriers est combattu par la résistance des murs et par le grand entrait vu, qui remplit ici les fonctions de tirant à l'égard des pièces inclinées, tels que m, qui avec n contribuent à soutenir la lanterne; de sorte que le poids de ce qui est au-dessus de l'entrait vu se reporte sur les murs au moyen des trois pièces x, y, n dont la disposition triangulaire combat les déformations de tout le système.

La *fig.* 1 indique l'assemblage de l'entrait avec les trois pièces x, y, m.

336. Les principes précédents sont souvent appliqués dans la construction des cintres qui doivent soutenir les voûtes des ponts et des tunnels pendant leur construction.

Ainsi, la *fig.* 3 représente un assemblage de bois droits destinés à maintenir la forme du cintre formé par les pièces courbes a, c, e. Plusieurs cintres de ce genre placés à des distances suffisamment rapprochées, et dans des

plans verticaux perpendiculaires à l'axe du souterrain que l'on veut construire, sont recouverts dans toute leur étendue par des pièces de bois horizontales nommées couchis, parallèles à l'axe de la voûte, et dont les extrémités sont indiquées sur la *fig.* 3 par des hachures plus foncées.

Ces couchis, placés sans intervalles à côté les uns des autres, forment une surface cylindrique continue sur laquelle on construit la voûte AB; et lorsque la maçonnerie est suffisamment consolidée on démonte les cintres.

Lorsque la nature du terrain le permet, on réserve au milieu du souterrain une masse M que l'on n'enlève qu'après l'achèvement des travaux.

Cette masse supportant le tirant AC, on peut se dispenser de rattacher cette pièce ou poinçon, ce qui soulage d'autant les arbalétriers.

La masse réservée M peut encore servir de point d'appui à de nombreux étrésillons destinés à soutenir les terres pendant tout le temps qui précède la construction de la voûte.

337. La *fig.* 8 est ce qu'on appelle un comble en impériale. Dans cet exemple les surfaces extérieure et intérieure sont courbes toutes les deux; mais on reconnaît toujours que leur forme primitive est maintenu par un assemblage de pièces droites formant en quelque sorte la carcasse du comble dont les surfaces courbes ne sont que le revêtement.

La *fig.* 11 est le détail d'assemblage de l'entrait *mn* avec les trois pièces *a*,*c*,*u*.

338. Lorsque l'arc cintré, que l'on veut construire,

n'est pas d'une grande dimension (*fig.* 9), on peut quelquefois le composer avec des pièces droites cintrées seulement du côté qui correspond à la courbure de la voûte.

339. Les fermes que nous venons de décrire peuvent être employées dans la construction des combles destinés à couvrir l'espace compris entre deux murs parallèles. On obtient par ce moyen de grands berceaux cylindriques auxquels on peut donner autant de longueur qu'il est nécessaire.

La suppression des tirants dans ces sortes de voûtes a principalement pour but d'augmenter l'espace intérieur qui est souvent destiné à de grand hangars ou magasins. Dans ce cas, on peut donner beaucoup de légèreté à la couverture; mais dans les voûtes surbaissées comme celles des *fig.* 4 et 7, et surtout lorsque le poids de la couverture est augmenté par celui d'une lanterne (*fig.* 2), il est prudent de fortifier les murs par des contre-forts en maçonnerie ou charpente correpondants à l'emplacement des fermes, et destinés à combattre l'écartement des arbalétriers.

Ponts.

340. Un pont est un assemblage de fermes au-dessus desquelles il y a un plancher ou *tablier*. Toutes les dispositions adoptées dans la construction des ponts en charpente se rapprochent plus ou moins de la forme élémentaire réprésentée par la *fig.* 14.

Les droites *ac* sont deux arbalétriers qui viennent se réunir au milieu de l'une des arches ou *travées;* l'écartement de ces deux pièces est combattu par la force de résistance des piles et par la poussée des cintres adjacents. Des pièces inclinées ou arbalétriers secondaires

ao, *ax*, forment au-dessous du plancher autant de points d'appui que cela sera nécessaire.

Il ne reste plus qu'à relier toutes ces pièces entre elles de manière à éviter les mouvements qui pourraient fatiguer ou détruire les assemblages.

341. La *fig.* 13 fera comprendre comment on atteint ce but.

On remplacera les deux arbalétriers *ac* de la *fig.* 14 par une grande courbe, composée de plusieurs cours de poutres assemblées bout à bout.

La grandeur du rayon de ces sortes de courbes rend presque nulle la courbure de chacune des pièces élémentaires, et permet de les courber artificiellement ou au moins de ne trancher qu'une très-petite partie de leurs fibres.

Les cours des poutres superposées qui composent le grand arc *acu* sont fortement serrées par des liens *v* et par des moises pendantes *p*, etc.

Ces moises normales à la courbe principale embrassent les arbalétriers secondaires et les poutres horizontales ou *longerons m* sur lesquelles est établi le plancher du pont.

342. Quelques ingénieurs ont cru devoir donner aux moises pendantes une direction verticale et par conséquent perpendiculaire au tablier; ils ont pensé que par cette disposition ils combattraient d'une manière plus efficace les mouvements produits par le passage des voitures et des piétons.

Cela serait vrai si les forces qui agissent sur le pont

avaient elles-mêmes une direction verticale, mais il n'en est pas ainsi.

Les oscillations produites par la marche des hommes ou des voitures résultent du poids de l'objet en mouvement, combiné avec la force horizontale qui provient de la vitesse dont il est animé; et la résultante de ces deux forces, étant toujours oblique, sera combattue avec plus d'avantage par des moises ou par les arbalétriers inclinés.

Le tablier du pont dont il s'agit ici est supporté par cinq fermes dont on voit la coupe sur la *fig.* 12, qui est une section par le plan vertical AB (*fig.* 13).

Le gauchissement des fermes est empêché par les moises horizontales z, x, qui relient entre elles les moises pendantes.

La disposition de toutes ces moises est indiquée par la *fig.* 5, qui représente le développement de la surface cylindrique qui contiendrait les faces inférieures des moises x.

343. Les courbes et les moises horizontales décomposant la surface inférieure du pont en quadrilatères rectangles, il pourrait encore se produire des déformations causées par l'action latérale du vent (12).

Pour combattre cet effet, on ajoute les pièces diagonales o, o, o; ces pièces, nommées *contre-vents*, décomposent la surface en triangles et remplissent, à l'égard du pan de bois cylindrique formé par les arcs et les moises horizontales, les mêmes fonctions que les guettes à l'égard des pans de bois verticaux.

La *fig.* 10 indique l'assemblage des contre-vents o avec

les courbes c, les moises horizontales x et les moises pendantes p.

Dômes et coupoles.

344. Le plus grand inconvénient des berceaux cylindriques résulte de la suppression du tirant.

S'il était possible de relier toutes les pièces des fermes de manière à les rendre complétement rigides; si, par la décomposition en triangles, et par une disposition bien entendue de toutes les pièces diagonales, on parvenait à détruire toutes les causes d'élasticité, la déformation deviendrait impossible.

Mais on comprend que la solution de ce problème ne peut jamais être obtenue d'une manière rigoureuse. Le jeu des assemblages, la flexibilité des bois produiront toujours dans l'ensemble des oscillations plus ou moins grandes dont l'effet sera d'écarter les deux pieds de la ferme. On ne pourra combatre cette cause de ruine qu'en donnant aux murs une force convenable, soit par une augmentation de poids, soit par l'addition de contre-forts placés en dehors et dans la direction des fermes principales.

Les difficultés dont nous venons de parler n'existent pas dans les dômes ou coupoles.

345. En effet, supposons (*fig.* 21) une couronne parfaitement circulaire et composée de pièces courbes solidement attachées entre elles.

Supposons ensuite que chacun des points de cette couronne soit poussé en dehors par une force perpendiculaire à la circonférence. Il est évident que si toutes ces forces

sont égales entre elles il y aura équilibre dans toutes les parties de la couronne, de sorte qu'aucune déformation ne sera possible.

Or, si l'on suppose (*fig.* 17) que deux couronnes horizontales parallèles *ab*, *cd* soient liées entre elles par des chevrons courbes, égaux entre eux, placés symétriquement et à des distances égales, on aura formé une zone dont toutes les parties seront encore en équilibre; et par la combinaison de plusieurs zones de cette espèce placées au-dessus les unes des autres, on aura un dôme ou coupole dont la forme ne dépendra plus que de la courbe adoptée pour la section méridienne ou profil.

346. On voit donc que dans ces sortes de voûtes toute l'attention du constructeur doit se porter sur la liaison des pièces qui composent les couronnes dans lequelles sont assemblés les chevrons.

Les *fig.* 18 et 20 donneront une idée de la manière dont on peut opérer dans ce cas.

Sur la *fig.* 20 les deux pièces, réunies par un assemblage à trait de Jupiter, sont encore attachées par deux bandes plates de fer serrées par des liens.

Sur la *fig.* 18 les bandes sont placées dans les surfaces cylindriques et fortement serrées par des liens et des boulons.

347. Lorsque les murs ont beaucoup d'épaisseur on forme les sablières par des pièces assemblées comme on le voit (*fig.* 26).

348. Ce que nous venons de dire des courbes formant la *sablière ab* et la *lierne cd* de la zone (*fig.* 17), s'appli-

quera également aux deux hexagones réguliers de la *fig.* 25. Si les pièces droites qui forment les côtés de ces deux polygones sont solidement liées entre elles, il y aura équilibre dans toutes les parties de la voûte.

On n'a laissé sur la figure que les chevrons qui forment les arêtiers.

Les chevrons intermédiaires seront assemblés dans les côtés parallèles des deux polygones ou dans les chevrons arêtiers comme les empanons de croupe ordinaires.

349. Nous venons de dire que dans une coupole ou un dôme, toutes les poussées agissaient du centre à la circonférence et tendaient par conséquent à désunir ou à rompre les pièces des couronnes horizontales dans lesquelles sont assemblés les chevrons.

Or, quelle que soit la force des pièces qui composent ces couronnes, et quelque soin que l'on ait apporté dans leur assemblage, il est évident que leur résistance doit avoir une certaine limite, et que l'on doit par conséquent chercher à diminuer les forces qui agissent sur elles.

Cela est surtout essentiel pour les liernes *cd* (*fig.* 17 et 25), parce que ces pièces n'ont pas d'autre force que celle qui résulte de la manière dont elles sont composées, tandis que les sablières *ab*, posées à plat sur les murs, peuvent emprunter à ces masses ou aux contre-forts que l'on peut y ajouter, toute la force nécessaire pour résister à la poussée des parties supérieures de l'édifice

350. Ainsi, dans les voûtes en dômes ou en coupole, toutes les résultantes doivent être dirigées sur les sa-

blières, qui dans ces sortes de combles remplissent les mêmes fonctions que les tirants dans les fermes ordinaires.

351. Les *fig.* 16 et 19 sont le plan et l'une des fermes d'un dôme composé par Stierme.

La *fig.* 19 contient le profil du dôme et de la coupole intérieure.

Les moises *m* et *n*, formant arbalétriers, ont leurs pieds assemblés dans le grand entrait *ae* qui remplit ici les fonctions de tirant.

Les moises *n* sont assemblées par embrèvement dans le poinçon *b*, tandis que les deux moises *m* embrassent la pièce horizontale *v* qui est assemblée par tenons et mortaises dans les poinçons *b* et *d*. Un troisième arbalétrier *u* est assemblé par en bas dans la couronne ou lierne *x* formant sablières et par le haut dans la couronne *z* qui est engagée par embrèvement dans le poinçon *d*.

Le grand entrait *ac*, soutenu en son milieu par le poinçon principal *b* et aux extrémités par les arbalétriers *h*, est encore soulagé d'une partie de son poids par les deux jambes de force *s*, *t*, assemblées par tenons, mortaises et embrèvement dans la pièce *h*.

Les pièces *e'*, *i*, assemblées par tenons et mortaises dans le grand arbalétrier *h*, reçoivent en outre les tenons de trois pièces cintrées en dehors suivant la courbure de la surface extérieure du dôme.

Ces pièces et le petit arbalétrier *u* reçoivent par leurs faces latérales les tenons des liernes dans lesquelles sont assemblés les chevrons qui supportent la couverture.

Ainsi, les couronnes z, x et les sablières sont les seules courbes continues, et toutes les poussées résultant du poids de la lanterne et des pièces qui en dépendent étant détruites par le grand entrait ac, il s'ensuit que les sablières et les murs n'ont à résister qu'à l'écartement des arbalétriers h.

L'arbalétrier h, la pièce t, la pièce o et le grand entrait ac reçoivent les tenons des liernes q, dans lesquelles sont assemblés les chevrons de la coupole intérieure.

Ces chevrons ne sont marqués ici que par des points afin de ne pas cacher la disposition des pièces droites qui, je le répète, forment la partie la plus essentielle des constructions en charpente (331).

La *fig.* 16 contient la projection horizontale d'une partie du dôme dont on a supprimé tout ce qui est au-dessus du plan AB (*fig.* 19).

Cette suppression permet de voir la grande enrayure, formée par les entraits de quatre grandes demi-fermes semblables à celle qui est représentée sur la *fig.* 19, et de douze autres fermes intermédiaires, distribuées trois à trois entre les quatre premières, de sorte que la circonférence entière de la sablière est partagée en seize parties égales à chacune desquelles vient aboutir le pied d'une ferme.

L'entrait de la ferme désignée sur le plan par la lettre E est le seul qui traverse le dôme dans toute sa largeur diamétrale.

Les entraits de la demi-ferme F et de celle qui lui est opposée sont assemblés par tenons et mortaises dans l'entrait de la ferme E; toutes ces pièces sont fortement

reliées entre elles au-dessous du poinçon par des liens et armatures en fer.

Les douze autres demi-fermes sont assemblées trois à trois dans quatre goussets compris entre les fermes principales avec lesquelles ils font des angles de 45°.

L'écartement des seize entraits est maintenu par la couronne continue désignée par la lettre *x* sur les *fig.* 19 et 16; on a indiqué sur la *fig.* 16 les pieds de chevrons supprimés pour mieux faire voir la grande enrayure.

Si en partant de la circonférence de la couronne on se dirige vers le centre du dôme, les parties marquées par des hachures pour chacune des fermes H sont :

1° Les deux moises *m* (*fig.* 16 et 19);

2° Les deux moises *n*;

3° Le poinçon *d*;

4° Le poinçon central *b*.

La lanterne est supportée par seize poinçons marqués *d* sur le plan.

Deux de ces poinçons et le poinçon central sont compris entre deux moises désignées par les lettres G, sur les *fig.* 16 et 19; deux autres moises I, perpendiculaires sur les précédentes, embrassent le poinçon central et deux des seize poinçons de la lanterne.

Pour mieux faire comprendre la disposition des trois sablières concentriques et des couronnes dans lesquelles sont assemblées les chevrons du dôme et de la coupole intérieure, on a supprimé une partie de la ferme H et des liernes désignées par les lettres *l* sur les *fig.* 16 et 19, de

sorte qu'il ne reste plus que ce qui est au-dessous du plan CD.

Enfin, on a tracé en F quelques-uns des chevrons du dôme et en K ceux de la coupole intérieure. Ces derniers chevrons sont assemblés dans une courbe désignée par la lettre M sur la *fig.* 19.

352. J'ai donné cet exemple parce qu'on le trouve dans plusieurs traités de charpente, mais je ne pense pas qu'il soit exempt de reproche.

Ainsi, je crois qu'il y a trop de bois dans la partie supérieure du dôme et pas assez dans la partie inférieure.

L'absence de pièces diagonales dans les quadrilatères formés par les pièces *h*, *i*, *e*, ne garantit pas suffisamment les fermes contre la déformation, et les pièces inclinées *s*, *t* s'opposeraient mieux à l'ouverture de l'angle formé par l'entrait *ac* et par l'arbalétrier *h*, si elles étaient remplacées par des moises qui embrasseraient ces deux pièces.

Je n'ai pas cru devoir parler d'une construction graphique que l'on trouvera dans les ouvrages de Kraft et de Rondelet, parce que cette opération, entièrement dépourvue de généralité, ne pourrait servir qu'à tracer les courbes d'un dôme exactement semblable ou égal à celui que nous venons d'étudier, et que cette solution n'étant d'ailleurs motivée par aucune considération d'équilibre, elle ne peut servir en rien à développer l'intelligence des jeunes charpentiers.

Dôme des Invalides.

353. Les *fig.* 23 et 27 contiennent les projections verticales et horizontales de la charpente du dôme des Invalides, construit par l'architecte Mansard.

La *fig.* 23 est l'une des quatre grandes fermes désignées sur la *fig.* 27 par les lettres E et F.

La disposition de toutes les pièces de cette ferme me paraît beaucoup mieux étudiée que dans le dôme de Stierme.

Les grandes moises *m*, formant arbalétriers, et les moises *n*, normales à la courbe d'extrados, s'opposent évidemment à toute espèce de déformation.

Le grand entrait formant tirant au-dessus de la coupole est composé de quatre fortes moises horizontales solidement reliées par des liens et armatures.

La lanterne est soutenue par les moises *m* et par les pièces inclinées *u* formant arbalétriers.

La force et le nombre de ces pièces sont suffisamment motivés, contre l'opinion de Rondelet, par le poids considérable de la lanterne et par la nécessité de combatre l'action du vent, qui à cette hauteur agit souvent avec une grande violence.

354. Pour éviter les oscillations que les mouvements de l'atmosphère transmettent aux édifices qui ont une très-grande élévation, on a préféré construire en pierres le dôme du Panthéon de Paris.

Je crois qu'en cela on a fait une très-grande faute de

construction. En effet, les oscillations ou le *himent* d'un édifice en charpente sont dues principalement à l'élasticité des bois, et si les assemblages sont bien faits, les conditions d'équilibre existent toujours malgré le jeu produit dans les mortaises par des modifications de température. Si les pièces sont retenues par des chevilles ou des armatures convenablement placées, les assemblages ne seront pas détruits; mais si par l'augmentation de poids, résultant de la nature des matériaux, les oscillations sont moins sensibles dans les constructions en maçonnerie, d'un autre côté, la désagrégation des mortiers qui relient les pierres entre elles est irréparable, et la ruine du monument est la conséquence nécessaire de cette désunion.

Cela est si bien admis que dans les pays souvent exposés aux tremblements de terre, les constructions en bois sont préférées à la maçonnerie.

C'est encore pour cette raison que dans les clochers et les tours de cathédrales les murs sont entièrement isolés des appareils auxquels les cloches sont suspendues, parce que les oscillations produites au moment de la sonnerie détruiraient promptement les mortiers qui relient les pierres entre elles.

Pour éviter cet inconvénient on construit dans l'intérieur des tours un échafaudage en charpente nommé *beffroi*, et cette espèce de tour en bois, inscrite en quelque sorte dans la tour de pierre qu'elle *ne doit toucher nulle part*, n'est rattachée à cette dernière construction que dans les étages inférieurs, et là seulement où les murs, par leur grande épaisseur ou par des contre-forts, ne peuvent plus éprouver aucun effet désastreux des oscillations produites par le mouvement des cloches.

C'est donc à tort que dans la construction du dôme du Panthéon on a cru que la pierre résisterait mieux que le vent aux oscillations communiquées à la lanterne par les mouvements quelquefois considérables des couches atmosphériques.

355. C'est probablement en partie à la cause que nous venons de signaler qu'il faut attribuer les profondes lézardes qui se sont manifestées dans le dôme de Saint-Pierre de Rome, et les ingénieurs chargés de la conservation de ce beau monument ont pensé avec raison que le seul moyen présentant quelque chance de succès, devait être de cercler tout le dôme par d'immenses couronnes de fer dont les parties solidement reliées entre elles résisteraient à toutes les poussées qui agissent du centre à la circonférence, et produiraient, par conséquent le même effet que les grandes couronnes ou sablières en charpente dont nous avons parlé au n° 346, et sans lesquelles les grands dômes et coupoles ne pourraient jamais résister aux forces qui tendent à les désunir.

356. Sur la *fig.* 27 on a supprimé tout ce qui est au-dessus du plan horizontal AB (*fig.* 23).

Cette suppression met en évidence toutes les pièces de la grande enrayure qui se compose :

1° Des quatres moises horizontales formant l'entrait de la ferme E;

2° De quatre autres moises formant les entraits de la demi-ferme F et de celle qui lui est opposée. Ces moises sont assemblées par tenons et mortaises sur les faces latérales de moises-entraits de la ferme E, avec lesquels elles sont fortement reliées par des armatures.

Indépendamment de ces quatre fermes principales, il y a encore huit autres fermes désignées sur le plan par la lettre H, et dont les tirants ou coyers sont assemblés sur les quatre goussets G, de sorte que le tout est supporté par douze fermes dont les pieds sont assemblés à des distances égales sur la sablière, dont une partie est désignée sur le plan par la lettre S.

Pour mieux faire comprendre la composition de la grande sablière on a supprimé une partie des deux fermes désignées par la lettre H.

Pour augmenter la force qui est si nécessaire dans la partie inférieure du dôme, l'architecte a placé entre les fermes principales vingt-quatre petites fermes dont les pieds sont désignés sur le plan par la lettre *u*.

Ces fermes, composées de pièces semblables à celles qui soutiennent le grand entrait (*fig.* 23), ont pour coyers (*fig.* 27) les pièces *v* assemblées dans des goussets *x*, dont la présence contribue beaucoup à diminuer les oscillations causées par le vent.

Il résulte de ce qui précède qu'au-dessous de la grande enrayure la charpente du dôme se compose de trente-six fermes, savoir :

1° Les quatre grandes fermes désignées sur le plan par les lettres E, F ;

2° Les huit fermes intermédiaires désignées par la lettre H;

3° Les vingt-quatre petites fermes désignées par la lettre *u*.

Les vingt-quatre petites fermes ne se prolongeant pas

au-dessus de la grande enrayure, il ne reste plus que douze fermes dans cette partie du dôme.

357. Les exemples qui précèdent suffisent pour faire comprendre au lecteur par quel genre de considérations on peut arriver à la détermination la plus convenable de la forme et de la position des pièces qui doivent entrer dans la composition des édifices. Je renverrai pour de plus grands détails aux ouvrages de Kraft, qui contiennent la description d'un grand nombre de monuments exécutés, dans lesquels le lecteur reconnaîtra facilement l'application constante des principes que nous venons d'exposer.

Nous reviendrons donc au but principal de cet ouvrage, qui est d'exposer les méthodes graphiques nécessaires pour l'exécution des assemblages de toute espèce.

Berceaux cylindriques.

358. Pour première étude sur les combles à surfaces courbes nous réunirons dans la *Planche* 31 toutes les pièces qui entrent dans la construction de trois berceaux cylindriques A, B et C (*fig.* 17). Nous supposerons que les trois berceaux ont la même courbure, que cette courbure est circulaire et que l'une des fermes du berceau A est rabattue (*fig.* 12).

La partie courbe de cette ferme est composée de trois pièces courbes L, M, N assemblées par des traits de Jupiter et serrés par des liens.

Ces pièces sont appuyées sur les trois pannes p, p', p'', et ces trois pièces, qui supportent tout le poids de la couverture, sont elles-mêmes soutenues par les ar-

balétriers et par l'entrait d'une ferme composée de bois droits.

Les pannes *p* et *p''* sont établies sur les tasseaux *t* et sur les cales *c*; ces dernières pièces, qui n'existent pas dans les fermes de bois droits, sont nécessaires ici, à cause de la grande distance qui existe entre les arbalétriers droits de la ferme intérieure et les chevrons courbes du cintre.

Les cales sont assemblées avec les arbalétriers par tenons et mortaises et peuvent en outre être reliées par des boulons avec les tasseaux.

Les surfaces courbes extérieures et intérieures des berceau A, B et C, étant formées par trois cylindres circulaires égaux entre eux, il s'ensuit que les arêtes des pièces arêtières sont des *ellipses*, ou comme disent les charpentiers, des *courbes rallongées* (*fig.* 6).

Les cylindres A et B forment, par leur rencontre, une arête elliptique saillante de *a* en *o* (*fig.* 17), et rentrante dans toute la partie *oe*, tandis qu'au contraire la rencontre des deux berceaux B et C est une ellipse formant une arête rentrante de *n* en *z* et saillante de *z* en *r*.

Il résulte de là que la pièce qui contient l'arête *ao* sera un arêtier, tandis que celle qui contient l'arête *nz* sera une noue.

Les principes nécessaires pour la construction de ces deux pièces diffèrent peu de ceux que nous avons donnés pour les pièces analogues des combles droits, et si le lecteur a bien compris ce que nous avons dit alors, il ne peut éprouver aucune difficulté pour résoudre la question actuelle.

Construction de l'arêtier.

359. Cette pièce, projetée (*fig.* 16) sur un plan parallèle à l'arête *ao*, est limitée par cinq surfaces, savoir :

Deux petites surfaces cylindriques appartenant aux lattis extérieurs des berceaux A et B; ces deux surfaces ont pour génératrices les côtés *ac* du pentagone *acuuc*, qui sur la *fig.* 17 représente le pied de l'arêtier.

Les faces latérales de cette pièce sont deux plans verticaux qui ont pour traces les droites *cs* parallèles à *ao*.

Enfin, la surface intérieure est un cylindre engendré par la petite droite *uu* et perpendiculaire au plan de la *fig.* 16.

Les arêtes sont formées par cinq ellipses aboutissant aux points *a*, *c*, *u*, *u*, *c* de la *fig.* 17.

Les trois ellipses qui aboutissent aux points *c*, *a*, *c* résultant de la section des surfaces extérieures des berceaux A et B par les trois plans verticaux *cs*, *ao*, *cs*, sont égales entre elles, tandis que les deux ellipses des points *u*, *u* sont plus petites, parce qu'elles sont situées dans les surfaces intérieures des berceaux A et B.

Les deux ellipses des points *c*, *c* ont une projection commune sur la *fig.* 16; il en est de même des ellipses qui aboutissent aux points *u*, *u*, et qui ont également une projection commune, tandis que l'ellipse du point *a*, a pour projection *a*″O″.

La hauteur de chaque point de ces courbes est égale à la hauteur de la projection du même point sur la *fig.* 12; cela résulte d'un principe que je vais rappeler.

360. Soit (*fig.* 7) la section droite d'un cylindre circulaire projeté sur le plan horizontal par le rectangle *vurs* (*fig.* 8); si l'on conçoit que ce cylindre soit coupé par un plan vertical dont la trace serait *pq*, on aura pour section l'ellipse dont la projection est indiquée par des hachures sur la *fig.* 6.

Or, les deux points *m'* et *m''* des *fig.* 6 et 7, étant les projections du point *m* de la *fig.* 8, il est évident que les hauteurs *n'm'*, *n''m''* doivent être égales.

361. Au lieu de prendre sur la *fig.* 12 les hauteurs des points correspondants de la *fig.* 16, on peut construire les ellipses par la propriété connue de leurs axes; ainsi, les points *a'* et *c'* de la *fig.* 6 étant déduits de leurs projections *a* et *c* (*fig.* 8), et la hauteur *o'*O' (*fig.* 6) étant égale à la hauteur *o''*O'' (*fig.* 7).

On prendra une carte ou une règle sur l'un des bords de laquelle on fera *ez* égale à *o'*O', puis *ex* égale *o'c'*; après quoi, en faisant glisser la règle sur le papier de manière que le point *z* ne quitte pas la droite *a'c'* et que le point *x* ne quitte pas *o'*O', le point *e* décrira la courbe demandée, qu'il sera facile de tracer, en marquant avec un crayon tous les points successivement occupés par le point *e*.

362. Le principe que nous venons de rappeler permettra de construire facilement les ellipses de la *fig.* 16. En effet,

L'ellipse *a''*O'' aura pour axe horizontal la droite *a''o''* qui est égale à sa projection horizontale *ao* et pour axe vertical la droite *o''*O'' égale à *o'*O' (*fig.* 12).

L'ellipse *c''*S'', projection commune des deux ellipses *cs*

(*fig.* 17), aura pour axe vertical la droite $s''S''$ égale à $o''O''$, et pour axe horizontal la droite $c''s''$, égale à la projection horizontale cs.

Enfin, l'ellipse $u's'''$ aura pour axe vertical la droite $s''s'''$, égale à la perpendiculaire $o's'$ (*fig.* 12), et pour axe horizontal la droite $u's''$ égale à l'une des droites us, projections horizontales des deux ellipses qui aboutissent aux points u.

363. Il est bien entendu que si l'on emploie la méthode que nous venons d'indiquer pour la construction des ellipses de la *fig.* 16, cela ne doit pas dispenser de vérifier la projection des points principaux, en prenant la hauteur de chacun de ces points sur la projection de la ferme principale donnée (*fig.* 12).

Ainsi, les hauteurs de l'entrait, des tasseaux et des pannes de la *fig.* 16 doivent être égales aux hauteurs des points et des lignes correspondantes de la *fig.* 12.

Tasseaux et cales.

364. Les tasseaux et cales de la ferme de long pan (*fig.* 12) sont des parallélipipèdes rectangles assemblés par tenons et mortaises dans les arbalétriers et chevrons, mais il n'en est pas de même des tasseaux et des cales de la ferme arêtière projetée sur la *fig.* 16.

365. Ces pièces doivent être entaillées par des coupes coïncidant avec les faces des pannes.

Les *fig.* 25, 26 et 27 feront comprendre la forme de ces assemblages.

366. La *fig.* 25 est le tasseau creusé suivant un angle rentrant destiné à recevoir les extrémités des pannes.

Les deux faces de cet angle rentrant ne se prolongent pas suivant toute la longueur du tasseau, dont la partie inférieure contient un angle saillant formé par deux faces triangulaires sur lesquelles s'appuient les deux faces inférieures des pannes.

Ces deux faces triangulaires sont les prolongements des deux trapèzes qui forment un angle saillant au-dessus de la cale représentée en perspective sur la *fig.* 26.

367. La *fig.* 27 fera facilement comprendre la disposition de ces deux pièces lorsqu'elles sont assemblées.

Les projections et le tracé de toutes ces coupes ne peuvent offrir aucune difficulté aux lecteurs qui ont fait les épures des planches 16, 22, 26 et 27. Cependant, pour mieux faire comprendre ces détails, je les ai projetés (*fig.* 24) sur une plus grande échelle.

Le tasseau T et la cale C seulement sont tracés en lignes pleines sur la projection horizontale, et les pannes P ne sont indiqués que par des points.

368. Pour construire toutes les lignes de cet assemblage, il suffira de construire les deux parallélogrammes 1—2—3—4 et 5—6—7—8.

Le premier, situé dans le plan vertical qui a pour trace la droite *ao* (*fig.* 17), forme la face extrême des pannes, et se trouve engagé en partie dans les angles rentrants du tasseau et de l'arêtier.

Le parallélogramme 5—6—7—8 (*fig.* 24) est la pro-

jection commune des deux quadrilatères suivant lesquelles les pannes (*fig.* 17) traversent les deux plans verticaux *cs*, qui contiennent les faces latérales de l'arbalétrier, du tasseau et de la cale.

Le quadrilatère 5—9—3—7 est la projection commune des deux faces qui forment l'angle rentrant du tasseau (*fig.* 25 et 27).

Les triangles 3—7—11 sont les deux petites faces de l'angle saillant qui existe dans le tasseau un peu au-dessus du boulon (*fig.* 25), et le trapèze 11—7—8—4 est la projection des deux faces de l'angle saillant situé au-dessus de la cale (*fig.* 26 et 27).

Le quadrilatère 1—2—6—5 est la projection commune des deux faces de l'angle rentrant creusé dans l'épaisseur de l'arêtier pour le logement des pannes; enfin, les triangles 1—5—9, 2—6—10 sont les projections des quatre petites faces suivant lesquels les pannes s'appuient sur les parties correspondantes de l'arêtier. Voir les *fig.* 5, 6 et 9, *Pl.* 16.

369. Les faces suivant lesquelles les pannes sont appuyées sur les tasseaux (*fig.* 12) étant formées par des plans qui contiennent l'axe du berceau A, les intersections de ces plans avec les plans correspondant du berceau B, doivent passer par le point de rencontre des axes des deux berceaux. C'est pourquoi les arêtes des pannes qui, sur la *fig.* 16, coïncident avec les arêtes des angles rentrants creusés dans les tasseaux, aboutissent au point *o''* qui est le centre de l'ellipse, suivant laquelle les deux cylindres se rencontrent.

370. On peut également obtenir un point de vérifica-

tion éloigné pour les arêtes des angles saillants des cales de la *fig.* 16.

Ainsi, le plan suivant lequel la panne *p* (*fig.* 12) est appuyé sur la cale qui lui correspond, aura pour trace horizontale la droite *t't*, dont l'intersection avec la droite *ao* donne le point *t* qui, projeté sur la *fig.* 16, détermine un point *t''* dans le prolongement de l'arête saillante de la cale qui soutient l'extrémité de la panne *p*.

La même opération détermine le point *b''* pour la panne *p'* (*fig.* 16).

Pour la panne *p''* on tracera un plan horizontal quelconque K (*fig.* 12).

L'intersection de ce plan par celui qui contient la face supérieure du tasseau, déterminera une droite *d'd* qui percera le plan vertical *ao* en un point *d* que l'on projettera ensuite en *d''* sur la *fig.* 16 à la même hauteur que le point *d'* de la *fig.* 12.

371. Tout ce que nous venons de dire sur les cales et tasseaux n'est applicable qu'aux pannes *p* et *p''*, parce que dans l'exemple qui nous occupe les pannes *p'* sont soutenus par l'extrémité de l'entrait qui dans ce but est entaillé comme on le voit sur la *fig.* 1re. Cette disposition extrêmement simple permet de supprimer les tasseaux et les cales.

La *fig.* 14 est une projection horizontale de l'entrait, et la *fig.* 15 détermine les dimensions rectangulaires de cette pièce.

372. La *fig.* 5 est une projection de la pièce courbe D de l'arêtier, que l'on a reportée en dehors de la *fig.* 16,

afin de mieux faire voir les dimensions du plus petit parallélipipède capable de contenir cette pièce.

373. La *fig.* 3 est une projection sur l'une des faces du parallélipipède et la *fig.* 4 détermine l'équarrissage.

Pour tailler cette pièce, on tracera d'abord le contour de la projection D sur la face correspondante du parallélipipède, puis on abattra tout ce qui est marqué par des hachures, afin de tailler les surfaces cylindriques qui contiennent les courbes *a*—5, *u*—7, ainsi que les plans qui forment l'embrèvement du tasseau et les petites faces de l'assemblage à trait de Jupiter; on taillera ensuite la mortaise du tasseau ainsi que l'angle rentrant déterminé par la pénétration des pannes dans l'épaisseur de l'arêtier.

374. Quant aux surfaces d'extrados des deux berceaux, on remarquera que vers la naissance des berceaux elles forment entre elles un angle droit *cac* (*fig.* 17), mais à mesure que l'on s'élève cet angle devient plus ouvert et cesse complétement d'exister à la hauteur du point O″ (*fig.* 16).

On pourrait donc chercher quel doit être en chaque point de l'arêtier l'angle variable formé par les surfaces extérieures des deux berceaux, mais il sera plus simple de remarquer que l'on aurait toujours un angle droit si l'on coupait l'arêtier par un plan horizontal au lieu de le couper par un plan perpendiculaire à la tangente en un point quelconque de l'arête elliptique projetée (*fig.* 17) par la droite *ao*.

375. Il résulte de là que pour tailler les deux surfaces cylindriques formant les faces extérieures de l'arêtier, on pourra opérer de la manière suivante.

Au moyen d'une règle flexible on tracera l'ellipse *ao* de la *fig.* 17 au milieu de la surface cylindrique convexe résultant de la suppression des parties marquées par des hachures sur la *fig.* 5.

On tracera l'ellipse *c*"S" de la *fig.* 16 sur chacune des deux faces correspondantes de la pièce projetée (*fig.* 5), et l'on abattra le bois de manière que l'on puisse faire prendre à une règle les positions indiquées sur la *fig.* 5 par les droites 1—1, 2—2, 3—3, etc., parallèles au plan horizontal *pq*.

Les diverses positions de la règle génératrice pourront être déterminées en marquant les points de repères 1, 2, 3, 4, etc., sur les ellipses directrices *ao*, *cs* (*fig.* 17).

376. Les autres pièces courbes de l'arêtier projeté (*fig.* 16) se tailleront par les mêmes moyens.

Construction de la noue.

377. Les opérations que nous venons d'indiquer pour tailler l'arêtier serviront également pour tailler la noue qui est projetée (*fig.* 29).

Cette pièce aura pour arêtes les cinq ellipses qui aboutissent aux points v, n, v, x, x, de la *fig.* 17; les deux surfaces cylindriques formant les extrados des berceaux B et C forment un angle rentrant dont l'arête elliptique *nz* est projetée par des points sur la *fig.* 29.

378. Toutes les lignes d'assemblage des pannes avec les tasseaux et les cales seront déterminées comme au n° 368,

en construisant les deux parallélogrammes 1—2—3—4, 5—6—7—8 (*fig.* 13).

Le premier, qui représente la face extrême suivant laquelle les deux pannes se touchent, est caché en partie dans l'angle rentrant formé par les deux faces 3—11—4—8 de la cale C (*fig.* 13, 19 et 18), tandis que le second parallélogramme 5—6—7—8 est la projection commune aux deux quadrilatères, suivant lesquels les pannes traversent les deux plans verticaux *vh* de la *fig.* 17.

Les *fig.* 18, 19 et 20 feront comprendre la forme des tasseaux et cales de la noue.

379. La *fig.* 20 est le tasseau.

380. La *fig.* 19 est la cale et la *fig.* 18 représente les deux pièces réunies.

381. On remarquera cette différence essentielle que l'angle qui est rentrant dans le tasseau de l'arêtier (*fig.* 25) est saillant dans le tasseau de la noue (*fig.* 20), tandis qu'au contraire l'angle saillant dans la première de ces deux pièces est rentrant dans la seconde.

382. Il en est de même de l'angle formé par les deux faces suivant lesquelles les pannes s'appuient sur la cale; cet angle saillant sur la cale de l'arêtier (*fig.* 26) est rentrant sur la cale de la noue (*fig.* 19).

Le quadrilatère 2—9—7—3 (*fig.* 13) est la projection commune aux deux faces qui forment l'angle saillant du tasseau, tandis que le quadrilatère 3—11—8—4 est la projection des deux faces qui forment l'angle rentrant de la cale.

Le triangle 3—7—11 est la projection des deux petites faces triangulaires que l'on voit sur la *fig.* 20, et qui forment les prolongements des faces de l'angle rentrant de la cale lorsque cette pièce est assemblée avec le tasseau comme on le voit sur la *fig.* 18.

383. Les pannes p'' sont soutenues par l'entrait dont l'extrémité est entaillée comme on le voit sur la *fig.* 2.

La *fig.* 30 est la projection horizontale de cette pièce dont les dimensions rectangulaires sont indiquées par la *fig.* 31.

384. Les *fig.* 22, 21 et 23 sont les projections du plus petit parallélipipède rectangle capable de contenir la première pièce courbe G de la noue. La taille de cette pièce ne diffère de celle qui est projetée sur la *fig.* 5, qu'en ce que les angles saillants de l'une de ces deux pièces sont rentrants dans la seconde et réciproquement; ainsi, pour creuser l'arête de la noue, il faudra tailler les deux petites surfaces cylindriques engendrées par les droites nv (*fig.* 17).

385. On y parviendra en creusant d'abord à des distances assez rapprochées des entailles horizontales, situées dans les plans 1—1, 2—2, 3—3 (*fig.* 22).

Ces entailles, creusées avec précaution, doivent être faites de manière que l'on puisse y appliquer l'angle droit d'une équerre dont le plan serait toujours parallèle au plan horizontal pq.

386. Les pièces courbes de l'arêtier (*fig.* 16) sont reliées entre elles comme nous l'avons déjà dit, par des as-

semblages à trait de Jupiter, que l'on pourra fortifier par des liens.

387. Ces liens devront avoir une forme pentagonale absolument égale à la section correspondante de l'arêtier, mais on ne pourra pas relier de la même manière les différentes pièces courbes qui entrent dans la composition de la noue qui est projetée sur la *fig.* 29.

Les arêtes aiguës, formées par les ellipses qui aboutissent aux points ν,ν de la *fig.* 17, ne supporteraient pas la pression des liens auxquels l'angle rentrant, correspondant à celui de la noue, ôteraient d'ailleurs une grande partie de leur force. Dans ce cas, on pourra relier entre elles les faces de l'assemblage par des boulons semblables à celui qui est représenté (*fig.* 28), et dont la tête serait formée par des pates coïncidant avec les faces de l'angle rentrant de la noue.

388. Les *fig.* 11, 9 et 10 déterminent les dimensions du plus petit parallélipipède rectangle capable de contenir l'une des pièces courbes de la ferme qui est projetée (*fig.* 12).

La taille de ces pièces n'offrant aucune difficulté nous ne nous y arrêterons pas.

Deuxième exemple de berceau cylindrique.

389. La *Pl.* 32 contient tous les détails des pièces d'une ferme arêtière et d'une ferme de noue, résultant comme dans l'exemple qui précède de la rencontre de trois berceaux cylindriques circulaires et égaux, projetés sur le plan horizontal (*fig.* 22).

L'une des fermes de long pan est rabattue (*fig.* 14).

Dans cette ferme les tasseaux sont remplacés par des moises, ce qui ne peut offrir de difficulté, si l'on a bien compris les études de fermes moisées des planches 26 et 27.

La panne P est appuyée sur la moise M et sur la cale C qui est représentée en perspective (*fig.* 34).

390. Au lieu d'assembler cette cale dans l'arbalétrier comme dans l'exemple précédent, on peut faire passer le tenon entre les deux moises, ce qui aura le double avantage d'empêcher la flexion des moises et de ne pas affaiblir l'arbalétrier en y creusant des mortaises.

La panne P' est soutenue par l'extrémité de l'entrait et par les deux moises M' qui relient fortement l'arbalétrier et le chevron courbe avec l'entrait.

391. La *fig.* 6 est une perspective de l'entrait sur lequel on peut voir l'entaille creusée pour l'emplacement de la panne et l'une des entailles latérales qui doit être occupée par la moise M'.

392. La *fig.* 13 est la projection de l'une des pièces courbes qui forment le cintre extérieur.

Les *fig.* 13 et 12 avec le rectangle *acvu* (*fig.* 14) sont les faces du plus petit parallélipipède capable de contenir la pièce dont il s'agit.

393. La *fig.* 18 est la projection verticale de la ferme arêtière, et la *fig.* 26 est la projection de la ferme de noue. Ces deux fermes sont projetées horizontalement sur la *fig.* 22.

394. Les ellipses formant les projections de toutes les arêtes de ces deux pièces pourront être tracées comme nous l'avons dit aux n°s 360 et 361, et toutes les lignes d'assemblage des pannes avec les moises et les cales seront déterminées par les principes des n°s 304 et 305.

395. Avant d'entreprendre la construction graphique de cette partie de l'épure, le lecteur fera bien de jeter un coup d'œil sur les figures en perspective des pièces qui font le sujet de cette étude, afin de reconnaître surtout les différences essentielles qui existent entre les pièces de l'arêtier et les pièces correspondantes de la noue.

396. Ainsi, la *fig.* 2 représente une des pièces courbes de l'arêtier avec l'une de ses moises détachée sur la *fig.* 3, tandis que la *fig.* 7 représente la noue avec l'une des moises détachée sur la *fig.* 8.

397. La *fig.* 4 représente la panne soutenue par l'une des moises de l'arêtier et par la cale qui est reportée (*fig.* 5), tandis que la *fig.* 9 contient l'une des moises de la noue assemblée avec la cale qui est représentée (*fig.* 10).

398. Je ferai encore remarquer ici, comme nous l'avons fait au n° 381, que les angles rentrants dans les pièces qui se rapportent à l'arêtier sont saillants dans les pièces correspondantes de la noue, tandis qu'au contraire les angles qui sont saillants dans les pièces de la noue sont rentrants dans les pièces correspondantes de l'arêtier.

399. Toutes les lignes d'assemblage pour les pièces de l'arêtier seront déterminées (*fig.* 33) en construisant les quatre parallélogrammes suivant lesquels la panne P tra-

verse les plans p, p', p'', p''', et toutes les lignes d'assemblage pour les pièces correspondantes de la noue, seront déterminées (*fig.* 35) par la rencontre de la panne Q avec les plans verticaux q, q', q'', q'''.

400. Les *fig.* 39 et 29 indiquent comment il faudrait faire les tenons des cales de l'arêtier et de la noue, si l'on voulait que ces deux pièces fussent assemblées avec les arbalétriers correspondants.

401. La *fig.* 37 représente l'entrait de la ferme arêtière et la *fig.* 38 est l'entrait de la ferme de noue.

402. La *fig.* 11 est une projection du chevron A de la ferme arêtière; la *fig.* 16 et le rectangle *mnzx* (*fig.* 18) déterminent les dimensions du plus petit parallélipipède capable de contenir cette pièce.

403. La *fig.* 21 est une projection de la pièce B que l'on pourra tailler dans le parallélipipède dont les dimensions seront déterminées par la *fig.* 20 et par le rectangle *byoh*.

404. Ces deux pièces seront réunies par un assemblage à trait de Jupiter, projeté sur la *fig.* 18, et représenté en perspective sur la *fig.* 2; les *fig.* 15 et 32 sont les projections des moises D,E, dont les dimensions rectangulaires seront déterminées par les *fig.* 19 et 17.

405. La *fig.* 25 est une projection du chevron F de la noue; les dimensions du plus petit parallélipipède capable de contenir cette pièce seront déterminés par la *fig.* 23 et par le rectangle *ired*.

406. La *fig.* 27 est une projection du chevron G dont les dimensions seront déterminées par la *fig.* 28 et par le rectangle *oklg*.

407. Ces deux pièces sont liées entre elles par l'assemblage à trait de Jupiter, représenté en perspective par la *fig.* 1re.

408. Enfin, les *fig.* 30 et 31 sont les projections des moises H et K, dont les dimensions rectangulaires sont déterminées par les *fig.* 24 et 36.

409. Au lieu de tailler séparément les différentes pièces de bois courbes qui doivent former la noue, l'arêtier ou le chevron de la ferme projetée (*fig.* 12), on peut assembler bout à bout par des traits de Jupiter les différents parallélipipèdes rectangles dont toutes ces pièces doivent être tirées. La position relative de ces parallélipipèdes sera déduite de l'épure, et lorsqu'on aura composé ainsi le solide capable de contenir l'arêtier ou la noue tout entière, on pourra tracer et tailler ces deux pièces en opérant exactement comme nous l'avons dit aux nos 375 et 385.

Troisième exemple de berceaux cylindriques.

410. Les combles dont nous avons donné les études sur les deux planches précédentes étaient cintrés en dehors, tandis que les berceaux projetés sur la *Pl.* 33 sont cintrés en dedans.

411. Pour ménager l'espace, j'ai supposé ici, comme je l'avais déjà fait sur les *Pl.* 31 et 32, que trois berceaux

ylindriques A, B et C se rencontrent dans les plans verti-
ıux *ac*, *vu* (*fig.* 30), d'où résultent, par conséquent, les
eux fermes arêtières projetées sur les *fig.* 26 et 38.

412. L'une des fermes principales du berceau A est pro-
ıtée et rabattue (*fig.* 16). La comparaison de cette ferme
vec celle de la *fig.* 12, *Pl.* 31, rappellera au lecteur ce
rincipe si essentiel dans la composition des ouvrages en
ıarpente, que les bois courbes ne peuvent être que des
ccessoires ou des motifs de décoration ; mais que toute la
ɔrce nécessaire pour soutenir la couverture dépend de
ı ferme de bois droits sans laquelle un berceau cylin-
rique ne pourrait jamais exister (331). Les principes gé-
éraux sur lesquels repose la composition des fermes,
yant été établis ailleurs, nous n'avons à nous occuper
ɔi que des détails d'épure nécessaires pour tracer et tailler
ɔs pièces courbes du cintre intérieur.

Ces pièces, en ne considérant qu'une moitié de la ferme
fig. 16), sont au nombre de quatre, savoir :
L'entrait E, dont la projection horizontale est reportée
fig. 14).

2° L'aisselier F projeté (*fig.* 13 et 20) sur deux plans
arallèles à la face extérieure ;
3° La jambe de force D projetée (*fig.* 11) ;
4° La pièce H projetée sur la *fig.* 18 et 19.

413. Les dimensions des parallélipipèdes capables de
ɔntenir ces quatre pièces, sont déterminées par leurs
rojections (*fig.* 16) et par les figures rectangulaires 15,
2, 10 et 17.

Fermes arêtières.

414. Le chevron de la ferme projetée sur la *fig.* 26 forme à l'extérieur un arêtier saillant, tandis que les pièces courbes qui composent le cintre intérieur sont creusées de manière à former un angle rentrant qui a pour arête l'ellipse *ei*, résultant de l'intersection des deux berceaux cylindriques A et B (*fig.* 30).

415. Dans la ferme projetée (*fig.* 38), au contraire, la pièce extérieure est une *noue*, tandis que les pièces courbes sont taillées de manière à former à l'intérieur un angle saillant qui a pour arête l'ellipse *xy*, résultant de la rencontre des berceaux B et C.

416. Il résulte évidemment de la combinaison des trois berceaux, que la ferme projetée (*fig.* 38) est absolument semblable à la partie supprimée de la *fig.* 26, et que cette dernière portion de ferme est semblable à la partie supprimée de la ferme projetée sur la *fig.* 38; de sorte que si l'on réunissait les deux *fig.* 26 et 38 en faisant faire à l'une d'elles une demi-révolution autour de l'axe du poinçon, on aurait l'une des deux fermes arêtières, suivant lesquels se rencontrent les trois berceaux A, B et C (*fig.* 30).

417. Les principes pour la construction des pannes et tasseaux de la ferme droite ayant été étudiés dans la première partie de cet ouvrage, nous ne parlerons ici que des pièces courbes des deux fermes arêtières.

Ferme de la figure 26.

418. Les *fig.* 2 et 1 sont, à compter du plan de naissance, les deux premières pièces courbes de la ferme projetée (*fig.* 26).

419. La pièce H′, représentée en perspective par la *fig.* 2, est projetée suivant deux faces différentes sur les *fig.* 7 et 8.

Le quadrilatère (*fig.* 6) détermine les dimensions rectangulaires du plus petit parallélipipède capable de contenir la pièce dont il s'agit.

Le plus petit côté de ce rectangle est égal à l'épaisseur de la ferme projetée sur la *fig.* 30, et le plus grand côté du rectangle (*fig.* 6) est égal à la distance du point 1 à la corde 2—3 (*fig.* 26).

420. La *fig.* 1 est la perspective d'une partie de la jambe de force D′, qui est projetée sur les *fig.* 26 et 3.

Les dimensions rectangulaires du plus petit parallélipipède, capable de contenir cette pièce, sont déterminées par la *fig.* 4.

L'une de ces dimensions exprime l'épaisseur de la ferme, et la seconde dimension doit être égale à la distance de la droite 4—5 à la corde 3—6 qui lui est parallèle (*fig.* 26).

La corde 3—6 doit être une partie de la droite qui joindrait les points 7 et 8.

421. La pièce F′ de la *fig.* 26 est projetée (*fig.* 27 et 28) sur deux plans parallèles à sa face extérieure.

La même pièce est représentée en perspective sur la *fig.* 9, et les dimensions du parallélipipède capable sont déterminées par le rectangle de la *fig.* 29, dont un côté

exprime l'épaisseur de la ferme, et l'autre côté est égal à la distance des deux droites parallèles 9—10, 6—11 (*fig.* 26).

Enfin, l'entrait E' projeté (*fig.* 24) pourra être déduit d'un prisme rectangulaire dont les dimensions seront déterminées par le rectangle de la *fig.* 25.

L'un des côtés de ce rectangle est égal à l'épaisseur de la ferme, et le second côté est la distance des deux droites parallèles 12—13, 11—14 (*fig.* 26).

Tous les points de la *fig.* 26 seront déduits de la *fig.* 30, en prenant les hauteurs des points correspondants de la *fig.* 16. On peut tracer les ellipses par leurs axes en opérant comme nous avons dit au n° 361.

422. Quant aux projections 7, 8, 3, 27, 28 et 24, elles ne présentent aucune difficulté; les longueurs seront déduites de la *fig.* 26 et les épaisseurs de la *fig.* 30.

423. Les fermes arêtières ayant plus d'ouverture ou de *portée* que les fermes de long pan, il s'ensuit que toutes leurs pièces sont plus allongées dans le sens horizontal, c'est pourquoi il convient d'augmenter proportionnellement les épaisseurs de ces pièces; mais on facilitera le tracé des épures en faisant principalement cette augmentation en dessous, de manière par exemple que les faces supérieures des pièces horizontales des *fig.* 16, 26 et 38 soient à la même hauteur dans les trois fermes.

424. L'espace compris entre les fermes sera rempli, comme on le voit (*fig.* 44), par des chevrons courbes, assemblées par tenons et mortaises dans les liernes horizontales GL.

425. Les faces d'assemblages de ces liernes avec les pièces courbes de la ferme de long pan (*fig.* 16) seront

des rectangles, tandis que les figures d'assemblage avec les pièces correspondantes de la ferme projetée sur la *fig.* 26, seront des parallélogrammes, que l'on obtiendra facilement en déterminant les points suivant lesquels les arêtes des liernes projetées (*fig.* 30) traversent le plan vertical qui a pour trace la droite *rs*.

426. Les côtés des faces d'assemblage des liernes avec les faces verticales de la ferme projetée (*fig.* 26) peuvent être vérifiés d'une manière très-simple.

En effet, le plan 17—15 qui contient la face inférieure de la lierne *g* (*fig.* 16) étant prolongé jusqu'à sa rencontre avec le plan horizontal de naissance, on aura pour la rencontre de ces deux plans une droite 15—16 parallèle au berceau A.

L'intersection de la droite 15—16 avec le plan vertical *rs* donne un point 16 qui, projeté en 16′ sur la *fig.* 26, déterminera la droite 16′—17′ pour l'intersection de la face inférieure de la lierne *g*′ avec la face latérale de la ferme arêtière.

On pourra opérer de même pour toutes les liernes ainsi que pour les pannes qui supportent les chevrons droits du comble.

427. Pour tailler l'angle rentrant des pièces courbes de la ferme qui nous occupe, on pourra opérer de la manière suivante,

Supposons, par exemple, que l'on veut tailler la jambe de force dont la partie courbe, seulement, est représentée en perspective sur la *fig.* 5.

On tracera sur les faces latérales du solide, déterminé par la *fig.* 4, les deux courbes 3—6 projetées en vrai grandeur sur la *fig.* 26, et l'on prendra ces lignes pour directrices d'une surface cylindrique que l'on taillera en

faisant mouvoir une règle parallèlement à la droite 6—6 (*fig.* 5).

On taillera ensuite l'angle rentrant, de manière que l'on puisse y appliquer comme on le voit l'angle droit d'une équerre.

Mais il faudra bien se rappeler ce que nous avons dit plus haut (374), que le plan de l'équerre ne doit pas être perpendiculaire à la direction de la courbe.

Il faut à chaque instant que ce plan soit parallèle au plan horizontal 2—16′ (*fig.* 26). Pour cela, on pourra tracer sur l'épure un certain nombre de lignes horizontales telles que *mn*, ces droites couperont les deux lignes 4—5 et 3—6 suivant des points que l'on reportera sur les lignes correspondantes de la *fig.* 5.

Ces points serviront à diriger à chaque instant la position d'une règle, au moyen de laquelle on pourra maintenir l'équerre génératrice dans une position constamment parallèle au plan 2—16′ de la *fig.* 26.

On opérera de la même manière pour tailler l'angle rentrant de la pièce F′, qui est représentée en perspective sur la *fig.* 9.

Ferme de la figure 38.

428. Tout ce que nous venons de dire pour la ferme qui est projetée (*fig.* 26) est applicable à la ferme de la *fig.* 38, à l'exception des angles saillants des pièces courbes.

Pour tailler ces angles, on emploiera l'équerre ou biveau (*fig.* 45 et 34) au lieu de l'équerre qui est représentée (*fig.* 43).

Il faudra, comme ci-dessus, tracer sur l'épure (*fig.* 38) des horizontales telles que *zk*. Ces droites couperont les

lignes 18—19, x—20, suivant des points qui, reportés sur les lignes correspondantes de la *fig.* 34, permettront de placer comme sur la *fig.* 5 une règle dont la direction servira à maintenir l'équerre génératrice dans une position constamment parallèle au plan x—21 de la *fig.* 38. La pièce représentée (*fig.* 34) est dessinée dans une autre position (*fig.* 22).

La *fig.* 23 est une partie de la jambe de force, et la *fig.* 21 représente l'aisselier.

CHAPITRE II.

CONDITIONS DE STABILITÉ DES COMBLES DROITS ET DES BERCEAUX CYLINDRIQUES.

429. Nous avons vu (331) que les lois de la pesanteur tendent constamment à déformer le cintre des berceaux cylindriques ; et, quelle que soit la perfection des assemblages, on ne peut empêcher cet effet qu'en inscrivant (*fig.* 16) ou en circonscrivant au comble dont il s'agit (*fig.* 14) une ferme en bois droits assez solide pour s'opposer à la déformation de la courbe qui forme le cintre du berceau.

430. Il résulte de là que les bois courbes qui entrent dans la composition des combles ne doivent être considérés que comme des revêtements destinés à orner ou à régulariser les surfaces des voûtes, et qu'on ne doit compter que sur la force des bois droits, ou au moins (*fig.* 17) sur la partie M des pièces courbes dont les fibres n'auront pas été tranchées. C'est pourquoi nous allons d'abord étudier les conditions qui se rapportent à la stabilité des fermes droites.

431. Concevons (*fig.* 4, *pl.* 33—A) deux arbalétriers AB, AC assemblés au point A, autour duquel ils peuvent tourner librement, leurs pieds B et C pouvant glisser sur le plan horizontal qui forme la face supérieure des murs M, et supposons, pour plus de simplicité, que ces deux arbalétriers soient chargés également dans toute leur longueur. Le poids qui agit sur l'un d'eux sera exprimé par la force verticale F appliquée au point O, milieu de AB.

Cette force sera décomposée en deux forces parallèles F_1 F_2 égales chacune à $\frac{1}{2}$ F et appliquées aux extrémités de l'arbalétrier AB.

La force verticale F qui agit sur le second arbalétrier AC, se décompose également en deux forces F_1 F_2 égales à $\frac{1}{2}$ F appliquées aux points A et C.

Les forces F_1 agiront sur les murs par lesquels elles seront détruites, de sorte qu'il ne restera plus au point A que les deux forces F_2 égales chacune à la moitié de F qui formeront la résultante verticale $2F_2$ égale à F et agissant suivant l'axe du poinçon. Cette dernière force pourra être remplacée par les deux composantes F_3 appliquées au point A et agissant parallèlement aux fibres des deux arbalétriers.

L'une de ces forces F_3 transportée au point B, deviendra F_4 et aura pour composantes la verticale F_5 détruite par le mur, et l'horizontale F_6 qui exprime la poussée au vide que l'on ne peut détruire que par le tirant ou par des contre-forts placés à l'extérieur du bâtiment.

432. Cette dernière force F_6 peut être exprimée par une formule très-simple. En effet, le triangle rectangle BF_6F_4 donne $BF_6 = F_6F_4$ *tang.* BF_4F_6 mais l'angle $BF_4F_6 = BAD$. De plus, la distance F_6F_4 égale la force F_2 du point A; par conséquent, on aura BF_6 ou simplement

$$F_6 = F_2 \text{ } tang. \text{ BAD}.$$

433. C'est-à-dire que la force qui *tend à faire glisser le pied de chaque arbalétrier est égal à la composante* F_2 *multipliée par la tangente de l'angle que l'arbalétrier fait avec la verticale du sommet*. La force $F_1 = F_1 + F_2$ est égale à F et représente la pression qui agit verticalement sur le mur.

434. Pour obtenir la formule précédente, nous avons supposé que l'arbalétrier était inflexible, ce qui n'aurait pas lieu si cette pièce était isolée comme nous l'avons supposé d'abord. En effet, en exprimant par F (*fig.* 1) la résultante de toutes les forces verticales qui agissent sur la demi-ferme, il est évident que cette force peut être remplacée par les deux composantes F_1 et F_2 La première, parallèle à la direction de l'arbalétrier, tend à comprimer les fibres, et la seconde F_2 perpendiculaire sur AB détermine la flexion.

Mais cette force F_2 est en grande partie détruite par la résistance de l'arbalétrier ; résistance qui dépend de l'équarissage de cette pièce, et surtout de sa dimension dans le sens de F_2 de sorte que, si l'on exprime par F_3 la résistance que la pièce oppose à la flexion, la force qui reste à détruire ne sera plus égale qu'à $F_2 - F_3$ mais la force de résistance F_3 peut elle-même être augmentée considérablement en diminuant la longueur de la pièce, ou, ce qui revient au même, en rapprochant les points d'appui, et, dans la pratique, on parvient facilement à éviter toute flexion par l'addition des contre-fiches, jambes de force ou *entraits*.

435. La formule que nous venons d'obtenir est conforme à celle que M. Arthur Morin a donnée, dans l'ouvrage qu'il vient de publier récemment, sur la résistance des matériaux. Ainsi, en exprimant par T la

traction horizontale du tirant, il trouve

$$T = \frac{p\,CC'}{2h}$$

C étant la longueur de l'arbalétrier, et p le poids qui est supporté par un mètre courant de cette pièce ; de sorte que pC est le poids total qui agit sur chacun des arbalétriers ; C′ est la demi-longueur du tirant, et h la hauteur du sommet de la ferme au-dessus du tirant, d'où

$$\frac{C'}{h} = \textit{tang}.\ \mathrm{BAD};$$

mais p C est le poids que nous avions précédemment nommé $F = 2F_2$ de sorte qu'en résumant on a

$$T = \frac{pCC'}{2h}$$

$$pC = 2F_2$$

$$\frac{C'}{h} = \textit{tang}.\ \mathrm{BAD};$$

puis, faisant le produit de ces équations et réduisant, on aura, comme au n° 432,

$$T = F = F_2\ \textit{tang}.\ \mathrm{BAD}.$$

436. Ce résultat ne s'accorde pas avec la formule donnée par M. Emy, dans son traité de charpente.

En exprimant par P le poids que j'ai nommé F, et par R la traction horizontale du tirant, il obtient

$$R = \frac{P\ \textit{cos}.\ \mathrm{ABD}}{\textit{sin}.\ \mathrm{ABD}} = \frac{P\ \textit{sin}.\ \mathrm{BAD}}{\textit{cos}.\ \mathrm{BAD}} =$$

$$= P\ \textit{tang}.\ \mathrm{BAD} = F\ \textit{tang}.\ \mathrm{BAD} = 2F_2\ \textit{tang}.\ \mathrm{BAD},$$

ce qui donnerait le double du résultat qui proviendrait de la formule du n° 432 et de celle de M. Morin.

L'erreur commise ici par M. Emy vient de ce qu'en composant suivant l'axe du poinçon, la *somme totale* 2 F

des poids qui agissent sur les deux arbalétriers, il oublie que l'une des composantes F_1 égale à la moitié de F agit directement sur le mur, tandis que F_2 appliquée au sommet A de la ferme, est la seule partie de F qui agit sur le tirant par l'intermédiaire de l'arbalétrier; de sorte que la force verticale $2F_2$ appliquée au point A, n'est égale qu'à la moitié de 2F, poids total du comble, au lieu d'être égale à ce poids tout entier, comme l'a supposé M. Emy.

437. En jetant un coup d'œil sur la *fig.* 2, où l'on suppose que le poids 2F est distribué uniformément suivant la longueur des arbalétriers AB, AC, il est facile de voir que chacun des murs portera un poids égal à $\frac{1}{2}$F, et que par conséquent il ne restera plus qu'une force F appliquée au sommet A de la ferme.

438. Cela est encore évident sur la *fig.* 3, où les arbalétriers sont remplacés par les deux poutres horizontales AB, AC.

439. Les formules données aux n°s 432 et 435 ont d'ailleurs été vérifiées de la manière suivante : M. Morin a fait disposer, *fig.* 12, deux arbalétriers AB, AC, pouvant tourner librement autour du point A. Les pieds B et C, reliés par deux demi-tirants, accrochés à un dinamomètre D, étaient posés sur des sablières rendues très-mobiles par les galets sur lesquels elles pouvaient rouler facilement.

Enfin, des caisses placées au-dessus des arbalétriers ont reçu un certain nombre de balles de fer, dont le poids agissait comme aurait pu le faire la couverture d'un comble.

En faisant varier le nombre des balles distribuées uniformement dans les caisses, M. Morin a pu déterminer

dans chaque cas, quelle était la traction horizontale indiquée par le dinamomètre.

Les résultats ainsi obtenus par l'expérience ont été entièrement conformes aux nombres calculés par la formule.

440. Il est à regretter que M. Morin n'ait pas cru devoir rechercher ce qui serait arrivé si, au lieu de distribuer les poids uniformement sur les arbalétriers, il avait accumulé une certaine quantité de force sur quelques points déterminés de leurs longueurs. En effet,

441. Les formules des n°s 432 et 435 ne sont pas tout à fait conformes à ce qui a lieu ordinairement, parce que l'on a supposé, pour obtenir ces formules, que le poids des charpentes et de la couverture était également réparti sur la longueur des arbalétriers, ce qui n'a presque jamais lieu dans la pratique. Souvent les pièces de bois d'une ferme sont plus nombreuses dans le voisinage des murs que vers le poinçon. D'autres fois, au contraire, et surtout lorsqu'il y a une lanterne, c'est la partie supérieure de la ferme qui est le plus chargée; et, dans ce cas, le point d'application de la résultante peut être assez loin du milieu de l'arbalétrier. Alors les deux composantes verticales des points A et B ne seront plus égales entre elles, et l'on devra opérer de la manière suivante :

442. *Première méthode.* Supposons (*fig.* 5) que la verticale F soit la résultante de toutes les forces qui agissent sur l'arbalétrier A B, on décomposera F suivant les deux forces parallèles F_1 et F_2 qui sont entre elles comme OA : OB (*statique*).

Le poids F_3=F qui agit sur le second arbalétrier sera décomposé de la même manière, ce qui donnera une seconde force F_2 appliquée au point A.

Les deux forces F_2 du point A se composeront en une seule force $2F_2$ qui aura pour composantes les deux forces F_3 F_3 agissant suivant la direction des arbalétriers. L'une des forces F_3 transportée au point B, deviendra F_4 dont les composantes seront la verticale F_5 détruite par le mur, et l'horizontale F_6 qui exprime par conséquent la poussée au vide, agissant par traction sur le pied du tirant.

443. Cette dernière force F_6 sera encore exprimée par la formule

(1) $$F_6 = F_2 \, tang. \, BAD,$$

que nous avons donnée plus haut (432).

Mais on doit avoir la proportion

$$F_2 : F = BO : AB, \qquad \text{d'où}$$

(2) $$F_2 = \frac{BO}{AB} . F, \quad \text{et multipliant (1) par (2)}$$

$$F_6 = \frac{BO}{AB} . F . tang. \, BAD.$$

444. La force F_5 composante de F_4 étant ajoutée avec F_1 composante de F, on aura, comme précédemment, F_7 égale à F pour l'expression du poids qui agit verticalement sur le mur.

445. *Deuxième méthode.* La force F_8 égale à F étant la résultante de tous des poids qui agissent sur l'arbalétrier AC, on concevra les deux forces verticales F_{10} et F_{11} égales, et parallèles à la force F_8 que l'on peut transporter en F_9 L'introduction des nouvelles forces F_{10} et F_{11} ne changera rien, et tout se réduira aux trois forces : F_9 F_{10} et F_{11} la dernière F_{11} égale à F_8 exprime la pression sur le mur, et les deux autres, F_9 et F_{10} forment un couple, agissant sur le bras de levier CV, que l'on peut amener dans la position

verticale CN en lui faisait faire un quart de révolution autour d'un point C.

Par suite de ce mouvement, la force F_{10} prend la position horizontale F_{13} et la force verticale F_9 devient F_{12} Les forces horizontales F_{13} et F_{12} ou, ce qui est la même chose, F_{13} et F_{14} expriment la poussée horizontale qui aurait lieu aux points S et C si l'arbalétrier avait pour longueur la distance CS de ces deux points; mais il n'en est pas ainsi, et l'arbalétrier étant terminé au point A, il faut remplacer le couple des deux forces F_{12} et F_{13} par un autre couple, dont le bras de levier CH serait égal à la hauteur DA du comble, ce qui revient à déterminer les deux forces égales F_{15} et F_{12} en rapport inverse des droites CH et CN.

Pour satisfaire à cette condition :

1° On fera CI égale à F_{12}

2° On tracera la droite HI;

3° On tracera NK parallèle à HI, et la droite CK sera l'expression graphique de chacune des deux forces égales F_{15} et F_{16} dont l'ensemble remplace le couple des deux forces F_{12} et F_{13}

En effet, par suite du parallélisme des deux droites NK et HI, on aura

$$CI : CK = CH : CN$$

ou

$$F_{12} : F_{15} = CH : CN.$$

446. Ainsi, la force horizontale F_{15} et par conséquent F_{16} exprime la poussée au vide au pied C de l'arbalétrier AC, et la force F_{17} égale à F_{15} exprime la force qui, au point A, pousse horizontalement l'arbalétrier AB.

447. La force horizontale F_{17} a pour composantes les deux forces F_{18} et F_8

La première, qui agit de bas en haut, empêche l'arba-

létrier AB de tomber, et la force F_3 devient F_4 qui se décompose comme nous l'avons dit plus haut (442).

448. La proportion $F_{12} : F_{16} = CH : CN$ donne $CH \times F_{16} = CN \times F^{12}$ que l'on peut remplacer par

(1) $DA \times F_{16} = CV \times F_8$

Mais on a $CV = CU \, sin. \, CUV$, ou

(2) $CV = BO \, sin. \, BAD.$

On a de plus $DA = AC \, cos. \, CAD$, d'où

(3) $AB \, . \, cos. \, BAD = DA.$

Multipliant les équations (1) (2) et (3), puis réduisant, on obtient

$$AB \, . \, cos. \, BAD \, . \, F_{16} = BO \, . \, sin. \, BAD \, . \, F_8 \quad \text{d'où}$$

$$F_{16} = \frac{BO}{AB} \cdot F_8 \, tang. \, BAD = \frac{BO}{AB} \cdot F \, tang. \, BAD$$

comme au n° 443.

449. L'équation (1) donne $F_{16} = \frac{CV \, . \, F_8}{DA}$.

Or, $CV \times F_8$ est le moment résultant de tous les poids par rapport à la verticale du point C. Ainsi :

Après avoir multiplié le poids de chacune des parties du comble par la distance de son centre de gravité à la verticale du point C, on fera la somme de tous les produits, ce qui donnera le moment total; et divisant le résultat ainsi obtenu par la hauteur du comble, on obtiendra l'expression de la poussée horizontale qui agit à chacune des extrémités de l'arbalétrier.

450. Lorsque la ferme sera très-chargée en bois, dans sa partie supérieure, *fig.* 6, la résultante se rapprochera du poinçon, et le bras de levier du couple résultant

augmentera; mais cela ne changera rien à ce que nous venons de dire, et, opérant comme ci-dessus, on obtiendra $F_7 = F_6 = F_8$ pour la poussée horizontale qui aurait lieu si l'arbalétrier se prolongeait jusqu'au point A, tandis que l'on obtiendrait $F_{10} = F_9 = F_{11}$ pour la poussée horizontale qui agirait au point B et au point E, si l'arbalétrier se terminait à ce point, car dans le cas où l'arbalétrier serait BA, il est évident que l'entrait n'aurait à résister qu'à la flexion (434).

451. Les mêmes raisonnements seront applicables au cas où il y aurait une lanterne. Ainsi, *fig.* 8, le produit $CV \times F_1$ étant le moment résultant, ou la somme des moments de toutes les parties du comble par rapport à la verticale du point C, on divisera ce nombre par CH, et le quotient $F_7 = F_8 = F_9$ exprimera la poussée horizontale au pied C de l'arbalétrier et au point E au-dessous du poteau EL de la lanterne.

452. Lorsque rien ne s'oppose à ce que l'on puisse employer un tirant, il est facile de détruire les deux forces horizontales qui tendent à écarter les pieds des arbalétriers; mais lorsque, pour dégager l'intérieur du bâtiment, on est forcé de supprimer le tirant, la difficulté devient beaucoup plus grande.

Les moyens employés pour atteindre ce but sont de plusieurs sortes; ainsi, on peut augmenter la résistance du mur par des contre-forts établis en charpente ou en maçonnerie au droit de chaque ferme.

453. Si l'on ne peut pas employer de contre-forts à l'extérieur, on peut diminuer la poussée en reliant les deux arbalétriers, *fig.* 9, par un tirant *aa*, placé au-dessus de l'espace vide que l'on veut réserver.

454. Cette pièce, s'opposant à l'ouverture de l'angle *aca*, empêchera les pieds des arbalétriers de s'écarter, mais alors le point *a* ayant à supporter la moitié du poids de la ferme supérieure sera exposé à la rupture, et l'on devra s'attacher à fortifier cette partie par des ferrures, ou plutôt par un aisselier *mn*, qui empêchera l'angle *man* de s'ouvrir.

455. La pièce *mn* serait surtout indispensable si l'arbalétrier était discontinu comme on le voit sur la ferme de la *fig.* 7, parce que, dans ce cas, le trapèze formé par l'entrait et par les deux arbalétriers inférieurs serait variable dans sa forme (*fig.* 15).

Dans les grands combles on établit vers les naissances (*fig.* 7, 10 et 14) des pans de bois dont la forme et la position constantes donnent à l'ensemble une grande solidité.

En effet (15), c'est par la décomposition en triangles des différentes parties d'un pan de bois, ou d'une ferme, que l'on parvient à combattre toutes les causes de déformation; et lorsque l'on ne peut pas établir ces triangles à l'intérieur d'une voûte, il faut les placer à l'extérieur.

456. En général, si par des points d'appui suffisamment rapprochés, on est parvenu à détruire l'élasticité, et par conséquent la flexion des grandes pièces; si, par la décomposition en triangles, on a rendu impossible la déformation des angles, on aura presque entièrement détruit la poussée sur les murs, ou du moins on aura réduit cette poussée à une limite inférieure aux résistances dont on pourra disposer.

457. Si l'on étudie la *fig.* 11, on comprendra facile-

ment les principes qui ont présidé à la composition de la ferme qui est projetée sur la *fig.* 7. En effet, nous avons vu au n° 432 que la force horizontale qui tend à faire glisser le pied de chaque arbéletrier a pour expression F_2 *tang.* BAD. Il est donc évident que, si l'on diminue l'angle au sommet de la ferme, on diminuera la poussée; par conséquent, si l'on remplaçait la ferme très-obtuse BAC par la ferme aiguë B'A'C', la poussée au vide, en supposant égalité de poids, serait diminuée dans le rapport des tangentes des deux angles BAD, B'A'D'.

Or, si l'on réunit les deux fermes, on aura diminué la poussée sans changer le poids, ni l'inclinaison de la couverture, qui sera toujours supportée par la ferme BAC.

458. Ainsi, on pourra considérer la *fig.* 7 comme composée de deux fermes superposées ou plutôt d'une seule ferme très-aiguë B'A'C', dans laquelle l'entrait serait formé par le tirant BC de la ferme obtuse BAC qui soutient la couverture.

Il est évident alors que, si l'on parvient à lier d'une manière invariable toutes les pièces de ces deux fermes, on pourra sans inconvénient supprimer les parties supérieures A'K, A'H des arbalétriers de la ferme aiguë.

459. On voit que toute la solidité dépendra surtout de la liaison plus ou moins parfaite de toutes les pièces qui composent les parties latérales KUB', HVC', et cette liaison serait encore plus intime si les jambes de force B'E, C'F étaient remplacées par des moises, prolongées comme on peut le voir *fig.* 10 et 13, jusqu'à la surface supérieure du comble.

460. La poussée au vide exprimée par la force horizon-

tale F (*fig.* 13) se compose avec F_1 qui est égal au poids de la moitié du comble, et la résultante de ces deux forces est F_2 or, si l'on augmente la composante F_1 jusqu'à ce qu'elle devienne F_3 la résultante F_4 se rapprochera de la verticale, de manière à percer le sol en un point situé entre les plans verticaux P_1 et P_2 d'où il résulte qu'en chargeant les pieds des arbalétriers on augmentera la stabilité. Ainsi, dans une grande ferme, on pourra remplir de maçonnerie les triangles I des figures 13 et 7.

461. Ce moyen est analogue à celui que l'on emploie dans la construction d'un berceau cylindrique en pierres, et les poids dont on chargerait les murs dans le cas actuel remplaceraient évidemment les culées M ou *tas de charge*, *fig.* 18, destinés à combattre la poussée des grandes arches.

CHAPITRE III.

COMBLES CONIQUES ET SPHÉRIQUES.

462. Dans les combles coniques et sphériques (*fig.* 4 et 23, *pl.* 34), le tirant peut être remplacé par la couronne ou sablière formée par les pièces dans lesquels sont assemblés les pieds des arbalétriers de toutes les fermes qui composent la voûte.

463. En effet, supposons que la figure 13 soit la sablière destinée à recevoir les pieds des arbalétriers d'un comble conique, et nommons F chacune des forces qui tendent à écarter les pieds de ces arbalétriers, que nous supposerons ici au nombre de 8.

Il est évident que toutes ces forces, égales entre elles, passeront par le centre de la couronne formée par les sablières, que leur résultante sera égale à zéro; et que, s'il n'y a pas de rupture dans la couronne, aucune déformation ne sera possible.

464. Dans les combles coniques ou sphériques, on ne peut pas mettre un entrait à chaque ferme, puisque l'on ne pourrait faire croiser ces pièces au centre de la voûte, qu'en les plaçant à des hauteurs différentes.

Dans ce cas (*fig.* 5), on fera l'un des entraits *da* d'une seule pièce, dans laquelle on assemblera par tenons et mortaises, les deux demi-entraits des fermes *c*, *c*; ou bien, les deux entraits *da*, *cc*, seront entaillés à mi-bois, et les entraits des autres fermes seront assemblés dans les quatre goussets *u*, *u*, *u*, *u*.

465. On peut encore se contenter, pour chaque ferme, d'un demi-entrait *m*, qui serait assemblé, comme on le voit, sur la figure 5 de la planche actuelle, dans un cercle plein ou dans une couronne de petite dimension, qui serait placée au centre de la voûte.

466. Mais lorsque l'on veut dégager entièrement l'intérieur du monument (*fig.* 14), on remplace tous les entraits par une seconde couronne *vv*, de sorte que le comble serait composé du cône *svv*, que l'on aurait placé au-dessus du tronc de cône *vvuu*. Mais, par suite de la facilité que l'on a de se procurer des bois droits d'une grande longueur, on préfère employer pour les combles coniques des arbalétriers d'une seule pièce, et former la couronne *vv*, qui remplace l'entrait, par une suite de liernes courbes *m* et *n* assemblées par tenons et mortaises dans les arbalétriers, dont elles empêcheront en

même temps la flexion dans le sens vertical, et l'écartement ou le rapprochement latéral.

467. Cette méthode, cependant, ne peut pas s'appliquer (*fig.* 23) aux fermes des combles sphériques formant coupoles à l'intérieur.

En effet, dans ces sortes de combles, on ne pourrait souvent donner une longueur convenable aux arbalétriers et chevrons, qu'en tranchant leurs fibres, ce qui leur ferait perdre une grande partie de leur force, et dans ce cas, on conçoit qu'il sera préférable de remplacer les entraits par une suite de liernes dont les bois, aussi courts que l'on voudra, seront très-peu tranchés et pourront toujours être liés par des ferrures, de manière à former une couronne parfaitement circulaire et invariable, par suite de l'égalité des pressions qui agiront sur tous les points de la circonférence.

468. Ce que nous venons de dire pour les combles coniques et sphériques, peut s'appliquer encore mieux aux combles destinés à couvrir des enceintes prismatiques.

En effet, les couronnes par lesquelles on remplacera les tirans et les entraits seront des polygones, dont les côtés, composés de bois droits, conserveront toute la force résultant de leur équarissage.

Dans ce cas, il faudra surtout étudier avec le plus grand soin la manière d'assembler les sablières. Cette question nous occupera plus tard.

Courbes planes, cylindriques, coniques et sphériques.

469. Les courbes que nous avons étudiées aux n°s 358, 389 et 412, provenaient de la rencontre de deux berceaux

cylindriques égaux en hauteur, mais souvent les courbes planes résultent de la section d'une surface courbe par un plan.

470. Or pour obtenir l'intersection d'une surface par un plan, il suffit de déterminer les points suivant lesquels ce plan coupe un certain nombre de lignes tracées sur la surface, et il ne reste plus dans chaque cas particulier, qu'à choisir les lignes les plus faciles à tracer, ce qui devient toujours très-simple lorsque l'on emploie de préférence un plan de projection perpendiculaire au plan coupant.

Les exemples qui suivent éclairciront ce qui précède.

Sections cylindriques.

471. Supposons qu'il s'agisse de construire les courbes suivant lesquelles le pan de bois incliné d'un comble est percé par un tuyau vertical et circulaire.

On disposera l'épure comme on le voit sur la *fig.* 2 de la *pl.* 34. La partie de la projection verticale qui est marquée par des hachures représente la coupe du mur et des pièces de charpente par un plan *pq*, parallèle au plan vertical de projection.

Les hachures plus foncées indiquent la sablière *a*, la panne *m*, et les pièces courbes de la pénétration.

Ces pièces, au nombre de quatre, sont assemblées par tenons et mortaises, comme on peut le voir par la *fig.* 1, sur laquelle deux de ces pièces sont représentées en perspective.

Les deux pièces horizontales *u*, dont la coupe est indiquée sur la *fig.* 2 par des hachures plus foncées, sont assemblées dans les deux chevrons *c*.

Et les pièces latérales *n*, assemblées dans les pièces *u*, complètent le contour de la pénétration.

472. Pour tracer les courbes et déterminer exactement la place que chacune d'elles doit occuper sur les différentes faces du solide qui doit contenir la pièce demandée, on construira la *fig.* 8 qui est une projection sur un plan *bd*, parallèle au pan de bois qui forme le comble.

Pour construire cette figure, on a supposé que chaque point était projeté sur le plan *vs*, et qu'après avoir fait avancer ce plan parallèlement à lui-même, jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position *bd*, on l'avait rabattu sur le plan horizontal de projection, en le faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point *d*.

473. Les courbes résultant de la pénétration proposée sont deux ellipses, mais le cylindre qui contient ces deux lignes étant circulaire et vertical, il s'ensuit qu'elles ont une projection horizontale commune qui se confond avec la trace circulaire du cylindre.

Ces mêmes courbes projetées, sur la *fig.* 8, seront deux ellipses que l'on peut construire facilement au moyen de leurs axes.

Le grand axe de l'ellipse qui est située dans le plan du lattis extérieur du comble est la droite 1—2 (*fig.* 8) égale à 1—2 de la *fig.* 2, et le second axe 3—4 de la *fig.* 8 est égal au diamètre du cylindre donné.

Les axes de la seconde ellipse sont égaux à ceux de la première et ne diffèrent que par leur position.

474. Au lieu de construire ces deux ellipses par leurs axes, on peut déterminer séparément chacun de leurs points.

Ainsi, par exemple, le point *oo'* étant déterminé par

ses deux projections (*fig.* 2), on projettera ce point sur le plan *vs* par la perpendiculaire $o'o''$; on tracera l'horizontale $o''o'''$, ce qui donnera o''' pour la position du point oo' dans le plan *bd;* on rabattra le point o''' en o^{IV}, et la perpendiculaire $o^{\text{IV}}o^{\text{V}}$ déterminera le point o^{V} sur la droite oo^{V}, menée par le point *o* parallèlement au plan vertical de projection.

On peut opérer de la même manière pour déterminer les centres des deux ellipses et les extrémités de leurs axes.

475. Les dimensions des solides capables de contenir les pièces courbes pourront être déterminées par les deux projections de la *fig.* 2.

En effet, les rectangles 2—5—6—7, 8—9—10—11, feront connaître les dimensions des deux traverses dont les longueurs seront données par leurs projections horizontales. La longueur des montants latéraux sera déterminée par la *fig.* 2, qui fera connaître aussi l'épaisseur de ces deux pièces, tandis que leur largeur se déduira de leur projection horizontale ou de leur projection sur la *fig.* 8.

Les faces d'assemblage des traverses horizontales avec les deux chevrons sont déterminées sur la *fig.* 2.

476. Pour tailler les surfaces cylindriques, on tracera les courbes *ac*, *a'c'*, *au*, *a'u'* (*fig.* 1), et l'on marquera sur ces courbes un certain nombre de points de repères, déterminés sur la *fig.* 2 par des droites génératrices du cylindre vertical, et rabattus ensuite sur la *fig.* 8.

Ces points n'ont pas été conservés ici pour ne pas embarrasser la figure ; mais le lecteur qui doit exécuter toutes ces études sur une plus grande échelle fera bien de conserver toutes les lignes d'opération.

Deuxième exemple de section cylindrique.

477. Pour deuxième exemple de section cylindrique, nous supposerons qu'un berceau horizontal cintré en dehors comme cela est indiqué par l'une des fermes rabattue (*fig.* 20), rencontre un comble plat dont l'inclinaison est déterminée par l'angle *acc'* (*fig.* 19).

La droite *ac* étant la trace du plan incliné qui forme le lattis du comble plan, on construira d'abord les deux projections du berceau cylindrique, et l'on déterminera l'épaisseur du *noulet* ou ferme inclinée destinée à recevoir les chevrons empanons du berceau circulaire (261).

Les arêtes des pièces courbes formant les branches du noulet seront des ellipses, que l'on pourra construire, soit par la méthode indiquée au n° 361, soit en déduisant chaque point de ses projections sur les *fig.* 19 et 20.

Ce qu'il y a de mieux à faire dans tous les cas, c'est d'employer les deux méthodes, afin que l'une d'elles puisse servir à vérifier l'autre.

Quand tous les points de la *fig.* 19 seront déterminés en projection horizontale, on construira la *fig.* 21, qui est une projection sur le plan *ac*.

On suppose ici que les points essentiels de toutes les pièces du noulet ont été projetés par des perpendiculaires abaissées de chaque point sur le plan *ac*, et qu'après avoir fait avancer ce plan parallèlement à lui-même jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position *a'c'*, on l'a rabattu sur le plan horizontal de projection en le faisant tourner autour de sa trace horizontale.

Lorsque toutes les courbes qui forment les arêtes des branches du noulet auront été obtenues sur la *fig.* 21 dans leur véritable grandeur, il sera facile de reporter chacune de ces courbes sur la face correspondante du solide qui doit

contenir la pièce demandée, après quoi on taillera les surfaces cylindriques intérieures et extérieures.

478. Pour ne pas augmenter outre mesure le nombre des planches de l'atlas, j'ai dessiné ces figures sur une très-petite échelle; cela suffit au surplus pour faire comprendre la disposition de l'épure, ce qui est le plus important; mais je répéterai ici ce que j'ai déjà dit ailleurs, que chacune de ces questions doit être étudiée sur une très-grande dimension si l'on veut se rendre un compte bien exact de la position de chaque point, et vérifier la direction des lignes principales.

Troisième exemple de section cylindrique.

479. Le berceau qui vient d'être pris pour exemple était cintré en dehors, mais il est évident que les moyens d'opérer seraient les mêmes, si le berceau était cintré à l'intérieur (410).

Les *fig.* 26, 27 et 28 indiquent suffisamment la disposition d'épure qui devra être adoptée dans ce cas.

La *fig.* 28 étant l'une des fermes verticales du berceau, on en déduira facilement les deux projections verticale et horizontale, et les pièces de la ferme couchée sur le grand comble seront alors déterminées.

On projettera tous les points de cette dernière ferme sur le plan *ac* que l'on amènera d'abord dans la position *a'c'*, et que l'on rabattra ensuite sur l'épure en le faisant tourner autour de sa trace horizontale.

Noulets sphériques.

480. Les *fig.* 22, 23, 24 et 25 contiennent les projections et le rabattement de deux noulets sphériques.

L'un de ces noulets est vertical et l'autre incliné. Deux des faces du noulet vertical coïncident avec les surfaces sphériques de la voûte principale.

La troisième face est formée par le plan vertical *ac*, que l'on peut considérer comme la face d'un mur contre lequel la voûte sphérique serait appuyée ; la quatrième est un cône dont le sommet coïncide avec le centre de la sphère.

481. La face sphérique du noulet a si peu d'étendue, que l'on peut toujours, dans la pratique, la tailler comme un cône qui aurait pour génératrice la corde de l'arc générateur *vu* (*fig.* 15) ; mais si l'on voulait avoir égard à la courbure, on remplacerait la règle par une cerce *co*, découpée sur le rayon de la voûte sphérique.

482. Le noulet incliné, rabattu (*fig.* 25), ne présente aucune difficulté à construire. Je ferai seulement remarquer que pour vérifier les directions des côtés des faces d'assemblage du noulet avec les chevrons de la voûte, on a construit sur la *fig.* 25 la projection de la petite ellipse suivant laquelle le plan qui contient la face supérieure du noulet couperait le cylindre auquel sont tangents tous les plans verticaux qui forment les faces latérales des chevrons.

Les intersections de tous ces plans par la face supérieure du noulet doivent être tangentes à cette ellipse, et cette condition doit également exister lorsque toutes ces lignes sont projetées (*fig.* 25).

Courbes et pénétrations coniques.

483. Avant d'étudier les courbes qui résultent de la section d'un cône par un plan, le lecteur fera bien de relire tout ce qui a été dit dans le chapitre III de l'introduc-

tion sur les courbes du deuxième degré ou *sections coniques*.

484. Pour première application de ces courbes, nous supposerons (*fig.* 6) que l'on veut construire une ouverture conique dans le pan de bois incliné d'un comble.

On disposera l'épure comme sur la *fig.* 2, c'est-à-dire que sur la *fig.* 6, le plan vertical de projection sera perpendiculaire au plan du comble donné.

Les courbes de pénétration du cône à travers les plans des deux lattis seront des *ellipses*, dont les projections horizontales et le rabattement se construiront en opérant comme nous l'avons dit aux n°s 115, 116 et 117 (*introd.*).

La lunette conique sera comme celle de la *fig.* 2, composée de quatre pièces de bois; savoir, deux traverses horizontales désignées sur la *fig.* 6 par des hachures plus foncées, et deux montants latéraux projetés en vraies grandeurs sur la *fig.* 12.

Pour construire cette figure on projettera tous les points essentiels sur le plan *rs*, que l'on amènera dans la position *bd* et que l'on rabattra en le faisant tourner autour de sa trace horizontale.

Les deux plans qui comprennent entre eux le pan de bois étant parallèles, il s'ensuit que les deux courbes de pénétration sont deux ellipses semblables; les centres de ces deux ellipses sont situés sur la droite 5—6, qui contient le sommet du cône et qui passe par le point 6, milieu de 3—4.

Le point 5, projeté en 5′, s'est avancé avec le plan *rs* jusqu'en 5″, d'où il a été rabattu en 5‴ sur la *fig.* 12.

Les grands axes des ellipses de la *fig.* 12 sont égaux aux droites 1—2, 3—4 de la *fig.* 6 et les petits axes peuvent être déterminés en opérant comme nous l'avons dit au n° 116 (*introd.*).

Les faces d'assemblage des quatre pièces de la lunette dont il s'agit ici, sont des plans verticaux passant par l'axe du cône.

Il résulte de là que les arêtes de joints sont des génératrices de la surface conique, c'est pourquoi les projections de ces lignes sur la *fig.* 12 doivent concourir en un point qui n'a pas été conservé ici, mais que l'on pourrait facilement rétablir en dehors du cadre en projetant le sommet du cône sur le plan *vs* (*fig.* 6).

485. On peut établir facilement un point de vérification pour la projection de chacune des arêtes de joint sur la *fig.* 12.

En effet, les pieds des quatre génératrices avec lesquelles coïncident ces arêtes se projetteront sur la *fig.* 6 par deux points *a*, *c*.

Ces points projetés sur le plan *vs* seront amenés en a', c' sur le plan *bd*, d'où on les rabattra sur la *fig.* 12.

On obtiendra ainsi les quatre points a'' et c'' qui, étant joints avec la projection du sommet sur le plan *vs* rabattu (*fig.* 12), détermineront les quatre arêtes de joint de la lunette.

486. Les faces extérieures des deux montants latéraux sont déversées; chacune d'elles est déterminée par l'arête située dans la face extérieure du comble et par une droite perpendiculaire à ce plan.

487. La *fig.* 7 représente la traverse supérieure et l'un des montants latéraux.

488. Pour tailler les surfaces coniques on tracera les courbes directrices dans les faces correspondantes des solides dont les dimensions seront déterminées par les *fig.* 6 et 12.

On projettera, sur les *fig.* 6 et 12, les points suivant

Toutes ces courbes ont été projetées sur le plan $b'u'$, que l'on a fait avancer jusqu'en $b''u''$ et que l'on a ensuite rabattu sur le plan horizontal de projection. Le sommet du cône extérieur, projeté sur le plan $b''u''$ et rabattu en s sur le plan horizontal de projection, est le centre des deux hyperboles 1 et 2, et le point v, projection du sommet du cône intérieur, est le centre des deux hyperboles 3 et 4.

491. Les droites s — 5 sont les asymptotes des hyperboles 1 et 2, et les droites v—6 sont les asymptotes des hyperboles 3 et 4.

492. Les quadrilatères marqués en hachures sur la *fig.* 9 sont les faces d'assemblage des chevrons du comble avec les pièces courbes du noulet.

493. La courbe entière se composera de plusieurs morceaux que l'on pourra tailler séparément.

Dans ce cas, on déterminera sur la *fig.* 9 les dimensions du parallélipipède $xyhk$ capable de contenir la pièce que l'on veut tailler; l'épaisseur de ce parallélipipède sera égale à la distance des deux plans parallèles bu, $b'u'$ entre lesquels le noulet doit être compris.

On tracera sur les faces de ce parallélipipède (*fig.* 16) les arcs d'hyperbole 1—1, 2—2, 3—3, 4—4, qui doivent servir de directrices aux deux surfaces coniques, et l'on marquera sur ces courbes les points de repères qui doivent diriger le mouvement de la règle génératrice.

Ces points seront déterminés en construisant sur la *fig.* 9 les projections des génératrices des cônes correspondants.

Les génératrices du cône intérieur seront dirigées vers le point v, tandis que les génératrices du cône extérieur doivent passer par le point s.

Noulet incliné.

494. Pour le noulet dont la projection est rabattue sur la *fig.* 11, on a supposé que le comble conique est appuyé sur un pan de bois parallèle à la génératrice *or* du cône (*fig.* 4); il résulte de là que les arêtes du noulet sont quatre paraboles que l'on pourra construire par l'un des moyens qui ont été indiqués aux n^es 120, 123 (*introd.*).

Le point *e* ou tout autre point étant déterminé par la méthode du n^d 120, on portera AB de A en C, ce qui déterminera la tangente C*e*.

La droite KF, perpendiculaire sur le milieu de C*e*, donnera le point F pour le foyer de la parabole 2—2.

Enfin, la distance AF étant reportée de A en D, la droite MN perpendiculaire sur BC sera la directrice.

Le foyer F et la directrice MN de la parabole 2—2 étant connus, on pourra construire cette courbe par le moyen indiqué au n^d 123 (*introd.*).

On trouvera de la même manière le foyer et la directrice pour chacune des trois autres courbes.

Les deux paraboles 1 et 2 proviennent de la section du cône extérieur par les plans *cd*, *c'd'* et les deux paraboles 3 et 4, résultent de la rencontre des mêmes plans avec le cône intérieur.

Tous les points situés dans le plan *cd* ont été projetés sur le plan *c'd'* que l'on a fait ensuite avancer jusqu'en *c''d''* avant de le rabattre sur le plan horizontal.

495. Les quadrilatères marqués avec des hachures sont les faces d'assemblages des chevrons ou arbalétriers du comble conique avec les courbes du noulet.

On peut vérifier la direction des côtés droits de ces quadrilatères en déterminant les points suivant lesquels

la trace horizontale du plan *cd* est coupée par les plans verticaux qui forment les faces latérales des chevrons de la voûte conique.

496. On remarquera que sur la *fig.* 11, les paraboles 1 et 2 se coupent en deux points et qu'il en est de même des paraboles 3 et 4.

La position exacte de ces points d'intersection peut être facilement vérifiée.

En effet, supposons (*fig.* 18) qu'un cône circulaire soit coupé par deux plans p et p' parallèles entre eux et parallèles à la génératrice sa.

Les courbes de section seront deux paraboles dont les projections sur un plan p'', parallèle aux plans p et p', se couperont en deux points n', n'; pour déterminer ces points on coupera le cône par un plan quelconque qy, perpendiculaire sur les plans p et p'. Cette nouvelle section sera une ellipse projetée sur le plan vertical par la droite ce.

Le point o, milieu de ce, sera le centre de l'ellipse et la droite so contiendra les centres de toutes les ellipses semblables suivant lesquelles le cône donné serait coupé par des plans parallèles au plan qy; et par conséquent perpendiculaires au plan p et p'.

La droite so percera les plans p et p' en deux points x et z.

Or, si par le point u, milieu de xz, on conçoit un plan $q'y'$, perpendiculaire au plan p et p', la section du cône par ce plan sera encore une ellipse $c'e'$, semblable à celle qui résulte de la section par le plan qy.

Les quatre points n, n, n, n suivant lesquels les deux paraboles 1—1, 2—2 rencontrent l'ellipse $c'e'$, seront à égale distance du centre u de cette ellipse. Ils seront donc situés sur deux droites perpendiculaires au plan p'' et

par conséquent leurs projections sur ce plan se réduiront aux deux points n', n'.

497. Les pièces courbes de la *fig.* 11 se tailleront comme celles de la *fig.* 9. Pour obtenir les points de repères sur les courbes du noulet, on construira sur cette figure les projections des deux sommets, ce qui permettra de tracer les projections des génératrices des deux cônes, et l'on marquera sur le bois les points suivant lesquels ces génératrices rencontreraient les paraboles de la *fig.* 11.

Nous avons supposé, dans les exemples qui précèdent, que des voûtes cylindriques, sphériques ou coniques se raccordaient avec la surface plane d'un comble, en pénétrant cette surface ou s'appuyant sur elle.

La *Pl.* 35 contient encore quelques combinaisons du même genre.

Noulet cylindrique.

498. Les *fig.* 3, 10, 9 et 11 contiennent les projections et les détails relatifs à la pénétration d'un comble à deux versants dans le pan de bois cylindrique d'une tour circulaire (*fig.* 2).

Les plans parallèles p et p' entre lesquels se trouve compris le pan de bois incliné qui forme le comble A, coupe les deux cylindres circulaires et concentriques qui comprennent entre eux le pan de bois de la tour C, suivant quatre ellipses dont les projections verticales sont les traces des plans p et p', et dont les projections horizontales se confondent avec les arcs de cercles, bases des deux cylindres formant les surfaces intérieure et extérieure du pan de bois circulaire.

499. Tous les points de la pièce de bois formant l'arête de pénétration de la tour et du comble A, ont été projetés sur le plan p'. Cette projection, rabattue (*fig.* 11), peut s'obtenir en faisant tourner le plan p' jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position horizontale p''.

500. On peut augmenter la force de la pièce courbe qui contient l'arête de pénétration de la tour et du pan de bois incliné B.

Pour cela on terminera cette pièce extérieurement par un plan vertical qui aurait pour trace la droite *ao* (*fig.* 10).

Par ce moyen, les fibres ne seront tranchées que du côté correspondant à la face cylindrique qui doit faire partie de la surface intérieure de la tour ronde. Ainsi, la surface latérale de la pièce dont il s'agit se composera d'une surface cylindrique et de trois faces planes, savoir, la face qui est formée par le plan vertical *ao* (*fig.* 10) et les deux faces situées dans les plans q et q' perpendiculaires au plan vertical de projection.

Tous les points de cette pièce ont été projetés sur le plan q' que l'on a fait tourner ensuite jusqu'à ce qu'il soit venu prendre la position horizontale q''. Cette opération a donné la *fig.* 9 pour la projection de la pièce sur le plan q'.

Deuxième noulet cylindrique.

501. Les *fig.* 15, 16, 17, 18, 19 et 20 contiennent les projections et détails des deux branches du noulet suivant lequel les pans de bois inclinés du comble à deux versants qui est projeté (*fig.* 19), viennent s'*appuyer* contre

la surface cylindrique d'un berceau cintré extérieurement (*fig.* 4).

Les plans inclinés formant les surfaces extérieure et intérieure du comble rencontrent le cylindre circulaire formant la surface d'extrados du berceau, suivant des ellipses qu'il sera facile de construire par points ou par leurs axes.

502. Pour le pan de bois A (*fig.* 19) on a supposé que la branche du noulet était comprise entre deux cylindres concentriques *ac*, *vu* (*fig.* 16), tandis que la courbe qui appartient au pan de bois B (*fig.* 19) serait terminée du côté du comble par un plan *zx*, perpendiculaire à la projection (*fig.* 17) et parallèle par conséquent à la direction du berceau cylindrique.

Il résulte de ce qui vient d'être dit, que la courbe qui fait partie du pan de bois A de la *fig.* 19 sera comprise entre les deux plans qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble, et les deux cylindres projetés sur la *fig.* 16 par leurs traces *ac* et *vu*, tandis que la courbe qui appartient au pan de bois B (*fig.* 19) n'aura d'autres faces courbes que celle qui coïncide avec la surface extérieure du berceau cylindrique, ce qui permettra comme précédemment de conserver dans toute leur longueur une partie des fibres de cette pièce.

503. La *fig.* 18 est la courbe du pan de bois A; tous les points de cette pièce ont été projetés sur le plan *p* que l'on a fait tourner autour de l'horizontale projetante du point *o*, jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position horizontale *p'*; et la *fig.* 20 est la courbe B, projetée sur le plan *q* que l'on a ensuite rabattu en *q'*, en le faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point *n*.

La droite GH sera le grand axe de l'ellipse; le point u', milieu de G'H', et le point u, milieu de GH, seront les deux projections du centre et devront par conséquent se trouver sur une même verticale $u'u$.

La droite UU, second axe de l'ellipse, sera perpendiculaire sur GH et devra passer par le point u. Enfin, les deux points UU, dont les projections verticales se confondent avec u', s'obtiendront en agissant comme nous l'avons fait pour le point m, c'est-à-dire, qu'après avoir rabattu le point u' en u'', on en déduira la projection horizontale u''' que l'on ramènera ensuite en U.

Les deux axes GH et UU de l'ellipse étant déterminés, on tracera cette courbe par la méthode du n° 361.

Toutes les autres ellipses de la *fig.* 21 pourront être tracées par la même méthode.

507. On remarquera, comme vérification, que les centres u' et x' des deux ellipses G'H' et O'K' (*fig.* 7), sont situés sur une même droite T'x', qui aboutit au sommet T' du cône formant la surface intérieure du comble, et que les centres v' et n' des deux ellipses C'P' et R'Q' sont situés sur la droite S'— n' qui passe par le sommet du cône qui forme la surface extérieure.

Cela résulte de ce que les sections d'un cône par des plans parallèles sont des courbes semblables dont les centres sont toujours situés sur une droite qui contient le sommet du cône.

508. Pour la pièce N on a remplacé la surface conique extérieure par une face plane qui contient la droite 1—2

et la droite horizontale 2—3, parallèle au plan vertical de projection.

509. On aurait pu se proposer de satisfaire à cette condition que les faces planes de cette pièce se coupent suivant des angles droits.

Pour cela, on prendra un point quelconque 4,4', situé sur l'arête 1—2 ou sur le prolongement de cette arête; les droites 4—5, 4'—5', perpendiculaires sur les traces 2—6, et 1'—2' du plan 1'—2'—6 seront les projections d'une droite perpendiculaire aux lattis du comble B, et le plan qui contiendra les droites 1—2, 4—5 sera par conséquent perpendiculaire sur les deux faces planes et parallèles de la pièce N.

Malgré cet avantage d'avoir des angles droits sur les arêtes de la pièce N, on peut préférer la première combinaison qui donne des angles moins aigus pour la face d'assemblage avec la sablière L.

510. Pour tracer les bois, il faut obtenir les courbes dans leur véritable grandeur. On y parviendra en construisant les *fig.* 6 et 8.

511. La première est la projection de la pièce N sur le plan YF'', parallèle au pan de bois incliné qui forme le comble B, et la *fig.* 8 est la projection de la pièce M sur le plan XQ'' parallèle au pan de bois incliné A.

Les deux projections 6 et 8 sont rabattues sur le plan vertical qui contient la droite FQ; la distance de chaque point au plan vertical FQ est déduite de la *fig.* 21 et portée (*fig.* 6 et 8) à compter des droites YF'', XQ'', sur les per-

Puis on en déduira les projections M'' et N'' sur un plan parallèle à S—8, en supposant, comme nous l'avons fait ici, pour éviter la confusion, que chacune de ces pièces aurait fait un quart de révolution autour de l'axe du cône en tournant l'une à droite et l'autre a gauche.

Dans ce mouvement, chaque point décrit un quart de cercle projeté sur la *fig.* 7 par une droite horizontale, et sur la *fig.* 21 par un quart de cercle, d'où il résulte que chacun des points des *fig.* M''' et N''' sera déterminé par la rencontre de l'horizontale menée par le point correspondant des *fig.* M' ou N' avec la verticale élevée par la projection horizontale du même point sur les *fig.* M''' ou N'''.

514. Les ellipses auxquelles appartiennent les courbes des projections M''' et N''' peuvent être facilement tracées par leurs axes.

En effet, par suite du mouvement que nous avons supposé, les quatre centres u', v', x', z' viendront se projeter sur la verticale S'—3'.

Les horizontales des points C'R'G'O'H'K'P'Q', détermineront les points C''R''G''O''H''K''P''Q'' pour les extrémités des grands axes, et les petits axes seront égaux aux petits axes des mêmes ellipses projetées sur la *fig.* 21 avant le mouvement de rotation.

L'ellipse G'''H''' (*fig.* 21) est la seule dont on ait conservé la projection horizontale. Cette courbe n'est autre chose que l'ellipse GH à laquelle on a fait faire un quart de révolution.

515. Pour ne pas embarrasser l'épure, on n'a indiqué que les faces d'assemblage, mais il est bien entendu que

dans le tracé sur le bois on devra conserver à l'extrémité de chaque pièce l'excédant de longueur nécessaire pour tailler le tenon.

Deuxième noulet conique.

516. Dans l'exemple qui précède, deux pans de bois inclinés du comble plan B,A venaient s'appuyer contre la surface extérieure d'un comble conique.

Nous supposerons actuellement qu'un comble de forme conique est construit à l'angle d'une croupe droite (*fig.* 23) et s'appuie sur les deux plans qui forment les surfaces extérieures du long pan et de la croupe.

Les *fig.* 13, 12, 14, 24, 25 contiennent les projections et rabattements de toutes les pièces qui résultent de cette combinaison.

La *fig.* 24 est la projection horizontale du comble conique, appuyé sur l'un des angles de la croupe qui est projetée (*fig.* 25).

517. Dans l'exemple précédent, le noulet était compris dans l'épaisseur du comble, et ses deux branches appartenaient par conséquent aux pans de bois inclinés B et A, tandis que dans l'exemple actuel le noulet est pris dans l'épaisseur du comble conique, et ses branches sont posées sur les faces extérieures de la croupe.

La *fig.* 13 est une projection sur un plan perpendiculaire à la face de long pan.

Cette disposition d'épure a pour but d'obtenir des lignes droites pour les projections verticales des ellipses

qui forment les arêtes de la pièce projetée en N sur la *fig.* 25.

518. Il ne faut pas oublier, en général, toutes les fois qu'il faudra déterminer les différents points d'une ligne résultant de la section d'une surface courbe par un plan, que les opérations seront considérablement simplifiées par l'usage d'un plan de projection perpendiculaire au plan coupant.

Cela provient de ce que ce dernier plan devient une des surfaces projetantes de la courbe cherchée, qui alors se projette en ligne droite, et dont la seconde projection est toujours, dans ce cas, très-facile à obtenir.

519. L'épure étant disposée comme il vient d'être dit, la branche N' du noulet sera comprise entre le plan C'P' qui forme la surface extérieure du long pan de la croupe, et le plan R'Q' qui forme la surface intérieure.

La distance des deux plans C'P' et R'Q' dépend de l'épaisseur que l'on veut donner aux branches du noulet.

Les droites C'P', G'H', R'Q' et O'K' seront les projections verticales de quatre ellipses dont les projections horizontales pourront être construites par l'un des moyens indiqués aux n°s 456 et 458.

Les centres de ces quatre ellipses sont projetés sur les droites S'z' et T'x', passant par les sommets des deux cônes qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble conique.

Les extrémités U, X, V, Z des petits axes de ces ellipses seront déterminées en opérant comme nous l'avons dit au n° 459.

520. Les projections verticales des points U, X, V, Z se confondront avec celles des centres u, x, v, z.

521. On remarquera, comme vérification, que les quatre points U, V, X, Z sont situés sur la droite SZ qui contient le centre de la projection horizontale (*fig.* 24).

Cela provient de ce que les droites S'—1', T'—2', génératrices des deux cônes qui forment les surfaces extérieure et intéreure du comble conique, sont parallèles.

Il résulte de là que ces deux cônes sont semblables, et que les quatre ellipses suivant lesquelles ils sont coupés par les plans C'P' et R'Q' sont semblables, et semblablement placées par rapport au plan vertical projetant de leurs grands axes.

Or, les deux ellipses C'P' et G'H' projetées sur la *fig.* 13 étant semblables et semblablement placées, les points homologues V, U (*fig.* 24) seront semblablement placés par rapport au point S, suivant lequel le plan C'P' est percé par l'axe du cône. Il résulte de là que les trois points S, U, V seront en ligne droite; de sorte que les deux lignes SV, TU seront toutes les deux situées dans le même plan vertical; et comme on sait de plus que les lignes SV, TU doivent contenir les points Z et X, il s'ensuit que les quatre points U, X, V, Z auront leurs projections horizontales (*fig.* 24) sur la droite SX, trace du plan vertical qui contient les deux droites SV, TU.

522. Si l'on fait tourner autour de l'axe du cône le plan vertical qui contient les quatre points U, X, V, Z, on obtiendra U'', X'', V'', Z'' qui se trouveront sur deux droites 3'—V'', 4'—Z'', parallèles et passant par les points 3' et 4'.

soit venu prendre la position SQ. Par suite de ce mouvement chaque point aurait décrit les *trois huitièmes* d'un cercle horizontal, et la projection N serait venue se placer en N'', d'où l'on déduira facilement la projection N''' en élevant une perpendiculaire par chacun des points de la nouvelle projection N'' jusqu'à la rencontre de l'horizontale passant par le point correspondant de la projection N'. Ainsi, par exemple, le point *m* étant ramené en *m''* on tracera la verticale du point *m''* et l'intersection de cette droite avec l'horizontale du point *m'* déterminera le point *m'''*.

On peut construire comme vérification :

1° Le point 7''' suivant lequel le prolongement du côté 8—9 perce le plan horizontal qui contient la base du cône;

2° Le point 3' suivant lequel la même droite perce le plan C'P';

3° Les points *m''',m',m'*, situés à la même hauteur sur la *fig.* 13, doivent avoir leurs projections horizontales *m'',m,m* sur la même circonférence, ayant pour rayon la distance de l'axe au point suivant lequel la droite T'—2' serait coupée par l'horizontale *m'm'''*.

529. *Diamètres conjugués.* Si l'on veut construire entièrement les ellipses qui forment les arêtes de la projection N''', il faudra opérer de la manière suivante :

Proposons-nous, par exemple, de construire la nouvelle projection G'''H''' de l'ellipse GH,G'H' (*fig.* 13 et 24).

On remarquera d'abord que cette courbe ayant tourné autour de la verticale du point S d'une quantité égale aux

trois huitièmes de la circonférence, aucun de ses deux axes n'est parallèle au plan vertical de projection, et les projections de ces deux lignes ne se coupent plus à angle droit.

Or, si avant le mouvement de rotation on conçoit l'ellipse dont il s'agit, ou seulement le quart de cette courbe inscrite dans un rectangle dont les côtés GI, IU (*fig.* 24), seraient parallèles aux axes; la nouvelle projection verticale de ce rectangle sera le parallélogramme $G'''I'''U'''u'''$ (*fig.* 13), et la question sera réduite à inscrire dans ce parallélogramme le quart de l'ellipse demandée.

Or, lorsqu'un parallélogramme est circonscrit à une ellipse et que les quatre points de tangence sont les milieux des côtés de ce parallélogramme, les droites qui joignent les points de tangence opposés sont parallèles aux côtés du parallélogramme circonscrit, et ces droites passant par le centre de l'ellipse se nomment *diamètres conjugués*. Je renverrai aux traités spéciaux pour l'étude des propriétés géométriques des diamètres conjugués, et je me contenterai pour le moment de rappeler comment ces deux lignes étant connues, on peut construire la courbe.

530. Soient (*fig.* 1 et 5) les deux diamètres conjuguées $G'''G'''$, $U'''U'''$ de la courbe que l'on veut construire; sur l'un d'eux comme diamètre, on décrira la circonférence $U'''aU'''a$, et l'on construira le triangle $u'''G'''a$ dont les côtés sont connus; puis, sur une ordonnée quelconque ce du cercle, on fera un triangle cem''' semblable et parallèle au triangle $u'''G'''a$. Le point m''' appartiendra à l'ellipse demandée.

En recommençant, on obtiendra autant de points de la courbe que l'on voudra.

Les droites *tr*, tangentes au cercle et à l'ellipse, doivent être parallèles à la droite aG''', de sorte que les points de tangence *r*,*r* étant déterminés par le diamètre perpendiculaire sur aG''', on peut en déduire les points *tt*.

La construction précédente est la conséquence de propriétés dont il faut chercher la démonstration dans les traités de Géométrie.

531. Le cercle auxiliaire peut être décrit indifféremment sur le grand ou sur le plus petit des deux diamètres donnés (*fig.* 1 et 5).

532. Sur la *fig.* 13 on a employé la construction de la *fig.* 5, les points analogues sont désignées par les mêmes lettres.

Pour obtenir les diamètres conjugués de l'ellipse G'H' ramenée dans la position G'''H'''; on a remarqué d'abord que le point 3', suivant lequel le plan de cette ellipse est percé par l'axe du cône, ne doit pas changer de place.

Le centre u', étant projeté en *u* (*fig.* 24), si on lui fait parcourir *trois huitièmes* de révolution, il viendra se projeter en u'', d'où l'on déduira sa nouvelle projection verticale u''' sur l'horizontale du point u'.

La droite $G'''u'''H'''$ sera donc l'un des diamètres conjugués dont la longueur sera déterminée par les deux horizontales des points G' et H' (*fig.* 13).

La droite horizontale 3—*n* (*fig.* 24), située dans le

plan de l'ellipse GH, viendra prendre la position 3—n' et le point n', projeté sur l'horizontale du point 3' déterminera n'' pour la nouvelle projection du point n (*fig.* 13).

Le point n'' étant connu, on tracera la droite $I'''n''U'''$, parallèle à $G'''H'''$, ce qui donnera le parallélogramme $G'''I'''U'''u'''$, circonscrit au quart de l'ellipse demandée, dont les diamètres conjugués seront, par conséquent, les droites $G'''H'''$, $U'''U'''$.

On décrira le quart de cercle $U'''a$ et l'on construira le triangle $u'''aG'''$ dont les trois côtés sont déterminés par les opérations précédentes.

Cela étant fait, le triangle cem''', semblable et parallèle au triangle $u'''aG'''$ donne un point m''' de la courbe, et la même opération répétée fera connaître autant de points que l'on voudra (530).

On n'a conservé ici que les opérations nécessaires pour construire le quart de l'ellipse; mais si l'on voulait obtenir la courbe entière, il est évident que l'on devrait construire entièrement le cercle auxiliaire $U'''a$ (*fig.* 1 et 5).

Si l'on veut déterminer le point s''', suivant lequel l'ellipse $G'''H'''$ touche la génératrice $T's'''$, limite du cône.

On remarquera que ce point situé sur l'ellipse GH et dans le plan vertical de l'arête de croupe était primitivement projeté en s sur la *fig.* 24.

Sa projection verticale était alors en s' sur la trace verticale $C'P'$ du plan qui contient l'ellipse demandée.

Or, par suite du mouvement que nous avons supposé, le point ss', décrivant *trois huitièmes* de circonférence, a

dû venir se projeter en s'', d'où sa nouvelle projection verticale s''' a pu être déterminée par l'intersection de la verticale du point s'' avec l'horizontale du point s'.

Sections planes de la sphère.

533. La section d'une sphère par un plan est toujours un cercle, mais lorsque le plan dont il s'agit n'est pas parallèle ou perpendiculaire au plan de projection, la courbe de section se projette par une ellipse.

Supposons, par exemple (*fig.* 14, *Pl.* 36), qu'une sphère A soit coupée par un plan $v'a$, perpendiculaire au plan vertical de projection.

La courbe de section sera un cercle projeté sur le plan vertical par la droite $v'u'$.

La projection horizontale du même cercle sera une ellipse que l'on pourra obtenir par points ou par les axes.

534. *Construction par points.* Pour construire la projection horizontale d'un point quelconque, dont la projection verticale m' serait choisie à volonté sur la trace $v'u'$ du plan coupant, on supposera ce point rabattu en m'' sur le méridien principal de la sphère; la verticale abaissée du point m'' déterminera m''' que l'on ramènera par un arc de cercle sur la perpendiculaire abaissée du point m'.

Cette opération déterminera les deux points m, m qui ont le point m' pour projection verticale commune.

535. Si l'on veut construire la courbe par ses axes, on commencera par déterminer le point oo', centre de la

section, en abaissant par le centre de la sphère la droite $c'e'$, perpendiculaire au plan coupant $v'u'$.

La droite zx, égale à $v'u'$ et perpendiculaire au plan vertical de projection, sera le grand axe de l'ellipse demandée, dont le petit axe vu sera déterminé par les perpendiculaires abaissées des points v' et u'.

La perpendiculaire abaissée du point e' déterminera les deux points e, e, suivant lesquels l'ellipse touche le grand cercle qui limite la projection horizontale de la sphère.

536. Si l'on veut obtenir la courbe de section rabattue dans sa véritable grandeur, on fera tourner le centre o, o' autour de l'horizontale projetante du point a.

Cette opération déterminera le point o'' pour centre de la circonférence cherchée que l'on pourra décrire en prenant le rayon $o''v''$ égal à $o'v'$.

537. La *fig.* 17 contient les deux projections et le rabattement du cercle qui proviendrait de la section d'une sphère A par un plan vertical vu.

Les opérations pour déterminer la projection elliptique de la courbe demandée sont les mêmes que dans l'exemple précédent, à cette différence près qu'il faudra faire sur le plan horizontal les opérations qui, sur la *fig.* 14, appartenaient à la projection verticale, et réciproquement.

538. Pour obtenir le cercle rabattu en $o''v''$, on a fait tourner le plan coupant autour de sa trace horizontale vu; dans ce cas, la distance du centre o'' à la droite vu em-

ployée ici comme charnière de rabattement est égale à la hauteur $o'h$ du point o' au-dessus du plan horizontal de projection.

Le rayon $o''v''$ du cercle rabattu est égal à la moitié de la droite vu.

Noulet sphérique.

539. Pour première application de ce qui précède, nous supposerons que l'on veut construire les branches courbes d'un noulet suivant lequel un comble à deux versants serait appuyé contre la surface extérieure d'une voûte sphérique (*fig.* 7).

On disposera l'épure comme on le voit (*fig.* 4, 8, 9 et 10). La branche de noulet projetée en M sur la *fig.* 8 est limitée extérieurement par un plan vertical *bd*, tandis que la seconde branche projetée en N est comprise entre deux sphères concentriques A'B'C'D'E'F' (*fig.* 4).

La première de ces deux sphères forme la surface extérieure du comble sphérique proposé, tandis que la seconde, celle qui est projetée par le cercle D'E'F', dépend de l'épaisseur plus ou moins grande que l'on voudra donner à la branche du noulet.

Les ellipses tracées sur la *fig.* 8 sont les projections horizontales des cercles suivant lesquels les sphères A'B'C', D'E'F' sont coupées par les plans qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble.

Ces courbes peuvent être construites par points ou par leurs axes en opérant comme sur la *fig.* 14.

Ainsi, par exemple, un plan horizontal PQ coupera les

sphères A'B'C', D'E'F' suivant deux cercles concentriques dont les rayons seront déterminés par la *fig.* 4; les arcs *ac*, *ac*, décrits avec ces rayons sur la *fig.* 8, contiendront quatre points dont les projections horizontales *a*, *a*, *c*, *c*, seront déterminés par les perpendiculaires abaissées des points *a'*, *c'* de la *fig.* 4.

Si l'on veut, au contraire, employer la méthode des axes, on remarquera que les centres des cercles suivant lesquels les deux sphères sont coupées par les faces planes du comble sont situées sur les droites O'I', O'S', perpendiculaires à ces faces.

On pourra donc obtenir facilement les centres et les axes des ellipses de la *fig.* 8.

540. La *fig.* 9 contient la projection de la branche M sur le plan GH que l'on a rabattu en le faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point H, et la *fig.* 10 est la projection de la branche N sur le plan GK rabattu autour de l'horizontale projetante du point K.

Les projections des deux arêtes courbes de la *fig.* 9 sont des arcs de cercles concentriques, dont le centre I'' est la projection commune des points I', I'.

Les rayons de ces cercles sont donnés par la *fig.* 4, et les quatre arêtes courbes de la *fig.* 10 ont pour centre le point S'' suivant lequel les deux points S', S' (*fig.* 4) se projettent sur le plan GK.

541. On pourra construire comme vérification sur la *fig.* 9 l'ellipse A''V, projection commune des deux cercles A'O', O'B' (*fig.* 4) qui contiennent les deux arêtes courbes

des quadrilatères formant les faces d'assemblage du noulet M.

On devra remarquer que si les deux cercles A'O', B'O' de la *fig.* 4 ont une projection commune sur la *fig.* 9, cela dépend uniquement de cette circonstance particulière que les deux plans GH, GK sont inclinés de 45° sur le plan horizontal.

On pourra construire également comme exercice sur la *fig.* 9 l'ellipse T$c''a''$, qui est la projection du cercle horizontal qui contient les points a, c (*fig.* 4 et 8).

Sur la *fig.* 10, on pourra construire comme vérification les deux ellipses C''U, F''Z.

La première est la projection commune aux deux cercles qui ont pour rayons les droites C'O', B'O' (*fig.* 4), tandis que l'ellipse F''Z est la projection commune aux deux cercles qui ont pour rayons les droites F'O', E'O'.

542. La *fig.* 11 contient les projections des deux branches du noulet qui résulterait de la pénétration du comble précédent dans la sphère A'B'C'.

Ce noulet diffère de celui qui est projeté sur la *fig.* 8, en cela que ce dernier fait partie des pans de bois inclinés qui forment le comble plan, tandis que les branches du noulet projeté (*fig.* 11) appartiennent au comble de la voûte sphérique.

Les opérations pour déterminer tous les points de la *fig.* 11 sont les mêmes que pour ceux de la *fig.* 8.

Les centres et les axes des ellipses s'obtiendront comme sur la *fig.* 14. Ainsi, le plan horizontal PQ (*fig.* 4) coupe

les deux sphères qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble sphérique, suivant deux cercles concentriques qui ont pour rayons les droites LT, LR; ces deux cercles projetés sur la *fig.* 11 contiennent quatre points dont les projections horizontales a''', a''', c''', c''' seront déterminées par les perpendiculaires abaissées des points a', c' de la *fig.* 4.

Pour tracer le bois il faudra projeter les deux pièces X et Y de la *fig.* 11 sur les plans GH, GK et rabattre ces projections comme on l'a fait pour obtenir les *fig.* 9 et 10.

J'ai cru pouvoir supprimer ces détails qui n'auraient été que la répétition de ce que nous avons vu plus haut.

Deuxième noulet sphérique.

543. La *fig.* 2 contient les deux projections du noulet suivant lequel un comble sphérique serait appuyé sur l'angle d'une croupe droite (*fig.* 1).

Pour construire cette épure, on devra, comme au n° 516, projeter le tout sur un plan perpendiculaire à l'une des faces de la croupe. Si l'on prend comme ici, le plan vertical de projection perpendiculaire à la face de long pan, les courbes suivant lesquelles les plans inclinés du comble coupent la sphère, auront pour projections verticales les deux droites ac', vu.

Les projections horizontales des mêmes courbes seront des ellipses que l'on obtiendra en opérant comme dans les exemples qui précèdent.

Ces opérations diverses feront connaître tous les points de la pièce M, M'.

546. Il est bien entendu que tout cela est indiqué ici comme étude, car il est évident que dans la pratique les côtés courbes du quadrilatère H seront toujours si peu étendus que l'on pourra les remplacer par des droites.

547. Puisqu'il s'agit ici d'exercices, j'indiquerai encore comme vérifications :

1° Le point 1^{IV} suivant lequel se coupent les ellipses $1^{IV}—s—1^{IV}$ et $1^{IV}—o'''—n^{IV}$.

Ce point est la projection commune des deux points z', e', suivant lesquels les cercles $c'z', c'e'$ percent le plan vertical $c—1^{IV}$. Ces deux points ne se projetteraient pas en un seul, si l'angle $ac'e'$ valait plus ou moins de 45°.

2° On peut construire le point $4'''$, projection du point suivant lequel le cercle $z'—4'—n'$ perce le plan horizontal de projection;

3° Le point $5''$ suivant lequel le plan vu est percé par la droite $z'c'$, diamètre commun des deux cercles $z'—4'$ et $z'—1'$ (*fig.* 2).

Enfin, on peut projeter ou vérifier un point quelconque $6'''$ en construisant successivement ses projections $6', 6, 6''$ et $6'''$.

Voûtes sphériques.

548. Les courbes provenant de la section d'une sphère par un plan se retrouvent encore dans l'exemple qui est projeté sur la *fig.* 6, où l'on s'est proposé de construire une croix de Saint-André dans un comble sphérique.

Les deux branches de la croix sont assemblées par tenons et mortaises dans la sablière *ac* et dans une couronne horizontale *mnvu*, composée de pièces d'assemblage.

On a supposé dans cet exemple que la face inférieure de la couronne était formée par un plan horizontal *vu*.

La construction de l'épure ne présente aucune difficulté. Les quatre arêtes de chacune des branches de la croix seront des cercles, dont les projections horizontales pourront être déterminées en opérant comme nous l'avons dit aux nos 534 ou 535.

Les *fig.* A et B sont les projections des deux branches de la croix sur les plans *p* et *q*, parallèles aux faces planes de ces pièces.

Ces deux projections sont rabattues sur le plan vertical DH qui contient le centre de la sphère; la distance de chaque point à la charnière de rabattement peut être déduite de la projection horizontale, mais il sera plus simple de remarquer que les arêtes courbes des pièces A et B sont des arcs de cercles dont les centres et les rayons pourront être facilement déduits de la projection verticale (*fig.* 6).

549. La voûte sphérique projetée (*fig.* 12) contient encore quelques applications des courbes planes.

Ainsi, les quatre pénétrations désignées par la lettre B sur le plan horizontal et par les lettres B′, B″ et B‴ sur le plan vertical, sont formées par une partie de la couronne MN et par les montants verticaux projetés en B″ et B‴ dans leur grandeur véritable.

550. Pour soulager la portion de couronne qui forme le dessus de l'ouverture B', on a remplacé les chevrons par deux croix de Saint-André.

La plus élevée, désignée sur le plan par la lettre A, est composée de deux pièces dont les faces planes sont formées par des plans verticaux.

Elles diffèrent en cela des pièces qui composent la croix projetée sur la *fig.* 6.

551. Cette différence est motivée par la direction de la portion de surface sphérique qui est rencontrée par les faces planes des deux branches de la croix.

On conçoit, en effet, que sur la *fig.* 6 on peut couper sans inconvénient la zone inférieure de la sphère par des plans perpendiculaires au plan vertical de projection, tandis que si la croix doit exister dans la partie supérieure de la sphère, il vaudra mieux employer des plans verticaux.

552. Il résulte encore de ce qui vient d'être dit, que pour une croix comme celle qui est immédiatement au-dessus de l'ouverture B', et dont le centre est à peu près à 45° d'élévation au-dessus du plan de naissance, il sera convenable d'adopter, pour les faces des branches courbes, des plans parallèles au rayon qui joindrait le centre de la sphère avec le centre de la croix.

Cette combinaison sera étudiée avec détails sur la planche 37.

553. La couronne horizontale MN est limitée en dessous par une surface de cône, excepté pour les parties

qui sont au-dessus des ouvertures et qui sont taillées horizontalement.

L'ouverture projetée sur le plan horizontal par le rectangle C est destinée à éclairer l'intérieur de la voûte.

Pénétrations.

554. Les sections d'une surface par un plan ne sont pas les seules lignes courbes que l'on rencontrera dans les applications.

Quelques surfaces placées dans certaines conditions particulières peuvent souvent se pénétrer suivant des courbes planes.

555. Ainsi, la sphère et le cylindre de la *fig.* 3 se rencontreront suivant deux cercles, lorsque le cylindre sera circulaire et que son axe contiendra le centre de la sphère.

556. Il en sera de même du cône et de la sphère qui sont projetés (*fig.* 5).

557. Le cylindre et le cône circulaire de la *fig.* 13 ou les deux cônes de la *fig.* 16 se couperont suivant un cercle toutes les fois qu'ils auront le même axe, et deux sphères (*fig.* 15) ne pourront jamais se pénétrer autrement que suivant une circonférence dont le plan sera toujours perpendiculaire à la ligne des centres.

558. En général, *toutes les fois que deux surfaces de révolution auront un axe commun elles se pénètreront*

suivant un ou plusieurs cercles parallèles entre eux et perpendiculaires à l'axe commun.

559. La *fig.* 18 contient quelques applications de ce qui précède.

Le comble sphérique projeté dans cet exemple est percé par quatre ouvertures ou portes circulaires A.

Les pièces courbes qui forment les cintres de ces portes peuvent être considérées comme engendrées par le mouvement du pentagone 1—2—3—4—5 que l'on ferait tourner autour de la droite horizontale qui forme l'axe de la porte, de sorte que les faces de chacune de ces pièces sont:

1° Un plan vertical contenant la droite 5—4;

2° Deux cylindres circulaires et concentriques engendrés par les droites 1—5, 3—4;

3° La surface conique engendrée par 1—2;

4° La zone sphérique comprise entre les deux cercles 3—8, 2—7.

Toutes ces surfaces se coupent et coupent la sphère suivant cinq cercles, parallèles entre eux et passant par les sommets du pentagone 1—2—3—4—5.

560. Les portions de voûte qui séparent les ouvertures A se nomment *pendentifs*.

561. La couronne *mn* forme une ouverture circulaire destinée à éclairer la voûte.

On peut considérer cette couronne comme engendrée par le mouvement du quadrilatère *m* qui tournerait au-

tour de l'axe du monument; de sorte que chacune des pièces de la couronne serait comprise entre les deux zones sphériques engendrées par les côtés courbes de ce quadrilatère, et les deux cônes engendrés par les côtés droits.

Il est encore évident que ces quatre surfaces se coupent suivant des cercles qui contiennent les sommets du quadrilatère et qui sont situés sur les sphères qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble.

Croix de Saint-André.

562. Parmi les principes les plus essentiels de la construction, il faut compter celui qui exige que les differentes faces des corps se coupent suivant des angles droits.

Or, quand une pièce de bois fait partie d'un comble sphérique, et qu'elle est comprise entre les deux sphères concentriques qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble, il est évident que les autres faces de cette pièce ne peuvent rencontrer les premières à angle droit, qu'autant qu'elles sont des cônes, ou des plans passant par le centre de la sphère, et si quelque motif ne permet pas de satisfaire à cette condition, il faudra tâcher de s'en écarter le moins possible.

Ainsi, dans la croix de Saint-André qui est projetée sur la *fig.* 6, *Pl.* 36, les faces latérales des deux pièces de bois qui forment les branches de la croix sont perpendiculaires au plan vertical de projection, et les plans qui contiennent ces faces, étant peu éloignés de l'horizontale projetante du point *o*, il s'ensuit qu'elles coupent les

deux sphères concentriques suivant des angles presque droits.

Dans l'exemple qui est projeté (*fig.* 12), la croix de Saint-André désignée sur le plan par la lettre A, étant au contraire rapprochée de la verticale projetante du point C, on a pu sans inconvénient employer des plans verticaux pour les faces latérales des deux branches de la croix.

Mais s'il s'agissait de pièces situées environ à 45° de hauteur, comme les deux branches de la croix qui est immédiatement au-dessus de la porte désignée sur la *fig.* 12 par la lettre B', il est évident que des plans verticaux comme les faces de la croix désignées par la lettre A sur le plan de la voûte projetée (*fig.* 12), ou des plans parallèles à un diamètre horizontal (*fig.* 6), couperaient les deux sphères concentriques suivant des angles trop aigus.

Ce qui semble le plus convenable au premier coup d'œil, serait que les faces latérales des branches de la croix fussent formées par des plans qui contiendraient le centre de la sphère; mais alors ces faces ne seraient plus parallèles entre elles, et les pièces seraient moins solides et plus difficiles à tailler. C'est pourquoi on préfère employer des plans parallèles au rayon qui aboutit au centre de la croix.

Cette question offrant quelque difficulté, nous y consacrerons une épure particulière.

563. La *fig.* 2 de la *Pl.* 37 est la projection verticale d'un comble sphérique dont le plan est suffisamment indiqué sur la *fig.* 7.

On n'a conservé sur chacune de ces deux figures que les pièces nécessaires pour résoudre la question proposée.

Ces pièces sont, sur la *fig.* 2 :

1° La sablière S';

2° Les deux couronnes circulaires B' et L'.

Ces trois pièces sont désignées sur la *fig.* 7 par les lettres S, B et L.

Les couronnes peuvent être considérées comme engendrées par la révolution des deux quadrilatères D, E, qui tournerait autour de l'axe vertical du comble.

Les côtés courbes de ces quadrilatères appartenant aux arcs de cercles *ab*, *cd*, il s'ensuit que deux faces de chacune des couronnes B et C coïncident avec les sphères concentriques qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble.

Les côtés droits des quadrilatères D et E ne sont pas dirigés vers le centre C'; pour plus de solidité, ces côtés resteront parallèles aux rayons qui aboutissent au milieu des côtés courbes, de sorte qu'en tournant autour de l'axe vertical OU les côtés droits du quadrilatère D engendreront deux cônes qui auront pour sommets les points 1 et 2, tandis que les côtés droits du quadrilatère E engendreront deux cônes dont les sommets seront situés aux points 3 et 4.

Indépendamment de la sablière S et des couronnes B et L, on a projeté sur la *fig.* 7 les deux chevrons courbes désignés par les lettres F, G.

Les faces courbes de ces chevrons coïncident avec les

surfaces extérieure et intérieure du comble, et les faces latérales sont des plans verticaux, parallèles aux méridiens qui partageraient chacun de ces chevrons en deux parties symétriques.

Les données précédentes étant admises, il s'agit de construire une croix de Saint-André dans l'espace quadrangulaire compris entre les deux couronnes B et L, et les chevrons F, G (*fig.* 7), une des conditions essentielles étant que le centre de la croix coïncide avec le point oo' qui partage l'arc aU en deux parties égales (*fig.* 2).

564. *Construction de l'épure.* Les points o et o' étant les projections horizontale et verticale du centre de la croix, on concevra le plan PH'H, perpendiculaire au rayon C'o'.

Ce plan étant rabattu (*fig.* 4) en tournant autour de l'horizontale projetante du point X,

On aura le point o'' pour la projection du centre de la sphère sur le plan PH'H.

Les droites $o''u$ qui se coupent au point o'', suivant un angle égal à celui que doivent former entre elles les deux branches de la croix, seront les projections de deux grands cercles de la sphère, et les plans de ces deux cercles couperont, suivant des angles droits, les surfaces extérieure et intérieure du comble.

Les plans 7—10 et 5—11, parallèles aux grands cercles $o''u$, seront les faces latérales des deux branches de la croix. L'écartement de ces faces dépendra de l'épaisseur que l'on voudra donner aux pièces de bois.

565. On peut se proposer de satisfaire à quelque condition particulière; ainsi, par exemple, si l'on voulait que l'une des arêtes de la croix passât par le point 5 de la *fig.* 7, on projetterait d'abord ce point en 5′ sur la *fig.* 2, puis la droite 5′—5″, perpendiculaire sur PH′, déterminerait le point 5″ qui, rabattu sur la *fig.* 4, donnerait le point 5 par lequel on tracerait la droite 5—11 tangente à un petit cercle décrit du point *o*″ comme centre, avec un rayon égal à la moitié de l'épaisseur que l'on voudrait donner aux branches de la croix.

Si l'on prend le plan horizontal de projection AZ au niveau de la face supérieure de la sablière, la droite H′H sera la trace horizontale du plan PH′H.

Or, lorsque l'on fait tourner ce dernier plan autour de l'horizontale projetante du point X, la droite H′H vient se placer en H″H‴.

Les droites *o*″*u*, 5—11 et 7—10 rencontreront la ligne H″H‴ en trois points 11, *u*, 10, qui, ramenés dans le plan PH′H, deviendront 11′, *u*′, 10′.

On joindra les points *u*′ avec le centre C (*fig.* 7), et les quatre droites 10′—10″, 11′—11″, parallèles deux à deux aux lignes C*u*′, seront les traces horizontales des plans qui doivent former les faces planes des deux branches de la croix.

Les intersections de ces plans avec les deux sphères concentriques qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble, seront huit arcs de cercle dont les projections elliptiques pourront être obtenues sur la *fig.* 7 en opérant de la manière suivante.

566. Supposons, par exemple, que l'on veuille déterminer les projections elliptiques des quatre arêtes de la branche qui est désignée sur la *fig.* 4 par la lettre M' et sur la *fig.* 7 par la lettre M.

On prendra (*fig.* 8) un plan auxiliaire de projection AZ' vertical et perpendiculaire sur les traces 10'—10'', 11'—11'' des deux plans qui forment les faces latérales de la pièce dont il s'agit.

Le nouveau plan de projection étant rabattu (*fig.* 8), on y construira en o''' la projection du point o, o', cette projection se déduira de la *fig.* 7, et sa hauteur au-dessus de AZ', doit être égale à la hauteur de o' au-dessus de AZ (*fig.* 2).

On joindra o''' avec le point C''' et les droites 10'''—12', 11'''—13', parallèles à C'''o''', seront les traces verticales des deux plans qui contiennent les faces latérales de la pièce M, M' (*fig.* 4 et 7).

La droite 14—15 menée par le point C''' perpendiculairement aux deux droites 10'''—12' et 11'''—13', déterminera les points 14 et 15, qui seront les centres des quatre cercles suivant lesquels les plans 10'—10'''—12', 11'—11'''—13', coupent les deux sphères concentriques qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble.

Les rayons de ces quatre cercles sont les droites 14—12', 14—16', 15—13', 15—17', dont les extrémités 12', 13', 16' et 17', sont situées sur les deux cercles suivant lesquels les deux sphères seraient coupées par un méridien parallèle au plan de la *fig.* 8.

Les grands axes horizontaux des ellipses demandées

seront égaux au double des droites 14—12′, 14—16′, 15—13′, 15—17′ (*fig.* 8), les petits axes des mêmes ellipses se confondront avec la droite C—18, perpendiculaire sur 11′—11‴, et les extrémités de ces petits axes seront déterminées sur la *fig.* 7 par les perpendiculaires abaissées des points 12′, 13′, 16′ et 17′ de la *fig.* 8.

Les ellipses suivant lesquelles les arêtes de la seconde branche de la croix se projettent sur la *fig.* 7, étant égales aux ellipses dont nous venons de parler, on pourra se contenter de reporter les axes avec le compas sur les lignes qui représentent leurs projections horizontales.

567. Il est important de remarquer sur la *fig.* 8 que les centres 14 et 15 de toutes ces ellipses ne sont pas situées dans le plan horizontal qui contient la ligne AZ′, de sorte que les grands axes ne doivent pas coïncider avec les traces horizontales 10′—10‴ et 11′—11‴ des plans qui forment les faces latérales des branches de la croix.

Ces traces sont indiquées sur l'épure par des lignes de points ronds; quant aux grands axes des ellipses, ils n'ont pas été conservés.

568. De la condition adoptée dans cet exemple, que l'une des arêtes courbes de chacune des branches de la croix, devait passer par les points 5, 5 de la *fig.* 7, il résulte que les faces d'assemblage des extrémités supérieures des pièces M′ et N′ (*fig.* 4) sont au nombre de deux, savoir :

1° Le quadrilatère 5—6—7—9, suivant lequel la

branche de la croix vient s'appuyer contre le plan vertical qui forme l'une des faces du chevron ;

2° Le triangle 5—6—8 suivant lequel la même pièce est appliquée contre la surface conique engendrée par la droite 21'—19' (*fig.* 2).

Le côté courbe 5—7 du quadrilatère 5—6—7—9 (*fig.* 4) est un arc de cercle situé sur la sphère qui forme la surface extérieure du comble et doit coïncider avec l'une des arêtes extérieures du chevron F.

Le côté droit 7—9 du même quadrilatère provient de l'intersection de la face plane 7—10 de la pièce M' (*fig.* 4) par la face verticale du chevron F (*fig.* 7).

L'arc de cercle 6—9 est situé dans la sphère intérieure et coïncide avec l'une des arêtes inférieures du chevron F.

Enfin, le côté 5—6 est une ligne courbe et fait partie de l'hyperbole suivant laquelle le cône engendré par la droite 21'—4 (*fig.* 2) est coupé par le plan vertical qui forme la face du chevron F (*fig.* 7).

Ce dernier plan contenant le quadrilatère 5—6—7—9 (*fig.* 4), il s'ensuit que tous les points de cette figure sont projetés en ligne droite sur la *fig.* 7. Pour éviter la confusion on n'a pas conservé l'arête du point 9.

Le quadrilatère 5—6—7—9 étant situé dans le plan vertical qui forme l'une des faces du chevron F (*fig.* 7), sera une figure plane, tandis que le petit triangle 5—6—8 sera courbe puisqu'il doit coïncider avec la surface conique engendrée par les droites 21'—4 (*fig.* 2).

Les côtés de ce triangle sont (*fig.* 7) :

1° L'arc d'hyperbole 5—6 dont nous avons parlé précédemment ;

2° L'arc de cercle 6—8 qui coïncide avec l'arête inférieure de la couronne engendrée par le quadrilatère E (*fig.* 2) ;

3° Un second arc d'hyperbole 5—8 provenant de la section du cône qui a pour génératrice la droite 21'—4 (*fig.* 2), par le plan oblique qui forme la face latérale 5—11 de la pièce M' (*fig.* 4).

Les sommets 5, 7 et 9 du quadrilatère 5—6—7—9 seront déterminés d'abord sur la *fig.* 7, par la rencontre du plan vertical qui forme la face du chevron F, avec les projections elliptiques des trois arcs de cercle qui forment les arêtes correspondantes de la pièce M.

Le sommet 6 (*fig.* 7) résultera de l'intersection du cercle horizontal 19'—20' de la couronne L' (*fig.* 2) par la face verticale du chevron F (*fig.* 7).

Enfin, le point 8 sera déterminé par la rencontre de l'arc d'ellipse qui forme la projection de l'une des arêtes de la pièce M avec le cercle horizontal qui contient le point 19.

569. Les côtés du quadrilatère 5—6—7—9 et du triangle 5—6—8 ont si peu de longueur, relativement à la voûte sphérique dont ils font partie, que dans la pratique on peut sans aucun inconvénient faire abstraction de leur courbure ; mais dans un concours, dans un examen, dans les épures d'étude enfin, il sera toujours utile de reconnaître la véritable nature de chaque ligne.

Lorsqu'une ligne est très-courte, d'ailleurs, il est presque toujours impossible de bien déterminer sa direction et le sens de sa courbure, si l'on se contente d'en construire les deux extrémités; tandis que si l'on prolonge cette ligne bien au delà de l'espace rigoureusement nécessaire, elle sera parfaitement déterminée non-seulement dans sa forme, mais encore dans sa direction.

Supposons, par exemple, que l'on veut déterminer la nature, la forme et surtout la direction bien exacte du petit côté 5—8 du triangle 5—6—8 (*fig.* 7).

On se rappellera que cette ligne provient de la section du cône qui a pour génératrice la droite 21′—4 (*fig.* 2) par le plan oblique qui forme la face 5—11 de la pièce M′ (*fig.* 4).

D'après cela, traçons (*fig.* 8) la droite 21″—22″ parallèle à AZ′ de sorte que la hauteur C‴—22″ (*fig.* 8) soit égale à C′—22′ (*fig.* 2).

Faisant ensuite C‴—4′ de la *fig.* 8, égale à C′—4 de la *fig.* 2, le point 4 sera projeté en 4′, et le triangle isocèle 21″—4′—23″ (*fig.* 8) sera la projection du cône qui a pour génératrice la droite 21′—4 (*fig.* 2).

Or, nous avons déjà vu que le plan oblique qui forme la face latérale 5—11 de la pièce M′ (*fig.* 4) aurait pour trace verticale la droite 11‴—13′ (*fig.* 8).

La question revient donc à déterminer sur la *fig.* 7 la projection horizontale de la courbe suivant laquelle le cône 21″—4′—23″ est coupé par le plan 13′—11‴—11′, perpendiculaire au plan vertical de projection rabattu (*fig.* 8).

Or, le plan 13′—11‴—11′ coupant la génératrice 4′—23″

au point 24′, et la génératrice opposée 4′—21″ au point 25′, on en conclura (474) que la courbe cherchée est une hyperbole dont on peut construire la projection en opérant comme aux nos 476 ou 479.

570. *Construction par les asymptotes.* La droite C—18, parallèle au plan de projection de la *fig.* 8, sera l'axe transverse de la courbe demandée.

Le point 26′, milieu de la droite 24′—25′, sera le centre, dont la projection horizontale sera située au point 26.

La droite 26′—4′, tracée par le centre 26′ de l'hyperbole et par le sommet 4′ du cône, sera l'intersection des deux plans tangents qui contiendraient le point 26,26′, l'intersection de la droite 26′—4′ par le plan horizontal qui contient le cercle 23″—21″ que l'on peut considérer comme la base du cône, sera un point 27′ dont la projection horizontale sera 27.

La droite 27—28, tangente au cercle 21—23, sera l'intersection du plan de ce cercle par l'un des plans tangents menés par le point 26,26′.

Le plan horizontal qui contient le cercle 23″—21″ (*fig.* 8) rencontrera donc l'un des plans tangents du point 26 suivant la droite 27—28 (*fig.* 7); de plus il coupera le plan 11‴—13′ de l'hyperbole suivant la ligne 29′—29, et le point 29 suivant lequel se rencontrent les deux droites 27—28 et 29′—29 déterminera le point 29 et par suite l'asymptote 26—29.

Cette première asymptote étant connue, il sera facile de construire la seconde, et les sommets 25 et 24 étant déduits de leurs projections 25′ et 24′, on tracera la courbe en opérant comme nous l'avons dit au n° 479.

571. Si l'on n'avait pas assez de place sur l'épure pour faire toutes ces opérations, ou si l'on craignait que l'obiquité suivant laquelle le plan 11'''—13' coupe le prolongement de la génératrice 4'—21'' ne fût une cause d'inexactitude, on emploierait la construction par points en opérant comme nous l'avons dit au n° 476.

Ainsi, pour avoir la projection horizontale du point qui est projeté en *m'* sur la *fig.* 8, on supposerait que ce point tourne autour de l'axe du cône jusqu'à ce qu'il soit rabattu en *m''*.

De là on le projetterait en *m'''* sur la trace C—21 du méridien principal, et le ramenant à sa place, on lui ferait décrire l'arc horizontal *m'''m* jusqu'à ce qu'il fût revenu en *m* sur la perpendiculaire abaissée du point *m'* de la *fig.* 8.

Cette opération donnera deux points *m*,*m* qui ont le point *m'* pour projection commune sur la *fig.* 8.

On déterminera de la même manière les deux points *n*,*n*, projetés tous les deux en *n'*.

572. On pourrait construire de la même manière (*fig.* 7) l'hyperbole 30—31, suivant laquelle le même cône est coupé par le plan qui contient la face 5—11 de la pièce N' (*fig.* 4), mais il sera plus simple de supposer que l'hyperbole précédente a tourné jusqu'à ce que son axe transverse soit venu prendre la position C—32, perpendiculaire à la trace horizontale 11'—11'' du plan qui contient la face 5—11 de la pièce N' (*fig.* 4).

Enfin, ou pourra employer les mêmes moyens pour déterminer quelques points éloignés des courbes telles que 33—34, suivant lesquelles les cônes qui ont pour généra-

trices les côtés droits du quadrilatère D (*fig.* 2) seraient coupés par les quatre plans qui forment les faces planes des deux branches de la croix.

573. Quand tous les points essentiels seront déterminés en projection horizontale sur la *fig.* 7, on complétera la projection de la *fig.* 4, en opérant pour chaque point comme nous l'avons dit plus haut pour le point 5; c'est-à-dire qu'après avoir déterminé la projection de chacun de ces points sur la *fig.* 2, on les projettera sur le plan PH'H qui, rabattu autour de l'horizontale du point X, donnera tous les points de la *fig.* 4.

On peut encore déterminer ou vérifier toutes les lignes de la *fig.* 4, en construisant sur cette projection les courbes tout entières auxquelles appartiennent les côtés courbes des assemblages.

Ainsi, le cercle horizontal 21'—22' de la *fig.* 2, étant projeté sur le plan PH'H, sera représenté sur la *fig.* 4. Par l'ellipse 21^{IV}—21^{IV}, dont le grand axe 21^{IV}—21^{V} doit être égal à deux fois la droite 21'—22' de la *fig.* 2, et dont le petit axe 21'''—22''', *fig.* 4, est égal à la distance qui existe entre les pieds des perpendiculaires abaissées des points 21' et 22' de la *fig.* 2, sur la trace PH' du plan PH'H, les ellipses 35—35, 36—36, 37—37, etc., de la *fig.* 4, s'obtiendront toutes de la même manière.

574. Il n'en sera pas de même des ellipses, suivant lesquelles se projettent les cercles verticaux qui forment les arêtes des chevrons F et G (*fig.* 7).

Le moyen le plus simple pour obtenir les projections de ces cercles sur le plan PH'H, sera de projeter d'abord les rectangles circonscrits.

Ainsi, par exemple, si l'on veut projeter sur la *fig.* 4 le cercle qui forme l'arête extérieure du chevron F (*fig.* 7), on construira, sur la *fig.* 2, le rectangle circonscrit $r'z's'x'$, puis, en opérant comme pour le point 5, on obtiendra facilement, sur la *fig.* 4, les projections des sommets et des milieux des côtés de ce rectangle, ce qui donnera le parallélogramme $z''r''x''s''$.

En doublant les côtés $r''z''$, on aura le parallélogramme $z''y''g''s''$, qui sera la projection du rectangle circonscrit au cercle entier.

Les droites qui joignent entre eux les milieux des côtés du parallélogramme $z''y''g''s''$ seront les diamètres conjugués de l'ellipse que l'on pourra construire par l'une des méthodes indiquées aux n°s 530 et 531.

575. On remarquera que le point $e''e$, centre de cette ellipse, ne coïncide pas avec le centre C de la sphère (*fig.* 7).

Le point e'', déterminé par l'intersection des droites qui joignent les milieux des côtés du parallélogramme circonscrit, $z''y''g''s''$, peut encore être vérifié en traçant (*fig.* 7), la droite Ce perpendiculaire sur rx, qui est la trace de la face verticale du chevron F; l'intersection de Ce avec rx déterminera le point e pour la projection horizontale du centre du cercle demandé, le point e se projettera sur la *fig.* 2 par le point e', qui, projeté de là sur le plan PH'H, et rabattu (*fig.* 4) donnera le point e'' sur la droite ee''.

576. On peut étudier cette partie de l'opération sur la *fig.* 1, pour laquelle on a employé les mêmes lettres que sur les *fig.* 7, 2 et 4.

On remarquera sur la *fig.* 1 que la droite $s'z'$ n'est pas tangente au grand cercle qui forme la projection verticale de la sphère. Il en est de même sur la *fig.* 2, où le point v' ne doit pas être tout à fait à la hauteur du point U; mais le plan vertical qui contient la face rx (*fig.* 7) est si près du centre de la sphère, qu'il est impossible de faire sentir sur la *fig.* 2 la différence de hauteur des deux points v' et U, et cette différence n'est rappelée ici que pour l'exactitude des principes.

577. Les ellipses 38, 39 et 40 pourront être construites en opérant comme on vient de le dire pour l'ellipse $r'''v'''x''q''$.

578. Pour tracer les bois il faut avoir les projections des pièces M et N sur des plans parallèles à leurs faces planes.

Or, on peut reconnaître par la *fig.* 8 que les arêtes de ces pièces sont des arcs de cercles engendrés par les quatre sommets du quadrilatère 12'—13'—16'—17', que l'on ferait tourner autour de la droite qui contient les centres 14 et 15 des cercles demandés. De sorte que, si du point o'' de la *fig.* 4, comme centre, on décrit deux cercles concentriques avec des rayons égaux aux droites 15—13' et 15—17' de la *fig.* 8, le plus grand de ces deux cercles (*fig.* 6) sera la projection commune aux deux cercles engendrés par les sommets 12' et 13' du quadrilatère 12'—13'—16' et 17' (*fig.* 8); tandis que le plus petit des deux cercles tracés sur la *fig.* 6 sera la projection commune des cerles engendrés par les points 16' et 17' de la *fig.* 8.

Or, si nous supposons que la *fig.* 6 soit une projection de la pièce M' sur le plan de la face 5—11 que l'on aurait

rabattu autour de son intersection avec le plan PH'H, il ne restera plus qu'à tracer des perpendiculaires à la droite 5—11.

Les intersections de ces perpendiculaires avec les deux arcs concentriques de la *fig.* 6 détermineront tous les points essentiels des faces d'assemblage.

579. La *fig.* 5 contient la projection de la pièce N', et se construira en opérant comme pour la *fig.* 6.

580. Pour éviter la confusion, on n'a pas projeté les tenons, qu'il sera facile de rétablir en réservant la longueur de bois nécessaire pour cela.

581. Les *fig.* 2, 4, 5, 6, 7 et 8 contiennent tout ce qui est utile pour tracer et tailler les bois; mais si l'on voulait, pour s'exercer, ou pour quelque autre cause, obtenir une projection sur un plan vertical, tel que AZ", il est évident que cela n'offrirait aucune difficulté et que chaque point de la *fig.* 9 serait déterminé en traçant par sa projection sur la *fig.* 7, une perpendiculaire à la droite AZ", et portant sur cette perpendiculaire la hauteur de la projection du même point sur la *fig.* 2.

582. Mais si, comme dans l'exemple actuel, on n'a pas projeté tous les points sur la *fig.* 2, on pourra déterminer tous les points de la *fig.* 9, en construisant les ellipses par leurs propriétés géométriques.

Ainsi, pour l'ellipse $r'''v'''$, projection du cercle vertical rx (*fig.* 7), le centre e sera projeté en e''', l'axe vertical $e'''v'''$ sera égal à la droite er, moitié de rx (*fig.* 7), et l'axe horizontal sera la projection du diamètre rx.

On opérera de la même manière pour toutes les arêtes des deux chevrons F et G (*fig.* 7).

583. Quant aux ellipses inclinées suivant lesquelles se projettent les arêtes des deux branches de la croix, on pourra projeter d'abord les rectangles circonscrits.

Ainsi, par exemple, pour obtenir l'ellipse 41 sur la *fig.* 9, on construira le rectangle circonscrit à sa projection horizontale (*fig.* 7), puis on déterminera sur la *fig.* 9, la projection de ce rectangle, en remarquant que le centre du parallélogramme doit être sur la *fig.* 9, à la même hauteur que le centre 14 du cercle 14—12′ (*fig.* 8); et que la hauteur du point 12″ de la *fig.* 9 doit être égale à la hauteur *h*—12′ du point correspondant de la *fig.* 8.

Les droites 14″—12″ et 14″—*i*′ seront les deux diamètres conjugués de l'ellipse 41 que l'on construira en opérant comme nous l'avons dit au n° 530.

584. On peut étudier cette opération sur la *fig.* 3, où les lettres sont les mêmes que sur la *fig.* 9.

Toutes les autres arêtes des branches de la croix pourront être obtenues de la même manière.

585. En projetant, sur la *fig.* 8, le cône engendré par la droite 44—2 de la *fig.* 2, on pourra déterminer autant de points que l'on voudra des hyperboles 46 et 45 auxquelles appartiennent les petites courbes 47—48 et 49—50 de la *fig.* 9.

Pour obtenir le sommet de l'hyperbole 45 sur la *fig.* 9, on construira la droite 2′—*i*′ génératrice du cône engendré par la ligne 44—2 de la *fig.* 2.

La projection horizontale C—*t* de la droite 2′—*t*′ doit être perpendiculaire à la trace *rx* du plan qui contient l'hyperbole 45, et le sommet de cette courbe sera déterminé sur 2′—*t*′ par la perpendiculaire élevée du point suivant lequel la droite C—*t* perce le plan vertical *rx* (*fig.* 7).

Croix de Saint-André dans un comble conique.

586. Les raisons qui ont motivé l'étude de la croix de Saint-André, dont les détails ont été donnés *Pl.* 37, se retrouvent toutes dans l'exemple qui est projeté sur la *Pl.* 38.

587. En effet, s'il s'agissait de construire une croix de Saint-André dans un pan de bois appartenant à un cône très-aigu, comme celui qui est projeté sur la *fig*, 1, il est évident que l'on pourrait employer pour les faces planes des branches de la croix, des plans parallèles à l'horizontale projetante du centre.

Ces faces, perpendiculaires au plan vertical de projection, feraient des angles presque droits avec la surface du cône, surtout vers le point où se rencontrent les deux branches.

588. Il est encore évident que l'on pourra employer cette disposition (*fig.* 2), lorsque l'on voudra construire une croix de Saint-André dans un pan de bois cylindrique que l'on pourra toujours considérer comme un cône dont le sommet serait infiniment éloigné.

589. Lorsque l'on voudra, au contraire, faire une croix de Saint-André dans un cône très-obtus, comme celui qui

est projeté sur la *fig.* 9, on devra employer pour les faces planes des plans verticaux *mn* et *pq*.

590. Mais si la génératrice du cône qui forme la surface du pan de bois dans lequel on veut construire la croix de Saint-André, forme avec le plan horizontal un angle peu différent de 45 degrés, il est évident qu'aucune des deux solutions qui précèdent ne peut être adoptée sans inconvénient.

Les *fig.* 3, 4, 5, 6 et 8 de la *Pl.* 38 ont principalement pour but l'étude de cette difficulté.

Les *fig.* 3 et 6 sont les deux projections d'un pan de bois conique dans lequel on veut construire une croix de Saint-André.

Les deux branches de la croix sont placées comme on le voit sur la *fig.* 6, dans l'intérieur du quadrilatère formé par la sablière S, par la couronne circulaire B et par les deux chevrons E et F.

La *fig.* 3 ne contient que la sablière S′ et la couronne B′, quant à l'espace rectangulaire D, on peut le considérer comme une section méridienne de l'un des deux chevrons que l'on aurait fait tourner jusqu'à ce qu'elle soit venue se placer (*fig.* 6) dans le plan C*o*, parallèle au plan vertical de projection.

Il résulte de là que la droite TU (*fig.* 3) sera la génératrice du cône qui forme la surface extérieure du pan de bois, tandis que la surface conique intérieure sera engendrée par la droite IV.

On suppose ici que les deux génératrices TU, IV sont parallèles entre elles, et qu'elles sont toutes les deux

inclinées de 45 degrés sur le plan horizontal de projection AZ.

Nous ajouterons pour dernière condition que le centre *oo'* de la croix soit situé au milieu de la droite *ac* (*fig.* 3).

Les données précédentes étant admises, on tracera la verticale *o'o* qui déterminera le point *o* de la *fig.* 6 pour la projection horizontale du centre de la croix.

Les droites *ou*, *o'u'* (*fig.* 6 et 3) seront les deux projections de la normale du point *oo'*, de sorte que tous les plans qui contiendront la droite *ou*, *o'u'* seront eux-mêmes des plans normaux et couperont au point *oo'* la surface du cône suivant des angles droits.

Cela étant fait, on projettera le point *oo'* sur un plan auxiliaire PH'H, perpendiculaire sur *ou*, *o'u'*, et l'on rabattra ce plan sur la *fig.* 5, en le faisant tourner autour de sa trace horizontale H'H.

Par suite de ce mouvement le point *oo'* viendra se projeter par le point *o''*, qui sera par conséquent la projection de la normale *ou*, *o'u'* sur le plan auxiliaire PH'H.

Le plan PH'H étant rabattu sur la *fig.* 5, on tracera les deux droites *o''u''* dont l'inclinaison sera déterminée par l'angle suivant lequel doivent se rencontrer les deux branches de la croix.

Les droites *o''u''* seront les intersections du plan PH'H par deux plans qui, au point *oo'o''*, coupent à angle droit la surface du cône, de sorte que si pour les faces latérales des deux branches de la croix on prend les plans 1—2 et 3—4, parallèles au plan *o''u''*, les angles que ces faces feront avec les surfaces des deux cônes différeront très-peu

de l'angle droit surtout dans le voisinage du point o, o', o'' (*fig.* 6, 3 et 5).

La question proposée étant résolue, il ne reste plus qu'à expliquer les détails d'épure nécessaires pour tracer toutes les pièces avec leurs faces d'assemblage.

Les opérations devant être les mêmes pour les deux branches de la croix, nous ne conserverons sur l'épure que celles qui se rapportent à la branche qui est désignée par N et N' sur les *fig.* 6 et 5.

591. En joignant le point u'' de la *fig.* 5 avec le point u de la *fig.* 6, on aura la droite $u''u$ pour trace horizontale du plan $o''u''u'''o'''$ normal au point $o''oo'''$ (*fig.* 5, 6 et 4).

Les droites 2—2', 4—4' seront par conséquent les traces horizontales des deux plans qui forment les faces latérales de la pièce N,N' (*fig.* 6 et 5).

Les arêtes de cette pièce seront les intersections des deux cônes qui forment les surfaces extérieure et intérieure du pan de bois par les deux plans 2—2'—1' et 4—4'—3' (*fig.* 6 et 4).

592. Pour obtenir les projections horizontales de ces courbes, on emploiera (*fig.* 4) un plan auxiliaire de projection AZ', vertical et perpendiculaire aux traces horizontales 2—2' et 4—4' des deux plans qui contiennent les faces latérales de la pièce NN''.

Le point $oo'o''$ sera projeté sur le plan vertical AZ' par le point o''' dont la hauteur au-dessus de AZ' doit être égale à la hauteur du point o' au-dessus de AZ (*fig.* 3).

La droite $u'''o'''$ sera l'intersection du plan vertical AZ'

par le plan normal $o''u''u'''o'''$ (*fig.* 5 et 6), et les deux droites 2'—1' et 4'—3' seront par conséquent les traces verticales des deux plans qui contiennent les faces latérales de la pièce NN''.

Les deux cônes qui forment les surfaces extérieure et intérieure du pan de bois étant projetés sur la *fig.* 4, il sera facile de reconnaître la nature des courbes qui doivent former les arêtes de la pièce NN'.

Ainsi, par exemple, il devient évident que, dans le cas actuel, les courbes cherchées sont deux arcs d'hyperboles, puisque l'angle U'—6'—2' que les plans coupants 4'—3' et 2'—1' font avec les génératrices T'U' et I'V' du cône, est plus petit que l'angle U'T'U''; d'où il résulte qu'après avoir coupé ces génératrices aux points 5', 6', 7' et 8', ils couperont les génératrices opposées T'U'' et I'V'' dans leurs prolongements.

Les plans coupants 4'—3' et 2'—1' étant perpendiculaires au plan vertical de projection AZ', il s'ensuit que les projections verticales des arêtes de la pièce NN'' se confondent avec les deux droites 4'—5' et 2'—6'.

Quant aux hyperboles suivant lesquelles ces mêmes courbes se projettent sur le plan horizontal (*fig.* 6), on peut les obtenir en déterminant leurs points par la méthode du n° 475, ou bien en construisant d'abord les asymptotes comme nous l'avons dit au n° 478; ou enfin par les deux méthodes, afin que l'une d'elles puisse servir à vérifier l'autre.

593. On n'a conservé sur l'épure que les opérations nécessaires pour déterminer les asymptotes de l'hyperbole 17—5—17, suivant laquelle le cône qui forme la

surface extérieure du pan de bois est coupé par le plan 4—4′—5′.

On sait (478) que le point 9, centre de la courbe cherchée, est situé au milieu de la droite qui joint les points suivant lesquels le plan 4′—5′ (*fig.* 4) coupe les deux génératrices T′U′, T′U″ du cône extérieur. Dans l'exemple actuel, l'un de ces points n'a pas pu être conservé sur l'épure, mais il sera facile de le rétablir en dehors du cadre.

Si cependant il n'y avait pas assez de place sur la planche à dessin pour que l'on pût y placer le point suivant lequel le plan 4′—5′ rencontre le prolongement de la génératrice T′U″, on tracerait une droite quelconque 10—11, parallèle à la trace verticale 4′—5′ du plan coupant, on déterminerait le point 12, milieu de 10—11, et l'on tracerait la droite T′—12 dont l'intersection avec 4′—5′ déterminerait la projection verticale du point 9, centre de l'hyperbole cherchée (*fig.* 6).

S'il est également impossible d'obtenir au-dessus du cadre la projection verticale du point 9, on pourra opérer de la manière suivante.

On tracera :

1° L'horizontale T′—9″ passant par le sommet du cône ;

2° La verticale 12—13 ;

3° La droite 10—13 ;

4° La droite 5′—9″ parallèle à 10—13.

Cette dernière opération déterminera le point 9″ et par suite la droite T′—9″ que l'on portera de C en 9 sur la *fig.* 6.

En effet, si nous exprimons par 9′ la projection verticale du centre de l'hyperbole cherchée, le parallélisme des droites 10—12 et 5′—3′ donnera

$$(T'—10) : (T'—5') :: (T'—12) : (T'—9'),$$

Mais les droites 10—13 et 5—9″ étant parallèles par construction, on doit avoir

$$(T'—10) : (T'—5') :: (T'—13) : (T'—9'');$$

Ces deux proportions ayant un rapport commun donneront :

$$(T'—12) : (T'—9') :: (T'—13) : (T'—9'').$$

D'où l'on conclut que la droite qui joindrait le point 9′ avec le point 9″, doit être parallèle à la verticale 12—13, que par conséquent la droite T′—9″ est égale à la projection horizontale de T′—9′, d'où il résulte qu'en faisant C—9 de la *fig.* 6 égale à T′—9″ de la *fig.* 4, le point 9 sera la projection horizontale du centre de l'hyperbole demandée.

594. *Asymptotes.* On sait que les asymptotes sont les intersections du plan coupant avec les deux plans tangents qui contiennent le centre de la courbe.

La droite T′—12 qui contient le point 9,9′ sera donc l'intersection des deux plans tangents.

On prolongera cette droite 12—T′ jusqu'à sa rencontre avec le plan horizontal AZ′, ce qui déterminera sur la *fig.* 6, le point 14 par lequel on tracera les deux droites 14—15, tangentes au cercle qui forme la trace horizontale du cône extérieur.

Les droites 14—15 seront les traces horizontales des

deux plans tangents qui contiennent le centre 9,9′ de la courbe, et les intersections de ces deux lignes par la trace horizontale 4—4′ du plan coupant, détermineront les deux points 16.

Les droites 9—16 seront les asymptotes de l'hyperbole demandée 17—5—17 et le sommet 5 de cette courbe étant déterminé sur la droite C—9 par la perpendiculaire abaissée de la projection verticale 5′ (*fig.* 4), il sera facile de tracer la courbe par la méthode du n° 479.

595. On remarquera, comme vérification, que l'hyperbole demandée doit passer par les sommets 17, 17 des quadrilatères 17—18—19—20 dont les côtés seraient les intersections du plan horizontal ZAZ′ par les surfaces coniques et par les deux plans qui forment la surface latérale de la pièce N.

On n'a conservé sur l'épure que trois des hyperboles qui forment les arêtes de la pièce N, parce que la quatrième de ces hyperboles passerait par le point 20 de la *fig.* 6 et par le point 7 de la *fig.* 4, de sorte que dans l'exemple actuel sa projection horizontale ne peut pas être distinguée de l'hyperbole qui contient les points 18.

596. Les deux hyperboles qui contiennent les points 5′ et 7′ de la *fig.* 4, ont les droites 9—16 pour asymptotes communes, et les deux hyperboles qui contiennent les points 6′ et 8′ auraient également deux asymptotes communes 21—22, passant par le point 21, suivant lequel le plan coupant 2′—6′ serait percé par la droite 1′—21′ qui est parallèle à T′—12 et qui contient le sommet 1′ du cône intérieur.

Il résulte de là que les hyperboles des points 6′ et 8′ ont

le point 21 pour centre commun et que le point 9 est le centre des hyperboles qui passent par les points 5′ et 7′ de la *fig.* 4.

597. Enfin, les quatre hyperboles sont semblables; cela provient de ce que les droites T′U′ et T′V′, génératrices des deux cônes, sont parallèles, d'où il résulte que ces cônes sont semblables et que leurs sections par un même plan ou par des plans parallèles sont nécessairement des courbes semblables.

598. Je continuerai, comme je l'ai fait dans la plupart des exemples précédents, à indiquer quelques vérifications que l'on peut toujours considérer comme des exercices utiles.

Ainsi, on pourra construire (*fig.* 6) l'hyperbole 19—24—19 dont fait partie la petite courbe 19—25, suivant laquelle la portion de surface conique engendrée par la droite *c*V (*fig.* 3) est coupée par le plan 2—2′—6′ (*fig.* 6 et 4).

Le sommet 24 de cette hyperbole sera déduit de sa projection 24′ (*fig.* 4) et le centre 23 proviendra de sa projection 23′ qui est le milieu de la distance qui existe entre les deux points suivant lesquels la droite 6′—2′ coupe la génératrice V″O et le prolongement de V′O (*fig.* 4).

599. On pourra construire également, sur la *fig.* 6, l'hyperbole à laquelle appartient le côté 20—26 du quadrilatère qui forme la face d'assemblage de la pièce N avec la surface conique de la sablière.

Cette surface conique engendrée par la droite *c*V (*fig.* 3)

a son sommet au point où le prolongement de cette ligne cV rencontre l'axe du cône.

Ce même point projeté en O, sur la *fig.* 4, est déterminé par le prolongement de la droite $c'V'$, perpendiculaire sur $T'U'$.

600. Pour obtenir dans leur véritable grandeur les courbes qui forment les arêtes de la pièce N, on projettera (*fig.* 4) tous les points de ces lignes sur le plan GP', parallèle aux deux faces planes de la pièce proposée, et l'on fera tourner ensuite le plan GP' autour de l'horizontale projetante du point G jusqu'à ce qu'il soit parvenu dans la position GP'' parallèle au plan horizontal de projection.

On obtiendra ainsi la *fig.* 8, qui est la projection de la pièce N sur un plan parallèle à ses faces planes, et qui contient par conséquent toutes les courbes dans leur véritable grandeur.

Il sera facile alors de relever sur l'épure un patron de chaque courbe, que l'on pourra par ce moyen tracer sur les faces correspondantes d'une pièce de bois dont l'épaisseur serait déterminée par l'une des *fig.* 5 ou 4.

601. Le quadrilatère suivant lequel la branche N de la croix (*fig.* 6) est assemblée dans la surface conique de la sablière, est projeté sur la *fig.* 8 par le quadrilatère 19'—20'—25'—26'.

602. Nous avons déjà dit que deux des côtés de ce quadrilatère étaient des arcs d'hyperbole.

L'une de ces courbes 19—24—19, étant projetée sur

le plan GP′, devient 19′—24″— 19′ lorsque le plan GP′ est rabattu en GP″.

603. Les deux autres côtés 19′—20′, 25′—26′ du quadrilatère 19′—20′—25′—26′ font partie des cercles horizontaux engendrés par les points *c* et V de la *fig.* 3.

Ces deux cercles se projetteront sur la *fig.* 8 par des ellipses dont une seule a été conservée.

604. Les opérations précédentes contiennent tout ce qui est nécessaire pour tracer les bois, mais si l'on veut s'exercer, on pourra compléter les projections des deux branches de la croix sur la *fig.* 5.

Cette opération peut se faire de plusieurs manières :

1° On peut déterminer tous les points sur les droites 1—2, 3—4 en abaissant des perpendiculaires à la ligne H′H par chacun des points correspondants de la *fig.* 6;

2° On peut déterminer les projections des mêmes points sur la *fig.* 3 et les projeter de là sur le plan PH′H ; d'où on les ramènera ensuite sur la *fig.* 5 en les faisant tourner autour de l'horizontale H′H ;

3° On peut construire sur la *fig.* 5 les projections complètes des courbes auxquelles appartiennent les côtés des quadrilatères, suivant lesquels les branches de la croix sont assemblées dans la sablière S et dans les deux chevrons E et F (*fig.* 6).

605. Nous avons déjà dit que chacun des quadrilatères d'assemblage des branches de la croix avec la surface conique, engendrée par la droite *c*V (*fig.* 3), avaient pour côtés deux arcs de cercle 19—20, 25—26 et deux arcs d'hyperbole 25—19 et 26—20 (*fig.* 6).

Sur la *fig.* 5 les projections des deux arcs de cercle appartiennent aux ellipses 27—28—27 et 29—28—29, dont les grands axes se déduisent de la *fig.* 6 et les petits axes de la *fig.* 3.

Quant aux arcs d'hyperbole de la *fig.* 6, ces courbes étant situées dans les plans qui forment les faces planes des branches de la croix, leurs projections sur la *fig.* 5 se confondront avec les droites 1—2 et 3—4.

606. Les quadrilatères 30—31—32—33 sont les faces d'assemblage des branches de la croix avec les faces planes et verticales des chevrons E et F (*fig.* 6).

Les côtés 31—33 et 30—32 de ces quadrilatères sont des lignes droites et résultent de l'intersection des faces planes et verticales des chevrons E, F (*fig.* 6) par les deux plans 1—2 et 3—4 qui forment les faces planes des branches de la croix.

Les deux autres côtés 30—31 et 32—33 des quadrilatères 30—31—32—33 (*fig.* 5) sont des arcs d'hyperbole, et résultent de l'intersection des deux cônes qui forment les surfaces extérieure et intérieure du comble, par les deux faces verticales des chevrons E, F (*fig.* 6), mais ces deux hyperboles qui forment les arêtes des chevrons (*fig.* 6), étant, comme celle de la *fig.* 7, très-enfoncées dans l'angle que forment entre elles leurs asymptotes, il s'ensuit que leur courbure est absolument insensible et peut être entièrement négligée. On s'est contenté ici d'indiquer sur la *fig.* 5 les points de rencontre 34″ et 35″ de ces courbes deux à deux.

Ces points projetés en 34′ et 35′ sur la *fig.* 3, ont le point 34, 35 pour leur projection commune sur la *fig.* 6.

CHAPITRE IV.

STABILITÉ DES COMBLES CONIQUES ET SPHÉRIQUES.

607. Les principes précédents peuvent être utilement appliqués dans la construction de combles sphériques ou coniques de dimensions peu considérables, comme, par exemple, lorsque l'on veut couvrir ou restaurer le clocher d'une église ou quelque tourelle d'un ancien château. Mais quand il s'agira d'un monument d'un très-grand diamètre, il sera toujours préférable de n'employer que des bois droits pour les parties qui exigent une force que l'on ne pourrait jamais obtenir avec des pièces courbes dans lesquelles une partie des fibres aurait été tranchée. En effet, nous avons déjà dit que la solidité des berceaux cylindriques dépendait surtout des fermes en bois droites qui leur étaient inscrites ou circonscrites, eh bien, il en est de même des dômes ou coupoles sphériques (*fig.* 19 et 23, *Pl.* 30), dont la solidité dépend des cônes ou pyramides formés par l'ensemble des grands arbalétriers inscrits ou circonscrits aux fermes courbes qui forment en quelque sorte les méridiens de la voûte principale.

Nous sommes donc naturellement conduits à rechercher les conditions de stabilité des combles coniques et pyramidaux.

608. Si l'on pouvait placer un tirant à chacune des fermes ou sections méridiennes du comble, ou si l'on pouvait remplacer tous ces tirants par une enrayure, comme

nous l'avons dit aux numéros 464 et 465, la question ne présenterait aucune difficulté; mais, les dômes ou coupoles étant presque toujours destinés à couvrir des salles d'assemblées, on doit chercher, autant que possible, à débarrasser l'intérieur de la voûte de toute pièce de bois apparente, et dans ce cas, on remplace les tirants par une couronne ou *ceinture* formée par l'ensemble de toutes les sablières (462).

Cette couronne, **qui remplace tous les tirants**, *doit être assez solide, en chacun de ses points, pour résister à la poussée horizontale qui tend à faire glisser le pied de l'arbalétrier de la ferme correspondante.*

609. Supposons d'abord que l'ensemble des sablières forme la couronne qui est indiquée sur la figure 19 de la planche 38—A, il est évident que si les pièces de bois qui composent cette couronne sont évidées à l'intérieur et cintrées en dehors, il ne faudra compter, comme nous l'avons dit ailleurs, que sur la partie de chaque pièce dont les fibres n'auront pas été tranchées.

Or toutes les parties qui ne sont pas teintées sur la figure forment évidemment un polygone régulier dont chaque sommet correspond au pied d'un arbalétrier, et la question revient alors à étudier pour chacun de ces points l'action produite par l'ensemble des forces qui agissent sur la ferme correspondante.

610. Nous avons vu aux numéros 442 et 445 comment on peut obtenir la valeur des forces horizontales qui tendent à écarter les pieds des arbalétriers.

Toutes ces forces, égales entre elles, agissent perpen-

diculairement à la circonférence de la couronne, et par conséquent suivant la direction de la bissectrice de l'angle formé par les deux sablières qui aboutissent au pied de l'arbalétrier correspondant.

Or la force horizontale F qui tend à faire glisser le pied de l'arbalétrier SC (*fig.* 19) a pour composantes les deux forces horizontales F_1 qui agissent par traction sur les sablières CB; mais le triangle CFF_1 donne la proportion

$$CF_1 : CF = \sin. CFF_1 : \sin. CF_1F;$$

donc, en exprimant par F_1 et par F les deux forces CF_1 et CF, et remarquant que l'angle CF_1F est le supplément de BCB, que nous exprimerons par 2α, la proportion ci-dessus deviendra

$$F_1 : F = \sin. \alpha : \sin. 2\alpha, \qquad \text{d'où}$$

$$F_1 = F . \frac{\sin. \alpha}{\sin. 2\alpha} = F . \frac{\sin. \alpha}{2 \sin. \alpha \cos. \alpha} = \frac{F}{2 . \cos. \alpha},$$

qui est l'expression de la force qui tend à briser l'assemblage des sablières BC.

Ainsi, la question est réduite à trouver pour *cet assemblage* un moyen de réunion capable de résister à la force qui tend à les séparer.

611. Dans les grands dômes, les couronnes qui remplacent les sablières sont souvent des pans de bois composés formés de fermes triangulaires couchées horizontalement sur la surface supérieure des murs.

Les pieds des arbalétriers du comble sont assemblés dans des blochets dirigés vers le centre, et la force horizontale qui tend à faire glisser le pied de chaque arbalétrier

se décompose suivant les côtés adjacents du polygone inscrit.

612. Ainsi la sablière du comble dont une moitié est projetée en M sur la *fig.* 19 se compose de deux hexagones réguliers, croisés de manière que les sommets de l'un de ces polygones correspondent au milieu des arcs sous-tendus par les côtés du second.

Les forces horizontales qui agissent au pied de chaque arbalétrier se décomposent alors suivant les côtés adjacents de l'hexagone dont ce pied occupe l'un des sommets.

613. On peut augmenter la stabilité en rattachant les sommets des deux hexagones par des pièces droites *mn*, *nu* qui sont les côtés d'un dodécagone régulier ; de sorte que la sablière serait un polygone composé d'autant de côtés qu'il y a d'arbalétriers dans le comble.

614. La *fig.* 18 est une partie de la grande sablière dans laquelle sont assemblés les pieds des arbalétriers de toutes les fermes qui composent le dôme des Invalides. Cette figure étant une coupe par un plan horizontal situé un peu au-dessus de la sablière, les parties indiquées par des hachures sont les pieds des arbalétriers.

Les demi-fermes désignées sur la figure par la lettre C se composent chacune de six arbalétriers moisés par les pièces latérales *m*,*m*, dont on peut voir la disposition sur la *fig.* 23 de la *Pl.* 30. Ces demi-grandes fermes, au nombre de douze, supportent les grandes enrayures de la lanterne. Vingt-quatre autres demi-fermes plus petites, formées chacune de trois arbalétriers, et désignées sur la figure par la lettre *u*, sont placées deux à deux entre les fermes principales C.

615. Ainsi, le comble entier contient trente-six demi-fermes, savoir : douze grandes désignées par la lettre C et vingt-quatre petites indiquées sur la figure par la lettre *u*.

616. La différence de grandeur de ces fermes est motivée par la nécessité de ne pas encombrer de bois la partie supérieure du dôme et les vingt-quatre petites fermes aboutissant à une enrayure située à peu près aux deux tiers de la hauteur du comble; il n'était pas nécessaire qu'elles eussent autant de force que les grandes fermes qui sont prolongées jusqu'aux poteaux de la lanterne dont elles doivent supporter tout le poids.

Les demi-fermes secondaires portent les chevrons et la couverture; c'est pourquoi elles sont également espacées entre elles et ne partagent pas, en parties égales, l'espace compris entre les grandes fermes.

617. On peut voir sur les *fig.* 23 et 27 de la *Pl.* 30, la disposition des chevrons et des liernes. Toutes ces pièces, composées de bois cintrés suivant la courbure du dôme, contribuent très-peu à la stabilité, qui dépend surtout des grands arbalétriers et de la couronne ou grande sablière qui en relie tous les pieds.

618. Si l'on jette un coup d'œil sur la *fig.* 18 de la *Pl.* 38-A, on reconnaîtra que l'ensemble de toutes les pièces de bois qui composent cette sablière, forment une suite de fermes triangulaires, couchées à plat sur la surface supérieure du mur circulaire qui supporte le dôme.

619. Ces fermes ont pour tirants les arcs correspondants des deux couronnes. Or, les blochets des grandes fermes du dôme sont les poinçons des triangles horizontaux qui ont pour tirants les arcs de la couronne extérieure; il

s'ensuit que la poussée au vide, qui a lieu au pied de chaque ferme, se décompose en deux forces qui agissent par *compression* sur les pièces diagonales adjacentes, tandis que si les blochets des fermes principales coïncidaient avec les poinçons des triangles, dont les bases font partie de la couronne intérieure, la poussée au vide se décomposerait en deux forces, qui agiraient par *tractions* sur les côtés obliques de ces mêmes triangles.

Or tous les constructeurs savent très-bien qu'une pièce de bois résiste mieux à la traction qu'à la compression.

620. De plus, les forces suivant lesquelles se décompose l'action des fermes principales C, agissant par compression sur les côtés des triangles, dont les blochets de ces fermes sont les poinçons, se composent en d'autres forces, qui agissent suivant les rayons qui aboutissent aux points S de la couronne, de sorte que la poussée agit sur les points S perpendiculairement à la circonférence de la couronne extérieure, au lieu d'agir, comme cela devrait être, dans le plan vertical CK, qui contient les contre-forts situés au-dessous de la grande corniche.

621. D'ailleurs, par le principe du n° 610, les forces qui agissent sur les points S se décomposent elles-mêmes suivant les côtés du polygone régulier inscrit. Mais ces dernières composantes seront d'autant plus énergiques, que l'angle formé par les côtés de ce polygone sera plus obtus; il est donc nécessaire, dans les grands combles, que les pièces qui remplacent les côtés de ce polygone, soient capables de résister à une force de traction considérable, ce qui est incompatible avec leur courbure.

622. On pourrait dire que les côtés obliques de chaque triangle, reliés avec la base par les blochets des fermes

secondaires, forment une figure qui possède jusqu'à un certain point le caractère d'un *solide de plus grande résistance*. Cette observation serait exacte si la couronne extérieure devait résister à une force dirigée suivant le rayon CK, mais cela n'est pas applicable au cas actuel, puisque les poussées horizontales agissent sur les points S, où elles se décomposent en forces de *traction* suivant la direction des pièces courbes qui forment le contour extérieur de la sablière; c'est pourquoi il aurait été plus convenable (*fig.* 25) de remplacer ces courbes par des pièces droites *vv*, placées entre les blochets des fermes principales.

623. Ces pièces comprises entièrement dans l'espace qui sépare les surfaces extérieure et intérieure du dôme, n'auraient présenté aucun obstacle à la décoration architecturale, puisque l'on aurait toujours pu déterminer la courbure des deux surfaces par des couronnes auxiliaires, destinées à recevoir les pieds des chevrons.

Malgré les défauts que je viens de signaler dans la composition de la grande sablière du dôme des Invalides, le monument est dans de bonnes conditions de stabilité : d'abord :

624. Parce que sa forme surhaussée a permis à l'architecte de placer les arbalétriers, qui soutiennent la grande enrayure, dans une position presque verticale, ce qui diminue beaucoup la poussée au vide, comme nous l'avons vu au n° 457.

625. Ensuite parce que l'épaisseur et le poids du mur d'enceinte et des contre-forts qui sont au-dessous de la grande corniche, suffisent pour combattre la poussée qui a lieu au pied de chaque ferme.

626. Mais il serait très-imprudent d'adopter les mêmes combinaisons dans la construction d'un comble sans tirants et très-surbaissé.

627. La poussée horizontale qui a lieu au pied des arbalétriers d'un comble circulaire ou pyramidal, se décomposant toujours suivant les côtés du polygone qui aurait ces points pour sommets, il est évident que les pièces principales de la sablière doivent former un polygone, dont le nombre des côtés est égal au nombre des sommets, et par conséquent au nombre des fermes.

628. La *fig.* 25 fera comprendre comment on peut disposer les pièces qui composent les sablières des grands combles.

629. Lorsque ces pièces *v*,*v* seront liées entre elles avec une grande solidité, la disposition, qui est indiquée sur la figure par la lettre A, suffira presque toujours, puisque toutes les poussées horizontales se décomposent suivant les côtés du polygone, qui a pour sommet les pieds des arbalétriers des fermes.

630. Si l'on veut placer une ferme intermédiaire B, on ajoutera des diagonales *u*,*u*, dirigées autant que possible dans le prolongement des pièces *v*,*v*, afin que la poussée horizontale de la ferme B agisse par traction sur ces pièces ;

631. Ou bien on pourra, comme on le voit sur la partie de la figure qui est désignée par la lettre C, remplacer les deux pièces droites *v*,*v* par d'autres pièces plus courtes, solidement reliées avec le blochet dans lequel sont assemblés les pieds des arbalétriers de la ferme C,

de sorte que les polygones formés par les sablières auront autant de côté qu'il y a de demi-fermes dans le comble.

632. Enfin, pour plus de sécurité, on peut établir des croix de Saint-André dans les quadrilatères formés par les blochets des fermes et les côtés des deux polygones concentriques.

633. De tout ce qui précède, il résulte :

1° *Que les conditions de stabilité des combles circulaires sont les mêmes que pour les combles polygonaux, dont la base aurait pour sommets les pieds des arbalétriers des fermes principales.*

2° *Que toutes les considérations sur la force et la direction des pièces de bois qui composent un comble seront inutiles, si les différentes parties du polygone formé par les sablières ne sont pas liées entre elles d'une manière indestructible, surtout vers les points où aboutissent les arbalétriers des fermes.*

3° *Que c'est par conséquent vers ces points que doit se porter toute l'attention du constructeur.*

634. Pour mieux fixer les idées sur les principes précédents, nous allons en faire l'application à un exemple particulier, et nous prendrons pour sujet de cette étude le comble si remarquable que M. Dupré, l'un de nos plus habiles charpentiers, vient d'exécuter sous la direction de M. Hitorf, l'architecte du cirque Napoléon.

Quoique ce monument ait une forme prismatique, le grand nombre de ses faces m'a déterminé à le placer parmi les études de combles coniques, les principes pour la construction de ces sortes de voûtes, étant absolument les mêmes que pour les combles pyramidaux.

635. Avant d'aller plus loin, je dois remercier M. Dupré de l'extrême bienveillance avec laquelle il s'est empressé de mettre à ma disposition tous les dessins et calculs relatifs à la solution du problème qu'il s'agissait de résoudre.

636. La *fig.* 24, construite à l'échelle de $0^m,0025$ est la projection horizontale du monument qui forme un prisme régulier de vingt côtés.

637. Le diamètre pris en dehors des murs est de $41^m,06$.

638. L'épaisseur du mur d'enceinte est seulement égale à $0^m,55$, mais cette épaisseur est fortifié à chaque angle par deux colonnes engagées comme on le voit par la *fig.* 16.

639. La colonne extérieure a pour rayon 43 centimètres, et son axe coïncide avec l'intersection des plans verticaux qui forment le parement extérieur des murs; la colonne intérieure a pour rayon 25 centimètres, et son axe est situé à la rencontre des plans qui forment les faces intérieures du monument. Le polygone ayant vingt faces, il s'ensuit que chacun de ses angles ACB est de 162 degrés; l'angle OCB vaut par conséquent 81 degrés, et la distance OC des axes des deux colonnes est égale à $0^m,56$.

640. La distance $KH = KC + CO + OH$ est donc égale à $0,43 + 0,56 + 0,24 = 1^m,23$.

641. La *fig.* 24 est partagée en quatre parties égales A, B, C, D, par les deux diamètres *mn*, *vu*.

642. Les parties A et B contiennent les projections de

la couverture et des arbalétriers compris dans les angles *mov*, *von*.

643. La partie C est une section par le plan horizontal P (*fig.* 22 et 23), et la partie D est la coupe par le plan horizontal P_1

644. La teinte qui couvre une partie de la *fig.* 24 est l'espace occupé par l'amphithéâtre, et le cercle indiqué par des hachures plus foncées est le manége.

645. Les *fig.* 22 et 23, construites à l'échelle de $0^m,005$, donneront une idée suffisamment exacte de l'ensemble du monument. La *fig.* 23 représente l'extérieur, et la *fig.* 22, provenant de la section par un plan méridien, fera comprendre la disposition intérieure.

J'ai dû me borner à la projection des masses, et négliger les détails de l'ornementation architecturale qui n'auraient pas offert dans l'ouvrage actuel, le même intérêt que dans un recueil consacré à des publications artistiques.

646. Les *fig.* 22 et 23 ne représentent que la partie supérieure de l'édifice, dont la hauteur totale, à compter depuis le sol jusqu'au point le plus élevé de la lanterne, est de $28^m,60$, qui se décompose de la manière suivante :

Hauteur des murs.	16^m
Hauteur ED du grand comble.	8
Poteau de la lanterne.	3
Comble de la lanterne.	1,60
Total.	28,60

647. La largeur de la lanterne = $6^m,60$, dont la moitié

est par conséquent égale à 3^{m},30, et le diamètre intérieur du monument étant de 40^{m}, dont la moitié est 20 mètres. Si l'on en retranche la demi-largeur 3^{m},30 de la lanterne, il reste 16^{m},70 pour la projection horizontale de l'arbalétrier.

648. Ainsi chacune des arêtes intérieures du monument est l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont la base est 16^{m},70 et la hauteur 8^{m}, ce qui donne pour l'inclinaison de cette arête un angle d'environ 25°.

649. Le comble devant former plafond, il ne devait y avoir aucun point d'appui dans l'intérieur de la salle, et le tout devait reposer sur le mur d'enceinte. De plus, l'emplacement ne permettant pas d'établir des contreforts au moyen de constructions extérieures, il fallait que **la poussée au vide fût entièrement détruite.** Mais la grande ouverture de l'angle au sommet de chaque ferme rendant cette poussée considérable, la question à résoudre présentait de sérieuses difficultés; et la couronne destinée à remplacer les tirans des dix fermes dont se compose le comble, devait, par conséquent, être étudiée avec le plus grand soin.

Nous allons voir comment le problème a été résolu.

650. Les conditions principales auxquelles il fallait satisfaire sont au nombre de trois :

1° *Empêcher les arbalétriers de ployer;*

2° *Relier les sablières assez solidement pour former autour de l'édifice une ceinture capable de détruire toutes les poussées au vide qui agissent au pied des vingt arbalétriers;*

3° *Donner au mur de l'enceinte une épaisseur suffisante*

pour résister à la force verticale provenant du poids total de la charpente du comble et des matériaux qui en forment la couverture.

651. La première de ces trois conditions est évidemment remplie par les six croix de Saint-André qui relient entre eux les doubles arbalétriers des grandes fermes du comble.

Ces croix sont figurées en projection sur les *fig.* 22, 14 et 1, et en perspective sur la *fig.* 5.

652. Chacun des deux arbalétriers est formé de trois parties reliées entre elles, comme on le voit sur la *fig.* 5.

653. Les poutres A, qui forment les parties latérales de chaque arbalétrier, sont chacune d'une seule pièce, et leur longueur (18 mètres) est égale à la distance qui sépare leur pied C du point E, où elles s'assemblent avec les poteaux verticaux de la lanterne (*fig.* 13).

654. L'espace compris entre les deux pièces dont nous venons de parler, est rempli alternativement (*fig.* 5) par les bras H et K des croix de Saint-André, et par les pièces G qui forment fourrure, et qui augmentent, par conséquent, la force des arbalétriers là où il n'existe pas de croix de Saint-André.

655. Les grandes pièces A formant les parties principales de chaque arbalétrier, les fourrures G et les bras H et K des croix de Saint-André sont fortement reliés par les moises M et par le lien L, perpendiculaires à l'arbalétrier intérieur de chaque ferme, de sorte que chaque moitié de ferme est évidemment composée de deux arba-

létriers situés l'un en dessus de l'autre, et dont la flexion est rendue impossible par la décomposition en triangles des quadrilatères qui contiennent les croix de Saint-André (12).

656. La grande inclinaison du comble explique pourquoi les deux sablières S et U (*fig.* 1) sont placées l'une au-dessus de l'autre; car le peu d'épaisseur des murs dans le cas actuel, ne permettrait pas d'établir une plate-forme horizontale comme les couronnes et sablières des grands dômes (*fig.* 18 et 25), et l'on conçoit d'ailleurs qu'il serait impossible d'assembler les pieds des arbalétriers dans des blochets horizontaux.

657. La première partie du problème étant résolue, il s'agissait de satisfaire à la condition la plus importante, qui consiste à détruire complétement la poussée de ces immenses fermes sans tirants.

On conçoit que cela aurait été absolument impossible, s'il se fût agit de couvrir un bâtiment rectangulaire, où du moins on n'aurait pu y parvenir qu'en plaçant à l'extérieur, et au droit de chaque ferme, des contre-forts d'une très-grande puissance; mais les localités et la disposition architecturale du monument, ne permettant pas d'établir ces contre-forts extérieurs, il a fallu employer d'autres moyens.

658. Dans tout ce qui va suivre, nous donnerons le nom d'arbalétrier à chacune des demi-fermes du comble, quoique cette demi-ferme se compose effectivement de deux arbalétriers superposés.

Cela étant admis, et la rigidité de l'arbalétrier étant la

conséquence des croix de Saint-André, qui en relient les deux pièces principales, nous pouvons faire abstraction de la dimension perpendiculaire à la surface intérieure du comble, et considérer chaque arbalétrier comme s'il était réduit à la droite qui joint le point E, situé au-dessous du poteau de la lanterne avec le pied C de l'arbalétrier.

659. Avant de rechercher comment il était possible de détruire la poussée au vide qui a lieu au pied de chaque arbalétrier, il fallait connaître bien exactement l'intensité de cette force, et la première chose à faire pour atteindre ce but était de calculer la force totale agissant sur chacune des demi-fermes et le moment de cette résultante (449).

En effet, une assez grande partie de ce poids provient de la lanterne, et la force verticale qui agit sur chacun des autres points de l'arbalétrier, dépend de la largeur de la partie de couverture située à la hauteur de ce point, et du poids des croix de Saint-André correspondantes, de sorte que les arbalétriers ne sont pas également chargés dans toutes les parties de leur longueur : ainsi, les poids assez considérables des pièces de charpente de la lanterne, du lustre, de la machine et des hommes de service, se composent en une résultante, dont la direction coïncide avec l'axe du poinçon, tandis que la couverture étant formée de faces triangulaires, le centre de gravité de chacune de ces faces, et par conséquent le centre de gravité de la couverture entière est situé au tiers de la hauteur, à partir des sablières.

660. Chaque arbalétrier supporte exactement la vingtième partie du comble, ce qui devient évident lorsque l'on regarde la *fig.* 21 ; car indépendamment des pièces

de charpente qui entrent dans sa composition, la demi-ferme SC portera tous les matériaux qui forment la partie du comble figurée par le quadrilatère SBCD. Or la somme des deux triangles rectangles SBC,SCD qui composent ce quadrilatère, est évidemment égale au triangle isocèle SCC′ qui forme la vingtième partie du comble entier, d'où il résulte que la force verticale qui agit sur chaque arbalétrier est égale au poids de toutes les pièces de charpente qui entrent dans sa composition, auxquelles il faut ajouter les croix de Saint-André, les pannes et les chevrons d'un pan de bois triangulaire SCC′ (*fig.* 20), puis enfin les voliges et feuilles de zinc qui forment la partie de couverture correspondante.

661. Pour calculer la poussée horizontale qui agit aux extrémités C,E de l'arbalétrier, M. Dupré a employé le principe exposé au n° 449.

662. Je ne donnerai pas ici tous les calculs effectués par cet habile constructeur, mais pour mieux faire comprendre de quelle manière on doit agir en pareille circonstance, je mettrai sous les yeux du lecteur quelques-unes des opérations particulières.

663. Prenons, par exemple, celle qui a pour but d'obtenir le moment statique de l'arbalétrier inférieur de la demi-ferme (*fig.* 14), nous aurons :

	Mètres.
Longueur de l'arbalétrier.	18.20
Largeur.	0.20
Épaisseur.	0.25
Volume en *mètres cubes*.	0.91

Volume en *décimètres cubes*.	910
Pesanteur spécifique du *sapin*.	0.600
Poids de l'arbalétrier.	546k
Distance du centre de gravité à la verticale CY.	6m
Moment par rapport au point C	3 276

DEUXIÈME EXEMPLE. — *Poteau de la lanterne.*

	Mètres.
Longueur du poteau.	3.40
Largeur.	0.20
Épaisseur.	0.18
Volume en *mètres cubes*.	0.122
Volume en *décimètres cubes*.	122
Pesanteur spécifique du *chêne*.	1.000
Poids du poteau.	122k
Distance à la verticale CY.	16m.6
Moment par rapport au point C	2 025

TROISIÈME EXEMPLE. — *Lanterne.*

Poids du poinçon.	250k
— du lustre.	1 500
— de la machine.	300
Hommes de service.	420
Imprévu.	500
Poids total.	2 970k
Pour chaque arbalétrier 1/20. . . .	148,5
Distance à la verticale CY.	20
Moment par rapport au point C	2 970

664. Ces trois exemples suffisent pour faire comprendre comment on peut obtenir le moment par rapport à un point, de chacune des pièces de bois, de fer, de zinc, etc., qui entrent dans la composition d'un comble; et l'on sait, par les principes de la statique, que la somme de tous ces moments donnera le moment total ou résultant.

665. C'est ainsi que M. Dupré a opéré pour obtenir le moment, par rapport au point C, de toutes les forces qui agissent sur chacune des vingt demi-fermes du comble que nous étudions, et les résultats de tous ses calculs peuvent être résumés de la manière suivante :

	Moments par rapport au point C.
1° Charpente de la lanterne, couverture, remplissage en plâtre, lustre, machine et poids des hommes de manœuvre, action de la neige et du vent. Le *vingtième*	20 931^{k}
2° Charpentes de l'un des doubles arêtiers assemblés dans les poteaux de la lanterne, moises, ferrures et croix de Saint-André. Pan de bois pour un vingtième du comble, volige, chevron, couverture en zinc et action de la neige et du vent. . .	52 998
Moment de la vingtième partie du comble par rapport au point C.	73 929

666. Le moment résultant de toutes les forces qui agissent sur l'un des arbalétriers étant obtenu, il devenait facile de connaître la poussée horizontale qui a lieu à chacune de ses deux extrémités C, E. Il suffisait, suivant le principe exposé au n° 449, de diviser le moment total

par la hauteur du point E au-dessus de l'horizontale du point C.

Mais cette hauteur étant égale à 8 mètres, on obtient $\frac{73\,929^k}{8} = 9\,241^k$, ou approximativement, 9 250 *kilogrammes* pour la poussée horizontale qui a lieu au pied C de l'arbalétrier, et qui, par conséquent, dans un comble ordinaire, agirait sur le tirant.

667. On se demandera sans doute comment, malgré l'absence de cette pièce si importante, le comble dont il s'agit ici peut être maintenu en équilibre avec des murs tels que ceux qui sont indiqués en coupe sur la *fig.* 24.

En effet, il résulte du calcul précédent que chacun des vingt sommets du polygone est poussé en dehors par une force égale à 9 250 kilogrammes, mais chacune de ces forces coïncidant avec la bissectrice de l'angle correspondant, se décompose, comme nous l'avons dit au n° 610, en deux forces qui agissent par traction, suivant la direction des sablières adjacentes, et si l'on peut parvenir à lier entre elles toutes ces sablières d'une manière indestructible, *la poussée au vide qui agissait sur les murs sera complétement détruite.*

Or par le principe que nous venons de citer, la force F qui agit au point C, suivant la bissectrice de l'angle BCB (*fig.* 19), a pour composante les deux forces F_1 égales chacune à $\frac{F}{2 \cdot \cos \alpha}$; mais dans le cas actuel, l'angle BCB étant égale à 162 degrés, l'angle α moitié de BCB = 81 degrés, et la force F_1 qui agit par traction sur les sablières, est égale à $\frac{F}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{9\,250}{2 \cdot \cos 81^\circ} = 29\,565$ kilogrammes.

668. Ainsi chacune des sablières sera tirée dans le sens de sa longueur par une force égale à 29 565 kilogrammes. Or la sablière S (*fig.* 1) a pour dimensions $0^{m},25$ sur $0^{m},20$, ce qui donne pour section $0^{mq},05 = 50\,000$ millimètres carrés; mais chaque millimètre carré de chêne peut facilement résister à une traction de 1 kilogramme, ce qui donnera, par conséquent, 50 000 kilogrammes pour la résistance de la sablière S dans le sens de sa longueur.

669. Cette force, suffisante pour détruire les 29 565 kilogrammes de traction provenant de la poussée de l'arbalétrier, serait sans aucune valeur si toutes les sablières qui forment la couronne n'étaient pas liées entre elles d'une manière en quelque sorte indestructible; et nous avons déjà dit plusieurs fois que c'est principalement dans cet assemblage que consiste toute la difficulté de la question.

670. Les moyens employés pour résoudre cette partie du problème sont de plusieurs sortes.

671. Pour ne pas affaiblir les sablières par des coupes qui auraient nécessairement diminué leur équarissage, on s'est contenté de les rapprocher bout à bout, comme on peut le voir sur les *fig.* 6 et 7, en taillant les extrémités de ces deux pièces en bizeau, suivant l'angle du polygone dont elles doivent former les côtés, puis on a doublé cette partie de la couronne par une pièce de chêne T, qui est représentée en perspective sur la *fig.* 7, et en projection sur les *fig.* 4 et 6.

672. Les deux sablières S,S et la doublure en chêne T, ont été réunies par quatre boulons, dont on voit la disposition sur les *fig.* 4, 6 et 7, de sorte que les deux sablières se

sont trouvées reliées en dessous par la pièce de chêne dont nous venons de parler, et en dessus par une pièce coudée en fer V, solidement fixée sur les sablières par des vis d'un très-fort échantillon.

673. Les vingt sablières réunies bout à bout au moyen de l'assemblage qui vient d'être décrit, ont formé une première couronne ou polygone en bois de chêne de 500 centimètres carrés de section.

Cette couronne, désignée par la lettre S sur les *fig.* 1, 2, 4, 6, 7 et 9, a reçu les pieds des vingt arbalétriers. La disposition de cet assemblage est suffisamment décrite par les projections 1, 2 et 4, et par la perspective *fig.* 9.

674. Au nombre des moyens employés pour réunir les vingt sablières qui forment la grande couronne, il faut ajouter deux ceintures de fer B projetées sur les *fig.* 1, 2 et 4, et représentées en perspectives par les *fig.* 9, 10, 11 et 12.

Ces trois dernières figures feront facilement comprendre le mode d'assemblage employé pour réunir les vingt barres de fer qui composent chacune de ces deux ceintures; ainsi, la *fig.* 10 contient les barres séparées B.

La *fig.* 11 représente la pièce coudée R destinée à les attacher, et la *fig.* 12 fait voir comment toutes ces pièces ont été réunies.

675. Indépendemment des deux ceintures de fer et du polygone en chêne formé par l'ensemble des sablières S, il existe encore un second polygone formé par les sablières, qui sont désignées par la lettre U sur les *fig.* 1, 2 et 8.

676. Ces pièces, dont l'équarrissage est de 450 centi-

mètres carrés, sont liées par les barres coudées I, et sont d'ailleurs peu exposées à la pression qui, par l'intermédiaire des pièces K des croix de Saint-André, agit presque tout entière sur les arbalétriers inférieurs A.

677. Ainsi, en résumant, les moyens employés pour détruire toutes les poussées au vide qui agissent aux pieds des arbalétriers du comble, sont :

1° La grande couronne en chêne formée par les vingt sablières S reliées à chaque angle (*fig.* 6 et 7) par la pièce de chêne T, par la barre coudée en fer plat V, et par les boulons et les vis projetées sur les *fig.* 2 et 4.

2° Les deux ceintures en fer B projetées sur les *fig.* 1, 2, 4 et 9.

3° La couronne ou polygone formé par les sablières U (*fig.* 1 et 8) et les barres coudées I.

678. Nous allons calculer la somme des résistances produites par la réunion de toutes ces pièces.

679. Les bandes de fer B qui composent les deux ceintures, représentées en projection et en perspective sur les *fig.* 2, 9, 10, 11 et 12, ont chacune 11 centimètres de hauteur sur 2 centimètres d'épaisseur, ce qui donne pour section transversale 22 centimètres carrés = 2 200 millimètres carrés. Or, en comptant suivant l'usage 10 kilogrammes de force pour chaque millimètre carré de section, on aura pour chaque bande 22 000 kilogrammes, et pour les deux 44 000 kilogrammes.

680, La pièce de chêne T (*fig.* 6 et 7) qui forme en quelque sorte l'assemblage des sablières S, avec lesquelles elle est fortement reliée par les quatre boulons et la bande

de fer coudée V, peut être considérée comme faisant partie de la grande couronne ou polygone de chêne qui reçoit les pieds de tous les arbalétriers.

Or, la pièce T a 14 sur 28 centimètres d'équarrissage dans le plan vertical P_1 (*fig.* 4), ce qui donne une section transversale de 392 centimètres carrés ou 39 200 millimètres carrés.

681. Chacune des sablières S a pour dimensions 20 sur 25 centimètres, ce qui donne pour section transversale 500 centimètres carrés = 50 000 millimètres carrés.

682. Par conséquent, si l'on coupe la couronne par un plan vertical dirigée suivant la bissectrice de l'un de ses angles, on obtiendra pour section 39 200 millimètres carrés, et si l'on fait la section perpendiculairement à l'une des sablières, on aura 50 000 centimètres carrés.

Prenons le plus petit de ces deux nombres, et admettant, comme nous l'avons déjà dit (668), qu'une pièce de chêne peut résister avec sécurité à une traction de 1 kilogramme par millimètre carré, nous aurons 39 200 kilogrammes pour la force de résistance de la grande couronne.

683. On pourra objecter que toute la force de traction agira sur les boulons qui traversent les pièces S, et la barre de fer coudée placée au-dessus des sablières : or, dans ce cas (*fig.* 1 et 2) toute l'action aura lieu dans le plan horizorital P_2 qui sépare les sablières S de la pièce T, mais on sait, par les expériences les plus récentes (Morin), que la résistance des boulons à l'arrachement par *glissement* ou par *cisaillement*, est proportionnelle à l'aire de la section transversale du boulon, et que cette résistance est à peu près la même que celle d'une barre de même section

exposée à une traction longitudinale; or, le diamètre de chaque boulon étant $0^m,027$, on aura pour section transversale 572 millimètres carrés, et pour les quatre boulons 2 289 millimètres carrés, la barre coudée en fer plat qui est au-dessus des sablières a pour dimensions $0^m,08$ sur $0^m,02$, ce qui donne 1 600 millimètres carrés qui, ajoutés avec le nombre précédent, feraient $2\,289 + 1\,600 = 3\,889$ millimètres carrés. Or, en comptant comme précédemment 1 kilogramme par millimètre carré, on aura une force de 38 890 kilogrammes.

684. Par conséquent, si l'on estime la force de la couronne par la section transversale du bois (682), on aura 39 200 kilogrammes, et si l'on préfère compter sur la force des quatre boulons et de la barre coudée en fer plat V, on aura une force de 38 890 kilogrammes; on pourra donc compter 38 000 kilogrammes pour la force de traction estimée suivant la circonférence de la grande couronne formée par les sablières S.

685. Ainsi nous avons pour la couronne

de chêne.	38 000 kil.
Pour les deux ceintures de fer.	44 000
Ajoutons 10 000 kilogrammes pour la couronne formée par les sablières U (*fig.* 1 et 8).	10 000
Total.	92 000 kil.

On aura donc une puissance de 92 000 kilogrammes pour résister à la force de 29 565 kilogrammes qui agit par traction dans la direction des sablières.

686. Cette force sera encore augmentée par la résistance que les matériaux, qui composent les deux latis et

la couverture, oppose à l'affaissement du comble; car il est évident que cet affaissement, qui équivaudrait à un développement de la surface conique, ne pourrait avoir lieu que par un déchirement de cette surface.

687 Enfin, si l'on pouvait supposer que, malgré toutes les précautions que nous venons d'indiquer, il pût encore exister une faible poussée horizontale; il est évident que cette force ne pourrait renverser le pied droit angulaire fortifié par les deux colonnes engagées (*fig.* 13) qu'autant que cette partie de la construction serait isolée. Mais l'enchevêtrement des pierres, et la force provenant de la cohésion des mortiers qui remplissent leurs joints, autorisent à considérer la zone de maçonnerie comprise entre le bandeau supérieure des fenêtres et le plan de naissance de la surface supérieure du comble *fig.* 23 comme formant une dernière ceinture en pierres, dont la force estimée suivant la direction des murs, peut être ajoutée à toutes celles que nous avons déjà obtenues.

688. On ne doit pas oublier, d'ailleurs, que, dans toutes les évaluations précédentes, nous n'avons eu égard qu'à la force de résistance que l'on peut attribuer aux matériaux avec **sécurité**, et l'on sait que cette force n'est environ que la *dixième* partie de celle qui serait nécessaire pour déterminer la rupture, d'où il résulte que la limite de résistance provenant de la réunion de toutes les ceintures de bois, de fer et de pierres qui s'opposent à la poussée des arbalétriers, serait égale au moins à dix fois 92 000 kilogrammes, c'est-à-dire à 920 000 kilogrammes, tandis que la force de traction agissant dans la direction des sablières, est seulement égale à 29 565 kilogrammes.

689. Pour connaître qu'elle est la force qui agit par

compression sur le pied de l'arbalétrier inférieur, on décomposera la poussée horizontale F (*fig.* 22) suivant les deux forces F_1 et F_2, la première, verticale, agit sur le mur, et la seconde

$$F_2 = \frac{F}{\cos FCF_2} = \frac{9\,250^k}{\cos 25 \text{ degrés}} = 10\,205 \textit{ kilogrammes.}$$

exprime la force qui agit par compression sur le pied de l'arbalétrier. Or la section transversale de cette pièce est égale à $20^c \times 30^c = 600$ centimètres carrés, ce qui donne à peu près 17 kilogrammes par centimètre carré de section.

Mais le sapin peut supporter avec sécurité 40 kilogrammes de pression parallèlement à la direction des fibres, et l'écrasement exigerait une force de 400 kilogrammes.

690. Si l'on a bien compris comment le constructeur habile du comble que nous venons d'étudier est parvenu à détruire complétement la poussée au vide, on ne sera plus aussi étonné de la faiblesse apparente des murs qui forment les seuls points d'appui de ces immenses fermes sans tirants.

En effet, par la liaison des sablières et des matériaux qui forment la couverture, le tout ne forme plus qu'un cône très-évasé, que l'on aurait simplement posé sur les murs comme le couvercle d'une boîte. Les murs n'ont alors a résister à **aucune poussée horizontale**, et le poids total du comble étant réparti également sur toute l'étendue de la couronne formée par les sablières, il suffit que le mur d'enceinte ait, en chacun de ses points, la force nécessaire pour résister à la pression verticale qui lui correspond.

691. Or le poids total de la charpente du comble et de la couverture est estimé par M. Duprez à. . . . . 193 460 kil.

Le poids de la maçonnerie comprise entre les fenêtres et la naissance du comble est de. 1 548 000

Total. . . . . 1 741 460 kil.

Mais la section faite au milieu de la hauteur des fenêtres par le plan horizontal P donne, pour la somme des parties coupées, une surface de $37^{mq},62 = 376\,200$ centimètres carrés. La pierre ferme de Conflans, employée à Paris, peut être chargée avec sécurité de 9 kilogrammes par centimètres carrés; ainsi on aura une force de $376\,200 \times 9^k = 3\,385\,800$ kilogrammes pour résister au poids de 1 741 460 kilogrammes provenant du comble et de la maçonnerie qui est au-dessus des fenêtres.

LIVRE III.

EXÉCUTION DES OUVRAGES DE CHARPENTE.

CHAPITRE PREMIER.

Principe général.

692. On a pu reconnaître, en parcourant les deux livres qui précèdent, que l'exécution des constructions en charpente se compose de deux parties bien distinctes, savoir :

1°. *L'étude complète du projet ;*

2° *L'exécution de toutes les parties de l'édifice.*

693. La série des opérations nécessaires pour exécuter un édifice en charpente peut être énoncée ainsi :

1° Étudier le projet sous le rapport de la distribution architecturale, et faire un dessin d'ensemble sur lequel chaque pièce sera projetée et cotée provisoirement, suivant les dimensions qu'elle doit avoir en exécution.

2° Discuter le projet précédent, et s'assurer qu'il satisfait à toutes les conditions d'équilibre et de stabilité exigées par le but auquel l'édifice est destiné. Cette seconde étude pourra motiver des changements dans l'équarissage

ou dans la direction de quelques-unes des pièces indiquées sur le dessin précédent.

3° Quand les directions et grosseurs de toutes les pièces seront déterminées, on recherchera quel est le genre d'assemblage qui convient le mieux pour chaque pièce, et l'on fera les épures relatives à cette partie de la question.

4° On fera également les épures pour les pièces de bois dont la forme plus ou moins contournée exigera des études particulières.

5° Enfin, on procédera aux opérations nécessaires pour tracer et tailler les pièces de bois et leurs assemblages.

Tracé des assemblages.

694. Jusqu'à présent, et pour ne pas distraire des études géométriques, j'ai peu insisté sur la manière de tracer les pièces de bois.

Il y a d'ailleurs des choses que l'on apprend beaucoup mieux dans un chantier que dans un livre, et si l'on peut voir travailler les ouvriers, ou travailler soi-même sous la direction d'un praticien habile, cela vaudra mieux que tout ce que l'on pourra dire à cet égard.

695. Cependant, pour donner au lecteur une idée générale des procédés en usage dans la pratique, je supposerai que l'on veut tracer les assemblages des pièces qui entrent dans la construction d'un pan de bois.

696. La surface sur laquelle on opère pour tracer les pièces de charpente, est une plate-forme horizontale et bien nivelée.

697. L'épure tracée en grand sur cette surface se nomme *ételon*.

698. La première chose à faire est de déterminer l'*axe* de chaque pièce, c'est-à-dire la droite qui exprime sa direction. Cette ligne joint ordinairement les centres de figure des sections que l'on obtiendrait en coupant la pièce par deux plans perpendiculaires à sa plus grande dimension, et le plus près possible de ses extrémités.

699. Si la pièce dont il s'agit était parfaitement droite et prismatique, l'axe serait parallèle aux arêtes.

700. Après avoir placé horizontalement et en dessus la face que l'on veut faire coïncider avec le parement principal de l'édifice à construire, on fait, aux extrémités de la pièce, deux sections perpendiculaires à cette face de parement, et l'on détermine aussi exactement que possible le centre de chacune des deux sections. En plaçant un fil à plomb qui passe par chacun des points ainsi obtenus, il sera facile de battre avec un cordeau une droite qui sera l'intersection du plan qui contient la face de parement par le plan vertical qui contient l'axe de la pièce.

701. On aura le soin, au moyen des fils à plomb, de tracer les deux verticales qui contiennent les centres des sections extrêmes.

702. Cela étant fait, on donnera *quartier*, c'est-à-dire que l'on fera faire à la pièce un quart de révolution autour de son axe, et quand on aura vérifié la position actuellement horizontale des deux verticales précédemment obtenues, on tracera au cordeau l'intersection du plan vertical

qui contient l'axe, avec le plan qui forme actuellement la face supérieure de la pièce, et continuant ainsi, on obtiendra les intersections des quatre faces par deux plans qui se coupent à angles droits suivant l'axe, et dont l'un est perpendiculaire à la face de parement. C'est ce qu'on appelle *ligner une pièce de bois*.

703. Lorsque toutes les pièces d'un pan de bois sont *lignées*, on les dispose horizontalement sur le chantier, en plaçant l'axe de chaque pièce dans la direction déterminée par le projet.

704. Tant que les assemblages ne sont pas taillés, on ne peut pas amener dans le même plan toutes les faces qui doivent coïncider avec le parement. Dans ce cas, on établit d'abord horizontalement les pièces principales sur lesquelles on place les pièces secondaires, en les croisant suivant les angles déterminés par la direction qu'elles doivent avoir lorsqu'elles seront mises en place.

705. Le tout étant disposé de cette manière, on conçoit comment, avec un fil à plomb, il sera facile de tracer les lignes suivant lesquelles, par exemple, les faces de la pièce qui est dessous seront coupées par le prolongement des faces de la pièce superposée; et réciproquement, les intersections des faces de cette dernière pièce, par le prolongement des faces de la pièce inférieure, chacune des deux pièces servant en quelque sorte de règle pour tracer son assemblage avec l'autre. Avant de tracer ces lignes, on marque avec un compas les points qui doivent déterminer leurs directions; c'est ce qu'on appelle *piquer les bois*.

706. Dans les charpentes communes, les arêtes et les

faces des bois sont souvent contournées en tous sens, et la coïncidence des faces de joint ne peut alors être établie qu'en taillant en creux dans l'une de ces faces, tout ce qui est en saillie sur l'autre : cela s'appelle observer *la polène*. On y parvient en mesurant avec le compas sur la face qui contient les parties creuses, les quantités qu'il faut laisser en saillie sur la face correspondante. Mais souvent, lorsque les pièces ont une épaisseur suffisante, il vaut mieux applanir les deux faces que l'on veut mettre en joint.

707. Quand tous les assemblages sont tracés et taillés, on assemble les pièces sur le chantier, pour s'assurer qu'elles sont bien en joint, et corriger les défauts des assemblages qui n'auraient pas été tracés ou taillés avec une précision suffisante.

Si le travail est exact, on démonte le pan de bois, dont on a soin de repérer toutes les pièces, afin d'éviter les tâtonnements ou les erreurs au moment de la mise en place.

708. L'espace nécessaire pour effectuer le travail que nous venons de décrire est souvent considérable, c'est pourquoi, dans un chantier, on exécute successivement tous les pans de bois sur le même ételon.

709. Or il arrive souvent que plusieurs pans de bois ont des pièces communes, où du moins dont les projections sont communes, comme, par exemple, lorsque l'on construit plusieurs cloisons parallèles dans un même bâtiment, les planchers des différents étages d'une maison, ou les travées successives d'un comble destiné à couvrir une longue galerie. Dans ce cas, il est essentiel de conserver bien exactement sur l'ételon les axes de toutes les pièces communes aux différents pans de bois que l'on doit construire.

710. Lorsque l'on doit exécuter un pan de bois incliné,

on le projette sur un plan qui lui est parallèle et que l'on rabat sur l'épure. La figure que l'on obtient ainsi se nomme la *herse*, comme nous l'avons vu dans presque toutes les études des combles à faces planes, et l'on comprendra facilement que cette opération a pour but de déterminer exactement la place que chaque pièce de bois doit occuper sur l'ételon lorsque l'on veut tracer les assemblages.

711. La méthode que nous venons d'indiquer est également employée pour tracer les assemblages des courbes planes que l'on établit sur le chantier horizontalement, et l'une au-dessus de l'autre, en les croisant comme les pièces droites aux endroits où doivent exister les assemblages, dont il est facile alors de tracer et de vérifier les lignes principales.

712. Il résulte de ce qui précède que pour l'exécution des bois droits et de quelques courbes planes, une grande partie des lignes d'assemblage peut être tracée directement sur le chantier, sans qu'il soit nécessaire de les établir sur les épures; mais il n'en est pas de même des *courbes à double courbure* (133 *Introd.*).

713. Ces pièces ne peuvent pas être disposées sur la plate-forme horizontale du chantier comme les pièces droites et les courbes planes, et l'on ne peut arriver à un résultat exact et facile à vérifier, qu'en déterminant avec le plus grand soin *sur les épures* toutes les lignes qui doivent être tracées sur le bois.

714. Les méthodes qu'il faut employer, dans ce cas, feront le sujet du chapitre suivant.

CHAPITRE II.

COURBES A DOUBLE COURBURE.

715. Les méthodes employées pour exécuter les pièces à double courbure diffèrent essentiellement de celles qui sont en usage pour tracer et tailler les assemblages des pièces droites et des courbes planes.

716. On a vu dans le chapitre précédent, que la plus grande partie de ces dernières opérations peut être exécutée directement sur les pièces de bois et dans le chantier, tandis que la taille des pièces à double courbure doit être précédée et préparée par des épures complètes, sur lesquels tous les points essentiels et toutes les courbes à tracer devront être déterminées avec la plus grande exactitude.

717. L'étude de ces méthodes, d'ailleurs, n'est pas seulement utile aux charpentiers, elle est encore nécessaire aux menuisiers en bâtiments, pour la construction des escaliers, aux fabricants de meubles, et surtout aux ouvriers en fauteuils, aux constructeurs de modèles pour les fondeurs et les mécaniciens, etc.

718. Avant d'aller plus loin, j'engage le lecteur à lire avec attention tout ce que j'ai dit dans l'introduction, depuis le n° 133 jusqu'à la fin. Cela est indispensable pour comprendre les épures suivantes.

719. Pour fixer les idées, nous supposerons (*Pl.* 39) qu'il s'agit d'exécuter une pièce courbe, dont les faces appartiendraient à quatre cylindres circulaires, concentriques deux

à deux, savoir : les deux cylindres verticaux qui ont pour axe commun la droite OO′ (*fig.* 7 et 9), et pour sections droites directrices les circonférences BB,CC (*fig.* 9), et les deux cylindres inclinés, dont l'axe commun, parallèle au plan vertical de projection, est projeté sur ce plan par la droite U′U′, et sur le plan horizontal par UU. Les sections droites directrices de ces deux cylindres sont les circonférences D″D″, E″E″ (*fig.* 13). Ces courbes, provenant de la section des deux cylindres D′ et E′ par le plan A″Y″ perpendiculaire à leur axe commun, ont été rabattues sur le plan horizontal A″Z″ en tournant autour de l'horizontale projetante du point A″.

720. Les arêtes de la pièce à double courbure qu'il s'agit d'exécuter, devront être obtenues en appliquant quatre fois le principe que nous avons exposé au n° 204 de l'introduction, et par lequel on détermine la courbe d'intersection de deux cylindres.

721. On peut, si l'on veut, construire les quatre courbes à la fois; ainsi, par exemple, on coupera les quatre cylindres par le plan P_3 parallèle aux deux axes, et par conséquent au plan vertical de projection. Ce plan coupera chaque cylindre suivant deux génératrices, ce qui fera, par conséquent, huit droites désignées sur toutes les figures par le n° 3. Ces droites étant toutes situées dans le même plan, se couperont suivant seize points. En effet, chacune des génératrices des cylindres verticaux B et C perçant deux fois chacun des cylindres inclinés, il s'ensuit que chaque génératrice verticale contiendra quatre points, et, par conséquent, les quatre génératrices en contiendront seize, qui seront situés deux à deux sur les génératrices du second cylindre.

La même opération étant recommencée, on obtiendra autant de points que l'on voudra sur chacune des quatre courbes.

722. On remarquera cependant que les plans P_2 et P_4 qui sont tangents aux deux cylindres intérieurs C (*fig.* 9) et E″ (*fig.* 13), ne contiendront chacun que douze points.

723. Les plans P_1 et P_5 tangents aux cylindres extérieurs B et D″, n'en contiendront que quatre, et tous les plans compris entre P_1 et P_2 ou bien entre P_4 et P_5 n'en contiendront chacun que huit.

724. Ainsi en résumant, si l'on commence par le plan P_1 et que l'on avance vers le plan vertical de projection, on trouvera :

Quatre points situés dans le plan P_1
Huit dans chacun des plans situés entre P_1 et P_2
Douze dans le plan P_2
Seize dans chacun des plans situés entre P_2 et P_4
Douze dans le plan P_4
Huit dans chacun des plans situés entre P_4 et P_5
Quatre dans le plan P_5

725. **Exécution des pièces de bois à double courbure.** Nous venons de dire comment on peut obtenir les projections de la pièce demandée; il faut voir actuellement par quels moyens on pourra déduire cette pièce d'un bloc de bois donné.

726. Les méthodes que l'on emploie dans ce cas sont très-simples, et consistent à tailler successivement chacune des faces de la pièce.

Mais *comment doit-on s'y prendre pour tailler ces faces?*

Par laquelle faut-il commencer?

Quelle est la forme primitive qu'il convient le mieux de donner au morceau de bois duquel la pièce doit être déduite?

Ce sont là trois questions extrêmement importantes que nous allons résoudre successivement.

727. Si les dimensions de la pièce que l'on veut obtenir sont assez peu considérables pour que l'on puisse trouver un bloc de bois qui contienne la courbe tout entière, on pourra la construire d'un seul morceau, et dans ce cas, il faudra opérer de la manière suivante :

On construira (*fig.* 7) le parallélogramme $a'a'p'p'$ circonscrit à la projection verticale de la pièce demandée, et le rectangle $aacc$ circonscrit à la projection horizontale de la même pièce.

Ces deux figures seront les deux projections du parallélipipède que l'on doit tailler d'abord.

728. On rabattra le rectangle $a'a'c'''c'''$ (*fig.* 7), et l'on construira dans ce rectangle les deux arcs d'ellipses B''' et C''', suivant lesquels les cylindres BB' et CC' sont coupés par le plan projetant P_6 du rectangle $a'a'c'''c'''$.

Les deux courbes B''' et C''' peuvent être facilement construites par leurs axes (85, *introd.*) ou par points.

729. On n'a pas toujours sur l'épure la place suffisante pour employer la construction des ellipses par leurs axes, et d'ailleurs il est nécessaire de marquer et de conserver sur les courbes B''' et C''' les points suivant lesquels le plan P_6 du rectangle $a'a'c'''c'''$ est percé par les génératrices verticales des deux cylindres concentriques BB', CC'. Ces points, dont les projections verticales sont situées sur la

ligne $a'a'$, se rabattront sur des perpendiculaires à cette droite, et leur distance à cette même ligne seront données, sur la projection horizontale (*fig.* 9), par la distance des mêmes points à la droite aa.

Ainsi, par exemple, la distance em du point m de l'arc de cercle C à la droite aa (*fig.* 9) donnera la distance $m'm''$ du point m''' de l'ellipse C''' à la droite $a'a'$ (*fig.* 7).

En opérant de la même manière, on obtiendra tous les points des deux arcs d'ellipses C''' et B'''.

730. On pourrait rabattre également la face rectangulaire, dont la projection sur la *fig.* 7 coïncide avec la droite $p'p'$, mais la figure que l'on obtiendrait dans ce cas serait évidemment égale à celle que nous venons de construire, puisque ces deux figures sont les sections des mêmes cylindres par les deux plans parallèles P_6 et P_7 qui contiennent les faces opposées $a'a'$ et $p'p'$ du parallélipipède enveloppe.

731. Supposons actuellement que l'on ait taillé (*fig.* 1) le parallélipipède AQ, dont la base AAPP serait égale au parallélogramme $a'a'p'p'$ de la *fig.* 7, et dont la hauteur AC serait égale à la droite ac de la *fig.* 9.

On appliquera le rectangle $a'a'c'''c'''$ de la *fig.* 7 sur la face PPQQ, et sur celle qui lui est opposée *fig.* 1, puis on piquera sur le bois les points de repères qui ont été marqués et numérotés à cette intention sur les deux ellipses C''' et B''' de la *fig.* 7.

732. Au lieu de piquer sur le bois (*fig.* 1) les deux arcs d'ellipses tracés dans le rectangle $a'a'c'''c'''$ (*fig.* 7), on peut découper cette figure et s'en servir comme d'un pistolet pour tracer (*fig.* 1) les deux courbes B et C sur lesquelles

on établira ensuite les chiffres qui indiquent les points de repères.

733. Enfin on peut encore construire directement ces ellipses en opérant sur le bois, comme nous l'avons fait pour les tracer dans l'intérieur du rectangle $a'a'c'''c'''$ (*fig.* 7).

734. Lorsque les ellipses C et B auront été tracées sur chacune des deux faces opposées du parallélipipède (*fig.* 1), on enlèvera le bois avec précaution jusqu'à ce que l'on puisse appliquer partout le bord d'une règle qui passe toujours par les points désignés par les mêmes chiffres sur les deux ellipses égales et parallèles C,C.

Il est évident que par cette opération on aura taillé la surface concave du cylindre qui a pour directrice l'arc d'ellipse C.

En opérant de la même manière, on taillera la surface convexe du cylindre qui a pour directrices l'arc d'ellipse B.

735. Lorsque l'on aura taillé ces deux surfaces cylindriques, le morceau de bois sera *débillardé*, et l'opération que nous venons de décrire se nomme **débillardement**.

736. Supposons que la pièce de bois soit transportée (*fig.* 2), on tracera sur les faces cylindriques taillées précédemment les génératrices des deux cylindres B et C.

Les positions de ces génératrices seront déterminées par les points de repère qui ont été marqués et conservés à cette intention sur les ellipses C''' et B''' du rectangle $a'a'c'''c'''$ (*fig.* 7).

737. Lorsque ces droites seront tracées sur les surfaces convexe et concave des deux cylindres que l'on vient de

tailler, on y établira tous les points qui ont servi à déterminer les quatre courbes à double courbure qui forment les arêtes de la pièce demandée.

738. On obtiendra la position de chacun de ces points sur la *fig.* 2, en prenant, avec le compas sur la *fig.* 7, la portion de génératrice comprise entre le point que l'on veut obtenir, et le plan P_6 qui contient le rectangle rabattu $a'a'c'''c'''$.

Ainsi, par exemple, on obtiendra la position du point N de la *fig.* 2, en faisant la distance NX de cette figure égale à la partie $n'x'$ de la génératrice correspondante *fig.* 7.

On remarquera sans doute, que sur la *fig.* 2 on voit la surface du cylindre C, tandis que la même surface est cachée sur la *fig.* 7. C'est pourquoi la génératrice $x'n'$, qui est située à droite de la *fig.* 7, est au contraire placée à gauche sur la *fig.* 2.

739. Au lieu de prendre avec le compas sur la *fig.* 7, les parties de génératrices que l'on veut reporter sur la *fig.* 2, on peut développer (173, *introd.*) les deux parties de surfaces cylindriques qui ont pour traces les arcs de cercles B et C de la *fig.* 9. Ces développements (*fig.* 11) étant appliqués sur les faces cylindriques de la pièce débillardée (*fig.* 2), on piquera les points des quatre courbes qui forment les arêtes de la pièce demandée.

740. Cela étant fait, on coupera le bois en dehors et en dedans comme on le voit sur la *fig.* 3, en ayant soin de placer souvent la règle sur les points correspondants des courbes directrices, afin de s'assurer que les surfaces ainsi obtenues sont bien exactement cylindriques.

Au lieu de commencer par le cylindre C, comme nous venons de le faire, on peut tailler d'abord le cylindre B.

741. **Pièces de charpente.** Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que la pièce à double courbure que l'on voulait obtenir devait être construite d'un seul morceau. Cela se fait quelquefois lorsqu'il s'agit d'un objet de petite dimension, comme, par exemple, d'un ornement de meuble ou d'un modèle pour la fonte d'une pièce de machine ; mais, dans la charpente, cela n'a jamais lieu, pour deux causes que l'on concevra facilement.

742. La première, c'est qu'il serait souvent très-difficile de se procurer un morceau de bois assez gros pour qu'il puisse contenir la pièce tout entière que l'on veut tailler.

743. La seconde, qui est encore plus importante, c'est que la courbe obtenue, en supposant qu'elle puisse être construite d'une seule pièce, n'aurait pas la même force dans tous les points de sa circonférence. En effet, si les fibres du bois que l'on aura employé sont parallèles aux cylindres B,C, il est évident qu'elles seront tranchées dans toute la partie de courbe qui est à peu près parallèle aux cylindres D,E, tandis qu'au contraire si les fibres sont parallèles à ces derniers cylindres, elles seront tranchées dans les deux parties où la courbe est presque parallèle aux premiers.

744. C'est pourquoi, lorsque l'on veut exécuter une pièce dont la courbure très-sensible est contournée dans tous les sens, on la partage en un assez grand nombre de parties, pour que chacune d'elles puisse satisfaire à ces deux conditions :

1° *Qu'elle soit comprise dans les limites des pièces de bois dont on peut disposer ;*

2° *Que les fibres du bois employé conservent la plus grande longueur qu'il sera possible.*

Ainsi, par exemple, pour exécuter la pièce qui fait le sujet de cette étude, on pourra la décomposer en quatre parties comprises entre les plans projetants des deux diagonales $a'p'$.

Chacune de ces parties aura pour faces de joints les quadrilatères dont les projections sur la *fig.* 7 se confondront avec les traces des plans coupants P_8 et P_9.

Les parties courbes de charpente comprises dans les angles $a'Sp'$ pourront alors être déduites de pièces de bois dont les fibres seraient parallèles aux cylindres B et C, tandis que les pièces comprises dans les angles $a'Sa'$ ou $p'Sp'$ seront prises dans des prismes dont les fibres seraient parallèles aux cylindres D et E.

745. Quant à la manière d'opérer, elle différera peu de ce que nous avons dit plus haut. Ainsi, par exemple, si l'on veut construire l'une des deux pièces comprises dans l'angle $a'Sp'$, on pourra la déduire d'un prisme vertical et rectangulaire qui aurait pour base le rectangle $bbbb$ de la *fig.* 9 et pour projection verticale le rectangle $b'b'b'b'$ de la *fig.* 7, et si l'on veut construire la pièce courbe comprise dans l'un des deux angles $a'Sa'$ ou $p'Sp'$ on pourra la déduire du parallélipipède rectangle incliné qui aurait pour base le rectangle $d''d''d''d''$ de la *fig.* 13 et pour projection sur la *fig.* 7 le rectangle $d'd'd'd'$.

Les arcs de cercles compris dans le rectangle b—b de la *fig.* 9, seront les directrices des deux cylindres B et C qui comprennent la courbe située dans l'un des angles $a'Sp'$, et les arcs de cercles compris dans le rectangle d''—d'' de la *fig.* 13, seront les directrices des deux cylindres inclinés D et E qui comprennent la pièce dont la pro-

jection verticale est située dans l'un des angles $a'Sa'$ ou $p'Sp'$ de la *fig.* 7.

Les rectangles b—b de la *fig.* 9 ou d''—d'' de la *fig.* 13 étant appliqués sur les faces des parallélipipèdes correspondants, on tracera les arcs de cercles et l'on taillera les surfaces cylindriques.

746. Quand le morceau de bois sera *débillardé*, comme on le voit sur la *fig.* 4, on tracera les courbes à double courbure, en opérant comme nous l'avons dit au numéro 738, ou en appliquant les développements de la *fig.* 11 sur les surfaces cylindriques de la pièce débillardée.

747. Pour tailler la partie de courbe comprise dans l'angle $g'Sg'$, *fig.* 7, on pourra opérer de plusieurs manières.

Première méthode. On pourrait déduire la pièce demandée d'un parallélipipède qui aurait pour projection verticale le parallélogramme $Sg'sg'$, et pour projection horizontale le rectangle $gggg$.

Dans ce cas, les directrices du débillardement feraient partie des deux ellipses C''' et D''' du rectangle $a'a'c'''c'''$.

748. *Deuxième méthode.* On peut remplacer le parallélogramme $Sg'sg'$, *fig.* 7, par le rectangle $g'g'g'g'$, de sorte que le parallélipipède qui doit contenir la pièce demandée sera rectangulaire. Il en résultera cet avantage, que les directrices du débillardement seront les arcs de cercles B et C du rectangle g—g, *fig.* 9; au lieu des ellipses B''' et C''' du rectangle a'—c''', *fig.* 7.

Mais cette deuxième méthode exigera en apparence plus de bois que la première.

Je dis en apparence, car le parallélipipède oblique

employé dans le premier cas ne pourrait être taillé que dans un parallélipipède rectangle égal à celui qui serait nécessaire dans la seconde méthode.

749. Au surplus, dans l'exécution des pièces de charpente, l'économie sur la longueur du bois n'a qu'une importance secondaire. Ce qui est beaucoup plus essentiel, comme nous l'avons déjà dit tant de fois, c'est d'éviter de trancher les fibres, et pour cela il faut tâcher que la plus grande longueur de la pièce demandée soit parallèle, autant que possible, aux fibres de l'arbre employé pour la construire.

750. *Troisième méthode.* On satisfera en partie à cette condition en employant un parallélipipède dont la projection verticale serait le rectangle *h'h'h'h'*, *fig.* 7, et dont l'épaisseur serait égale à la droite *ac* de la *fig.* 9; mais il est encore facile de reconnaître, par cette dernière projection, qu'un grand nombre de fibres seraient tranchées par le débillardement des deux cylindres concentriques B et C; et l'on conçoit en même temps que si l'on parvient à réduire les dimensions du rectangle circonscrit à la projection horizontale *fig.* 9, le déchet, et par conséquent la section des fibres, seront diminuées d'autant. Nous serons donc conduits, par les considérations qui précèdent, à employer la méthode suivante.

751. *Quatrième méthode.* On projettera la pièce qu'il s'agit d'exécuter, sur le plan vertical P_{10} qui contient les génératrices 10 et 11 du cylindre C, *fig.* 9.

La projection que l'on obtiendra *fig.* 8, se déduira de la *fig.* 9, en prenant sur la *fig.* 7 les hauteurs de chaque point au-dessus d'un plan horizontal quelconque.

Lorsque la projection auxiliaire de la pièce de bois sera complète sur la *fig.* 8, on enveloppera cette projection par le parallélogramme $z^{IV}z^{IV}z^{IV}z^{IV}$.

Les plus grands côtés de ce parallélogramme seront les traces de deux plans P_{12} et P_{13} perpendiculaires au plan vertical de projection P_{10} et si l'on conçoit (*fig.* 9) un quatrième plan P_{11} parallèle à P_{10} il est évident que les quatre plans P_{10} P_{11} P_{12} et P_{13} seront les limites d'un prisme rectangulaire entre les faces duquel la pièce demandée sera comprise, et les fibres du bois parallèles à ces quatre faces seront, à très-peu de choses près, parallèles à la plus grande longueur de la pièce, ce qui aura pour double conséquence de diminuer le nombre des fibres tranchées et la grosseur du morceau de bois nécessaire.

752. La pièce que l'on veut tailler étant comprise entièrement dans le parallélipipède qui a pour l'une de ses faces le parallélogramme z^{IV}—z^{IV}, *fig.* 8, et pour épaisseur la droite *ou* de la *fig.* 9, on rabattra le rectangle $z^{IV}z^{IV}x^{V}x^{V}$, puis, en opérant comme nous l'avons dit au numéro 729, on construira les deux ellipses B^{IV} et C^{IV} suivant lesquelles les deux cylindres verticaux B et C seront coupés par les plans P_{12} et P_{13} de la *fig.* 8.

Ces courbes, tracées sur les faces correspondantes du parallélipipède enveloppe Z—Z (*fig.* 12), serviront de directrices pour tailler les surfaces des deux cylindres verticaux B et C, et quand la pièce sera débillardée, on agira pour le reste comme dans tous les exemples précédents.

753. *Cinquième méthode.* Si l'on ne pouvait pas se procurer un morceau de bois assez long pour que l'on puisse en tirer le prisme qui a pour face le parallélogramme

z^{IV}—z^{IV} on remplacerait cette figure par le rectangle $o^{IV}r^{IV}o^{IV}r^{IV}$, le solide enveloppe serait alors rectangulaire, et dans ce cas il faudrait rabattre non-seulement les faces $o^{IV}o^{IV}u^{V}u^{V}$ et $r^{IV}r^{IV}v^{V}v^{V}$, mais encore les deux faces $o^{VI}u^{VI}r^{VI}v^{VI}$ et $o^{VII}u^{VII}r^{VII}v^{VII}$, car sans cela on n'aurait qu'une partie des directrices nécessaires pour exécuter le débillardement.

Ces quatre figures étant appliquées sur les faces correspondantes du parallélipipède rectangle OR (*fig.* 12), on taillera les surfaces cylindriques et l'on opérera pour le reste comme dans tous les cas précédents *fig.* 10.

754. Nous n'avons pas parlé des tenons et des mortaises, parce que dans l'application les pièces de charpente ne seront pas immédiatement réunies comme nous l'avons supposé sur la *fig.* 7, mais elles seront assemblées comme on le voit sur la *fig.* 6, dans une lierne ou dans un poinçon L situé à la place du joint.

Il s'ensuit qu'en supposant les deux pièces M et N prolongées jusqu'au plan P il restera toujours, lorsque ces pièces seront taillées, un excédent de longueur suffisant pour faire les tenons.

Pénétrations.

755. Nous avons étudié sur les planches 31, 32, etc., plusieurs exemples dans lesquels deux combles à surfaces courbes se rencontrent suivant des courbes planes; mais cela n'a pas toujours lieu ainsi.

Souvent, au contraire, la pièce de bois qui forme l'*arête* ou *arêtier* est à double courbure, et l'exécution de cette

pièce dépend alors des principes que nous venons d'exposer.

Lunette droite.

756. Supposons que la *fig.* 3 de la *Pl.* 40 soit la section droite d'un berceau cylindrique horizontal.

Il s'agit d'exécuter toutes les parties de la pièce courbe suivant laquelle ce berceau, que je nommerai A, pénètre la surface cylindrique et circulaire d'un second berceau horizontal B, dont la section droite est projetée sur la *fig.* 5.

Pour ne pas embarrasser les épures, on n'a conservé que les pièces courbes des combles, mais il ne faut pas oublier (331) qu'à l'exception des cas où les berceaux ont un très-faible diamètre, on doit en rattacher toutes les pièces à des fermes de bois droits sans lesquelles aucun berceau cylindrique ne peut conserver sa forme primitive.

757. Les cintres des deux berceaux étant déterminés par leurs sections droites projetées sur les *fig.* 3 et 5, la première opération que l'on doit faire consiste à déterminer les projections horizontales des quatre arêtes de la courbe arêtière.

Cela revient évidemment à chercher les courbes suivant lesquelles les deux cylindres concentriques qui forment les surfaces extérieure et intérieure du berceau A, *fig.* 3, rencontrent les deux cylindres qui forment les surfaces du berceau B, *fig.* 5.

758. On pourra opérer comme nous l'avons déjà fait au n° 721.

Ainsi, pour obtenir le point m,m' de la courbe *aca*,

fig. 14, on supposera que les deux berceaux sont coupés par un plan horizontal $p-p$, *fig.* 3 et 5.

Ce plan coupera le berceau A suivant les deux génératrices horizontales $m^{\text{IV}}m$, *fig.* 14, et le cylindre B suivant la génératrice $m'm$. Les points suivant lesquels cette droite est rencontrée par les lignes $m^{\text{IV}}m$ feront partie de la courbe cherchée.

La construction qui précède revient évidemment à chercher les points suivant lesquels l'un des cylindres est percé par les génératrices de l'autre, opération dont la simplicité, dans le cas actuel comme dans l'exemple précédent, provient surtout de ce que l'un des deux cylindres *fig.* 5 est perpendiculaire au plan de projection (204, *introd.*).

En effet, les arcs de cercle $a'c'$, $o'u'$ peuvent être considérés comme les projections verticales des courbes demandées dont les points mm seront alors déterminés sur la *fig.* 14, en abaissant de leurs projections verticales m',u' des perpendiculaires à la ligne AZ.

759. On peut facilement construire en même temps les quatre arêtes de la pièce courbe demandée (721), mais, pour éviter la confusion, on indiquera par des hachures les quadrilatères suivant lesquels la pièce est coupée, *fig.* 3, par les plans $o'b''$,$o'm''$,$o'd''$ dans lesquels sont situées les génératrices correspondantes des deux cylindres qui forment les surfaces extérieure et intérieure de l'un des berceaux.

Chacun de ces quadrilatères, *fig.* 14, est formé par deux côtés droits faisant partie des génératrices du berceau A, *fig.* 3, et par deux côtés courbes provenant des ellipses suivant lesquelles les surfaces cylindriques du berceau B sont coupées par les plans $o'b''$,$o'm''$,$o'd''$ de la *fig.* 3.

En construisant quelques points éloignés, on détermi-

nera plus exactement les côtés courbes des quadrilatères demandés.

760. Les deux projections de la courbe arêtière étant déterminées, il reste à tracer sur le bois toutes les lignes nécessaires pour diriger le mouvement des outils.

761. Supposons, *fig.* 3, que le cintre complet du cylindre A se compose de quatre pièces séparées les unes des autres par le joint vertical $o'u''$ et par deux joints placés symétriquement à 45°, dont l'un d'eux est désigné par s''—m'' sur la *fig.* 3.

Pour ne pas embarrasser l'épure, nous pouvons faire abstraction des tenons et mortaises que l'on taille après coup (754), et pour lesquels il restera toujours assez de bois, comme on peut le voir par la *fig.* 2.

762. L'opération la plus importante consiste à déterminer l'équarrissage du plus petit bloc capable de contenir la portion de courbe demandée.

Supposons que l'on veut tailler la pièce qui sur la *fig.* 3 est comprise entre les deux plans o'—u'' et o'—m''.

763. *Première méthode.* On tracera, *fig.* 5, la corde c'—s' et la tangente 1″—3″; ces deux droites seront les traces de deux plans parallèles 1′—3′,1″—3″ entre lesquels la pièce demandée doit être comprise.

On projettera cette pièce sur le plan p', parallèle à l'un des deux plans 1′—3′,1″—3″, et faisant tourner le plan p' autour de l'horizontale projetante du point O, on obtiendra la *fig.* 15.

Cette projection parallèle à la droite qui passerait par les points cc',ss', *fig.* 5 et 14, n'est pas tout à fait parallèle

à la plus grande longueur de la pièce demandée, mais cela suffit pour la pratique.

La *fig.* 15 étant obtenue, on construira le rectangle circonscrit, et les dimensions du solide capable seront déterminées. La longueur sera 1—4 ou 2—3, et l'équarrissage sera donné par le rectangle B, dont le plus petit côté est égal à la distance des deux plans parallèles 1′—3′ et 1″—3″, *fig.* 5.

764. Pour tracer le bois, on supposera (728) que les faces latérales du parallélipipède 1—2—3—4, *fig.* 15, ont tourné autour de leurs arêtes jusqu'à ce qu'elles soient rabattues sur l'un des deux plans 1′—3′,1″—3″ de la *fig.* 5, et l'on obtiendra par ce moyen les courbes suivant lesquelles les quatre plans projetés sur la *fig.* 15 par les côtés du quadrilatère 1—2—3—4 coupent les deux cylindres concentriques qui forment les surfaces extérieure et intérieure du berceau B.

Ces courbes s'obtiendront en opérant comme nous l'avons dit aux n°s 728, 729.

Ainsi, par exemple, les points x,x de la *fig.* 5 étant projetés sur le plan p', on en déduira les projections x',x' sur les traces des plans 1—2 et 3—4 de la *fig.* 15 ; puis on obtiendra les mêmes points sur les panneaux B et C, en faisant les droites x'—x de la *fig.* 15 égales aux droites x'—x qui, sur la *fig.* 5, expriment les distances des points cherchés au plan 1″—3″ sur lequel nous supposons ici que l'on ait rabattu les quatre panneaux B,C,D,E de la *fig.* 15.

Les points y,y,z,z, etc., se détermineront de la même manière.

765. Les opérations précédentes étant terminées, on prendra un parallélipipède rectangle ayant pour équar-

rissage le rectangle B, *fig.* 15, et pour longueur la droite 1—4 ou 2—3.

On appliquera les quatre panneaux B,C,D,E sur les faces correspondantes de ce parallélipipède, comme on le voit sur la *fig.* 1, et les côtés courbes de ces panneaux serviront de directrices pour tailler les faces cylindriques qui coïncident avec les surfaces extérieure et intérieure du berceau B.

On n'oublira pas de marquer sur les courbes directrices de la *fig.* 1 les points de repère qui doivent déterminer à chaque instant la position de la règle génératrice (738).

Ces points se déduiront facilement de la *fig.* 15, sur laquelle on n'a indiqué que deux ou trois d'entre eux pour ne pas embarrasser l'épure.

En effet, les génératrices des points 5,6,7, etc., du berceau B perceront les faces du parallélipipède enveloppe suivant les points 5,5,6,6, etc., d'où il est facile de déduire les points correspondants des panneaux B,C,D,E.

Nous avons déjà dit (735) que l'on donne le nom de *débillardement* à l'opération qui a pour but de tailler les deux surfaces cylindriques entre lesquelles doit être comprise la pièce demandée.

766. Cette opération peut se faire d'une autre manière. En effet, au lieu de faire glisser, comme on le voit *fig.* 1, une règle qui s'appuierait sur deux courbes, on peut au contraire, comme on le voit *fig.* 11, faire glisser une courbe sur deux droites parallèles à la direction du cylindre que l'on veut tailler ou sur les côtés courbes des panneaux. Dans ce cas, la courbe génératrice F, *fig.* 11 et 7, devra être découpée sur le contour de la section droite du cylindre B, et maintenue dans son mouvement perpendiculaire aux deux droites directrices 5—5, 6—6, *fig.* 11.

Le cylindre convexe pourra être taillé de la même manière, *fig.* 22, au moyen d'une courbe concave G, *fig.* 6, découpée sur le contour de la section droite du cylindre extérieur.

767. Lorsque la pièce sera *débillardée*, c'est-à-dire lorsque l'on aura taillé les deux faces cylindriques du berceau B, il nous restera encore à tailler les faces du berceau A.

Pour y parvenir, on construira, *fig.* 20, les développements des deux faces qui appartiennent au berceau B ; ces deux faces ont été placées l'une sur l'autre, et la partie commune est indiquée par le croisement des hachures.

Il est facile de distinguer la surface extérieure qui a pour section droite la ligne $v''u''$ qui est égale à l'arc de cercle $o'u'$, *fig.* 5, tandis que $a'c'$ est représenté sur la *fig.* 20 par la droite $a'c''$.

On tracera ces deux figures sur des feuilles de matière flexible ; puis, appliquant ces patrons sur les faces cylindriques de la pièce débillardée, *fig.* 19, et faisant prendre à ces feuilles la courbure des cylindres sur lesquels on les applique, il sera facile de tracer les arêtes de la pièce demandée, et ces lignes serviront de directrices pour tailler les surfaces cylindriques du second berceau.

768. On aura soin de tracer quelques génératrices sur les développements de la *fig.* 20, ainsi que sur les surfaces cylindriques de la pièce débillardée *fig.* 19. Ces lignes serviront à déterminer la place qui doit être occupée par chaque patron.

Ainsi, par exemple, la position du patron qui contient la face extérieure du berceau B sera déterminée en faisant coïncider les points 6 et 8 de la *fig.* 20 avec les points correspondants de la *fig.* 19.

769. *Deuxième méthode.* Au lieu de commencer par la taille des faces qui appartiennent au berceau B, on pourrait tailler d'abord les deux faces cylindriques du berceau A.

Supposons, par exemple, que les *fig.* 12, 9 et 17 soient construites avec les mêmes données que dans l'exemple qui précède.

La corde $e's'$, *fig.* 12, et la tangente $1''$—$4''$ seront les traces de deux plans parallèles entre lesquels doit être compris le morceau de bois que l'on veut tailler. On projettera cette pièce sur le plan $1'$—$4'$, que l'on pourra, pour éviter la confusion, faire descendre jusqu'à ce qu'il soit parvenu dans la position $1'''$—$4'''$.

Faisant tourner ensuite ce dernier plan autour de l'horizontale projetante du point O, on obtiendra, *fig.* 21, la projection de la pièce demandée sur le plan $1'$—$4'$ de la *fig.* 12.

On construira sur la *fig.* 21 le rectangle circonscrit 1—2—3—4 et les panneaux B, C, D, E que l'on suppose rabattus sur le plan $1''$—$4''$ de la *fig.* 12.

770. Le débillardement se fera comme dans l'exemple précédent, et lorsqu'on aura taillé les deux faces cylindriques du berceau A, on y appliquera les patrons de développement de la *fig.* 4; les côtés de ces patrons seront les directrices des surfaces cylindriques du berceau B. Les développements des *fig.* 20 et 4 se construiront par le principe du n° 173 de l'introduction. Ainsi,

771. Sur la *fig.* 20 les deux lignes $v''u''$, $a''c''$, sections droites du berceau B, ont été obtenues en portant à la suite les unes des autres toutes les parties des deux arcs $v'u'$, $a'c'$, *fig.* 5.

Les ordonnées sont les distances des points correspondants au plan H—u'' et K—c'' de la *fig.* 14.

772. Sur la *fig.* 4 les lignes $s'''z'''$,$m'''u'''$ sont égales aux deux arcs $s''z''$,$m''u''$ de la *fig.* 3, et les ordonnées sont les distances des points correspondants aux deux plans Lz''',Iu''' de la *fig.* 5.

773. Les deux solutions précédentes auront l'avantage de familiariser les jeunes charpentiers avec les diverses méthodes de projection; mais dans la pratique on préfère souvent sacrifier un peu de bois, lorsqu'il peut en résulter quelques simplifications dans le tracé de l'épure, simplification dont la conséquence est presque toujours une augmentation d'exactitude dans le résultat. Ainsi par exemple :

774. *Troisième méthode.* On remarquera que les projections de la pièce demandée sur les *fig.* 15 et 21 n'ont servi qu'à déterminer les patrons B,C,D,E, dont les côtes ont été employées comme directrices pour tailler les faces cylindriques des berceaux. Or, si l'on pouvait obtenir ces directrices sans construire les projections 15 et 21, il est évident que cela simplifierait beaucoup le travail.

Supposons donc que, pour débillarder la pièce demandée, on veut commencer par tailler les faces cylindriques du berceau A, on construira comme précédemment les *fig.* 3, 5 et 14; mais, au lieu de projeter la pièce demandée sur le plan p', on projettera sur le plan p'' les quatre ellipses suivant lesquelles le berceau A est coupé par les deux plans parallèles $1'$—$3'$ et $1''$—$3''$, puis, faisant tourner le plan p'' autour de l'horizontale projetante du point o', on obtiendra, *fig.* 13, la projection de la pièce telle qu'elle serait après le débillardement, mais avant la taille des faces cylindriques du berceau B.

Le rectangle circonscrit 1—2—3—4, et la droite $1'$—$1''$,

fig. 5, détermineront les dimensions du parallélipipède capable, sur les faces duquel on tracera les courbes de la *fig.* 13.

Ces courbes, sur lesquelles on marquera les points de repères déterminés par les génératrices 5—5,6—6,7—7, etc., serviront pour diriger le mouvement de la règle génératrice des faces cylindriques du berceau A.

775. Quand ces faces seront taillées, on agira pour le reste comme dans les exemples précédents, c'est-à-dire que l'on appliquera sur ces faces les panneaux de la *fig.* 4, dont les côtés serviront de directrices aux faces cylindriques du berceau B.

776. Les quatre ellipses de la *fig.* 13 seront d'autant plus faciles à tracer que l'on connaît leurs axes, ce qui permettra de les construire par la méthode du n° 85 de l'introduction.

En effet, les deux ellipses $t''h$ et $r''k$, égales entre elles, puisqu'elles sont les sections d'un même cylindre par les deux plans parallèles $1'$—$3'$,$1''$ – $3''$, *fig.* 5, auront pour axes horizontaux les droites $t't''$,$r'r''$, égales au rayon extérieur du cylindre A, *fig.* 3, et pour second axe, la droite tu' de la *fig.* 5, tandis que les deux ellipses égales $t'''g$,$r'''y$, de la *fig.* 13 auront pour axes horizontaux les droites $t't'''$,$r'r'''$, égales au rayon intérieur du cylindre A, et pour deuxième axe la droite t—6 de la *fig.* 5.

777. La méthode précédente est appliquée sur les *fig.* 9 et 18 pour déterminer le débillardement de la pièce comprise entre les plans $o'm''$ et $o'a''$ de la *fig.* 12.

Ainsi, les quatre ellipses provenant de la section du berceau A, *fig.* 9, par les deux plans parallèles $5'$—$8'$,$5''$—$8''$, ont été projetées sur le plan $o'p'$ que l'on a rabattu, *fig.* 18,

en le faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point o'.

778. Si l'on n'avait pas de place pour faire le rabattement de la *fig.* 18, on pourrait projeter, *fig.* 8, les quatre ellipses sur un plan p parallèle aux plans 5'—8' et 5"—8" de la *fig.* 9.

On pourrait alors rabattre la figure en la faisant tourner autour de la droite suivant laquelle le nouveau plan de projection, *fig.* 8, coupe le plan vertical projetant de la droite HK, *fig.* 12.

Dans ce cas, chaque point de la *fig.* 8 serait déterminé en prenant sur la *fig.* 12 la distance au plan vertical HK, et portant cette distance, *fig.* 8, sur la perpendiculaire abaissée du point correspondant de la *fig.* 9.

779. Lorsque les faces cylindriques du cylindre A seront taillées, on y appliquera les patrons de développement de la *fig.* 10, et les côtés de ces patrons seront les directrices des faces cylindriques du cylindre B.

780. *Quatrième méthode.* Au lieu de supposer les pièces comprises entre deux plans inclinés, *fig.* 5 et 9, on peut quelquefois (751) la déduire avec avantage d'un solide dont deux faces 9'—11' et 9"—11", *fig.* 17, seraient situées dans les plans verticaux q et q'.

Dans ce cas, on projetterait et l'on rabattrait, *fig.* 16, les quatre ellipses suivant lesquelles les surfaces cylindriques du berceau A sont coupées par les deux plans verticaux 9'—11' et 9"—11".

781. Les axes horizontaux de ces ellipses sont égaux aux droites oa,ou de la *fig.* 17, et les axes verticaux sont égaux aux rayons $o'c'$,$o'a''$ des deux cylindres concentriques qui forment les surfaces du berceau A, *fig.* 12.

782. Il est bien entendu que le plan de projection p'', *fig.* 16, doit être parallèle aux deux plans verticaux q et q' de la *fig.* 17.

Les courbes de la *fig.* 16 seront les directrices des faces cylindriques du berceau A, et lorsque ces faces seront taillées, on y appliquera les patrons de développement de la *fig.* 4, car on ne doit pas oublier que les données sont les mêmes sur les *fig.* 5, 14, 9 et 17.

Lunette biaise.

783. Lorsque deux berceaux cylindriques horizontaux, mais de hauteur différente, se rencontrent à angles droits, la pénétration qui en résulte prend, comme nous l'avons dit plus haut, le nom de *lunette droite*. Mais si la pénétration des deux berceaux se fait obliquement, comme dans l'exemple qui est projeté sur les *fig.* 3 et 9 de la *Pl.* 41, la pénétration se nomme alors *lunette biaise*.

784. Nous supposerons, dans l'exemple actuel, que le cintre du berceau A est formé de trois morceaux dont les extrémités sont indiquées par des hachures de points sur la projection horizontale, *fig.* 9, et désignées par $1''$—$2''$ sur la *fig.* 2, qui est une section du berceau A, par le plan vertical qui aurait pour trace la droite $o'o$, *fig.* 9.

Les deux arcs de cercle concentriques de la *fig.* 2 étant les directrices des surfaces extérieure et intérieure du berceau A, on projettera tous les points essentiels de ces deux arcs sur la droite ou, qui est leur projection commune, et cette droite étant ramenée dans son plan $oo'V$, en tournant autour de la verticale projetante du point o, on obtiendra par ce moyen les projections horizontales des génératrices des deux surfaces cylindriques du berceau A.

Les points suivant lesquels ces génératrices percent les surfaces cylindriques du berceau B se déduiront, comme dans l'exemple qui précède, de leurs projections verticales, *fig.* 3.

Lorsque les quatre arêtes à double courbure de la pièce arêtière seront déterminées sur la projection horizontale, *fig.* 9, on s'occupera des détails nécessaires pour tailler les trois parties qui composent cette pièce.

785. La pièce du milieu pourra facilement être déduite d'un parallélipipède dont la base serait le rectangle 3′—4′—5′—6′, *fig.* 3, et dont la longueur 5—5, *fig.* 9, serait égale à la distance des plans verticaux et parallèles qui contiennent les points *m* et *n*.

Les arcs 1′—5′ et *c′e* de la *fig.* 3 étant tracés sur les deux faces opposées 4—5 du parallélipipède-enveloppe 4—4—5—5, *fig.* 9, on taillera les deux faces cylindriques du berceau B, et l'on appliquera sur ces faces les deux patrons de développement de la *fig.* 10.

Ces patrons s'obtiendront par le principe du n° 173 de l'introduction. Les droites 7—8 et 9—10 sont les sections droites des deux surfaces cylindriques du berceau B, et sont égales aux longueurs rectifiées des deux arcs de cercle *a′*—5′ et *z*—*d′*, *fig.* 3.

786. Les patrons de développement de la *fig.* 10 étant appliqués comme on le voit *fig.* 20 sur les faces cylindriques du berceau B, serviront de directrices pour tailler les faces cylindriques du berceau A, en abattant le bois comme on le voit sur la *fig.* 1.

787. Pour tailler les parties de l'arêtier qui sont comprises entre les deux plans *o′*—2″ et *o′*—*b* de la *fig.* 2,

nous avons supposé que les solides capables de contenir ces deux pièces seraient compris entre les deux plans p et q de la *fig.* 3.

788. Pour éviter la confusion, on peut supposer que ces deux plans se sont avancés parallèlement à eux-mêmes, en suivant la direction du berceau A jusqu'à ce qu'ils soient venus se placer en p' et q'.

On construira ensuite sur la *fig.* 9 les projections horizontales des quatre ellipses suivant lesquelles les deux plans p' et q' coupent les surfaces cylindriques du berceau A.

On *projettera* ces quatre ellipses sur le plan q' de la *fig.* 3, et l'on rabattra cette projection, *fig.* 8, en la faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point o'.

789. Les quatre ellipses projetées sur chacune des *fig.* 9 et 8 pourront facilement être construites par leurs diamètres conjugués, en déterminant d'abord ces diamètres sur la *fig.* 9, et par suite leurs projections sur le plan q' rabattu, *fig.* 8.

Le point aa' des *fig.* 9 et 3 étant projeté sur le plan q', on obtiendra sur la *fig.* 8 la droite oa'', qui est la projection de l'axe commun aux deux surfaces cylindriques du berceau A.

790. La direction de cette droite est fort utile, parce qu'elle donne en même temps la direction des génératrices des deux cylindres du berceau A; de sorte qu'en traçant quelques-unes de ces génératrices rs sur la *fig.* 8, on déterminera les points de repère 11—11, 12—12 sur les ellipses qui doivent servir de directrices pour tailler les faces cylindriques.

Lorsque ces faces seront taillées, on y appliquera les panneaux de développement de la *fig.* 4.

791. Pour obtenir cette figure on commencera par construire, sur la *fig.* 7, la section droite du berceau A.

Cette figure résulte de la section par le plan vertical V*o*'K, perpendiculaire à la direction du berceau A. Cette section rabattue sur le plan de l'épure en tournant autour de la droite horizontale *o*'K, se compose de deux ellipses semblables dont les axes peuvent être facilement déduits des *fig.* 9 et 2.

Les parties de ces deux ellipses étant portées sur les droites 13—14 et 15—16 de la *fig.* 4, on mènera par chaque point une perpendiculaire à ces lignes, et la longueur de chacune de ces perpendiculaires sera déduite de sa projection sur la *fig.* 9.

792. La *fig.* 19 contient les projections des ellipses suivant lesquelles les surfaces cylindriques du berceau A seraient coupées par les plans verticaux PL,QH, parallèles à la droite qui couperait en parties égales les plus longues diagonales des deux quadrilatères qui forment les faces d'assemblage de la pièce M, *fig.* 9.

793. La même méthode appliquée à la pièce N exigerait, comme on le voit *fig.* 11, un solide excessivement large. Aussi n'ai-je construit cette projection que pour en faire ressortir les défauts et bien faire comprendre que l'on ne peut pas adopter de méthode constante, puisqu'il est bien évident que la manière d'opérer qui conviendrait parfaitement pour la pièce M, ne vaudrait au contraire absolument rien pour la pièce N.

794. Il résulte de là, qu'avant de se décider, il faudra

quelquefois essayer plusieurs projections et choisir ensuite celle qui paraîtra la plus avantageuse.

795. Si, par exemple, on examine avec attention la direction principale de la pièce M, on reconnaîtra que cette partie de la courbe arêtière peut se déduire très-facilement d'un parallélipipède rectangle dont deux faces 17—19, et 18—20 (*fig.* 9) seraient parallèles au plan V*o*'K de la section droite rabattue, *fig.* 7, d'où il résulte que les deux arcs d'ellipses 21—22 et 23—24, *fig.* 7, suffiront pour tailler les faces cylindriques du berceau A, sur lesquelles on appliquera les panneaux de développement de la *fig.* 4.

Descente droite.

796. Lorsque l'un des deux berceaux qui se pénètrent est incliné par rapport au plan horizontal, la voûte qui en résulte prend le nom de *descente*, et lorsque les deux berceaux se rencontrent suivant un angle de 90°, la pénétration se nomme *descente droite*.

Les *fig.* 5 et 14 contiennent les deux projections principales d'un exemple de cette espèce.

La projection (*fig.* 5) parallèle à la direction de la descente A contient en même temps la section droite du berceau horizontal que je nommerai B.

797. La *fig.* 6 est une section de la descente par le plan vertical V*o*'*o*. Cette section, rabattue sur l'épure en tournant autour de la verticale projetante du point *o*, se compose des deux arcs de cercles concentriques, formant les courbes directrices des surfaces intérieure et extérieure du berceau rampant A.

798. Les arêtes de la courbe arêtière ont pour projec-

tions verticales les arcs $a'-5'$ et $z-6'$ de la *fig.* 5, et les projections horizontales de ces mêmes arêtes pourront être obtenues en opérant comme dans l'exemple qui précède.

Ainsi, par exemple, les différents points des deux arcs de cercle bV, cU (*fig.* 6) étant projetés sur la droite oX (*fig.* 16), on les ramènera sur oo' en les faisant tourner autour de la verticale projetante du point o, ce qui déterminera les projections horizontales des génératrices du cylindre A.

Les points suivant lesquels ces génératrices rencontrent les deux surfaces du cylindre B se déduiront alors facilement de leurs projections verticales (*fig.* 5).

Les deux projections de la courbe arêtière étant déterminées, il ne reste plus qu'à tailler les pièces qui la composent.

Nous supposons ici, comme dans l'exemple précédent que ces pièces sont au nombre de trois.

Nous avons indiqué deux méthodes pour la pièce du milieu. Ainsi :

799. On pourra déduire cette pièce d'un parallélipipède rectangle dont deux faces $3'-5'$ et $4'-6'$ (*fig.* 5) seraient parallèles au plan p qui contient les points $3'$ et $5'$.

800. Si l'on veut commencer par tailler les faces cylindriques du berceau B, on tracera les arcs $3'-5'$ et $4'-6'$ de la *fig.* 5; sur les faces verticales 5—4 du parallélipipède-enveloppe (*fig.* 14), et quand les deux faces du berceau B seront taillées on y appliquera les deux panneaux de développement de la *fig.* 12, sur laquelle les sections droites 7—8, 9—10 sont égales aux arcs de cercles rectifiés $a'-5'$ et ze de la *fig.* 5, etc.

801. Si, au contraire, on veut faire le débillardement

en commençant par tailler les faces du berceau A, on pourra supposer que les deux plans p et q entre lesquels se trouve comprise la pièce que l'on veut tailler (*fig.* 5), se sont avancés parallèlement à eux-mêmes jusqu'à ce qu'ils soient venus prendre la position p' et q'. Les quatre ellipses suivant lesquelles ces deux plans coupent les cylindres qui forment les surfaces extérieure et intérieure du berceau rampant A, seront projetées sur le plan p'; puis on fera tourner ce plan autour de l'horizontale projetante du point 5'', ce qui donnera (*fig.* 13) la projection de la pièce débillardée.

802. Les quatre courbes de cette projection seront les directrices des surfaces du berceau A; et lorsque ces surfaces seront taillées, on y appliquera les patrons de développement des *fig.* 18 et 21.

Le premier est le développement du cylindre intérieur du berçeau A et le second est le développement du cylindre extérieur.

Pour construire ces patrons, on peut supposer (*fig.* 5) que le berceau A est coupé par un plan PQS, perpendiculaire à sa direction.

Ce plan reculé jusqu'en P'Q' est rabattu sur l'épure en tournant autour de l'horizontale projetante du point o'.

La *fig.* 16, que l'on obtient par cette opération, contient les sections droites des deux cylindres qui forment les surfaces extérieure et intérieure du berceau A.

Les parties des arcs $z'U''$, $z''V''$ de la *fig.* 16 étant portées à la suite les unes des autres (*fig.* 18 et 21) sur les droites 11—12, 13—14, ces lignes seront égales aux deux arcs $z'U''$, $z''V''$ de la *fig.* 16.

Pour les différents points des droites 11—12, 13—14 (*fig.* 18 et 21), on élèvera des ordonnées qui auront pour

longueurs les distances du plan PQ aux points correspondants des arcs *a'*—5' et *ze* (*fig.* 5).

803. La pièce M qui est au milieu de la courbe arêtière (*fig.* 14) peut encore être déduite d'un prisme rectangulaire dont la base 15—16—5'—17 (*fig.* 5) aurait deux de ses côtés parallèles au plan de section droite P'Q' rabattu (*fig.* 16). La longueur de ce prisme serait égale au double de la droite 5—V'' et les deux arcs d'ellipse 1—U'', 2—V'' seraient alors les directrices des faces cylindriques du berceau A, sur lesquelles faces, lorsqu'elles seraient taillées, on appliquerait encore les patrons de développement des *fig.* 18 et 21.

804. Le moyen le plus économique dans le cas actuel pour tailler les pièces de naissance de la courbe arêtière est celui que nous avons déjà indiqué au n° 787.

Ainsi (*fig.* 5), la droite RH passant par les points *a'* et 2' de l'arc *a'*—5', et la droite DK tangente à l'arc *z*—6' seront les traces de deux plans parallèles qui comprennent entre eux la pièce demandée.

Ces deux plans, transportés parallèlement à eux-mêmes jusqu'en R'H' et D'K', coupent les surfaces cylindriques du berceau A suivant quatre ellipses que l'on a projetées sur le plan K'D'.

Cette projection rabattue (*fig.* 17), en tournant autour de l'horizontale projetante du point *o'*, détermine les quatre courbes directrices des surfaces cylindriques du berceau A, sur lesquelles surfaces on appliquera, comme précédemment, les panneaux de développement des *fig.* 18 et 21.

805. Il n'est pas nécessaire ici, comme dans l'exemple du n°.787, de construire les projections horizontales des

quatre ellipses provenant de la section des surfaces du berceau A par les deux plans H'R' et K'D', parce que dans le rabattement autour de l'horizontale projetante du point o', le cercle décrit par chaque point se confond en projection horizontale avec la génératrice correspondante, ce qui n'avait pas lieu sur la *fig.* 9. L'inspection de cette dernière figure suffit pour faire reconnaître que les projections horizontales des quatre ellipses étaient nécessaires pour déterminer les projections des cercles parcourus par chacun de leurs points lorsque l'on rabat le plan $o'q'$ sur la *fig.* 8.

806. Si l'on ne craint pas d'employer un peu plus de bois, on pourra déduire la pièce de naissance, d'un parallélipipède rectangle, dont deux faces 18—21 et 19—20 seraient parallèles au plan PQ de la section droite (*fig.* 5); et dans ce cas les arcs z'—1 et z''—2 de la *fig.* 16 serviraient de directrices pour tailler les faces cylindriques du berceau A; mais je ferai remarquer que, dans ce cas, le nombre des fibres tranchées serait plus grand que par la méthode précédente.

807. La *fig.* 15 est la projection de la portion de berceau A comprise entre les deux plans verticaux GI et TF, *fig.* 14.

808. Les quatre ellipses suivant lesquelles ces deux plans coupent les cylindres inclinés du berceau A ont été projetées sur le plan vertical EY que l'on a ensuite rabattu sur l'épure en le faisant tourner autour de sa trace horizontale.

Tous les points de la *fig.* 15 sont déduits de leurs projections horizontales sur la *fig.* 14, et de leur hauteur sur la *fig.* 5. Ainsi, par exemple, le point m de la *fig.* 14 est

projeté en *m'* sur la *fig.* 5, et la hauteur *n'm'* est portée, *fig.* 15, de *n''* en *m''* sur la droite *mm''* perpendiculaire à YE.

Le point *s* de la *fig.* 14 étant projeté en *s'* sur la *fig.* 5, on portera *v's'* de *v''* en *s''* sur la droite *ss''* perpendiculaire à YE, et ainsi de suite pour tous les autres points.

809. Cette solution, évidemment moins simple que les précédentes, est indiquée ici comme étude graphique, et pour exercer les élèves à la comparaison des méthodes.

810. Il peut d'ailleurs arriver, par suite de certaines conditions de courbure ou d'inclinaison, que la solution qui ne convient pas dans un cas soit au contraire préférable dans d'autres, en permettant d'économiser le bois ou d'éviter la section des fibres.

Descente biaise.

811. Lorsqu'un berceau incliné rencontre un berceau horizontal et que les angles formés par les directions de ces deux berceaux ne sont pas droits, il en résulte une pénétration à laquelle on donne le nom de *descente biaise*.

Les *fig.* 6 et 5, *Pl.* 41—A, sont les projections verticale et horizontale des deux berceaux.

Les deux arcs concentriques *ac*, *oe* (*fig.* 6) sont les sections droites des surfaces cylindriques du berceau horizontal que je nommerai B, et les deux arcs *vu*, *zs* de la *fig.* 7 sont les courbes directrices des surfaces cylindriques du berceau rampant ou en descente que je désignerai par la lettre A sur toutes les figures de cette planche.

La *fig.* 7, située primitivement dans le plan vertical *s*P,

est venue prendre la position actuelle, en tournant autour de la verticale projetante du point U (*fig.* 5).

Tous les points des arcs *vu*, *zs* (*fig.* 7) étant projetés sur la droite UP′ et ramenés de là dans le plan UP, ont déterminé les projections horizontales et verticales de toutes les génératrices correspondantes.

Les projections verticales de ces génératrices sur la *fig.* 6 ont rencontré les deux arcs *ac*, *oe* suivant des points qui, projetés sur la *fig.* 5 par des perpendiculaires à la ligne K, ont déterminé sur les projections horizontales des génératrices correspondantes, tous les points des quatre arêtes de la courbe arêtière.

812. Cette première partie de l'épure étant terminée, on construira la *fig.* 4 qui est une projection du berceau rampant A sur un plan vertical O′X parallèle à sa direction.

Tous les points de cette nouvelle projection verticale se déduiront de leurs projections horizontales (*fig.* 5) et de leur hauteur sur la projection verticale primitive (*fig.* 6).

Les deux ellipses entre lesquelles il y a une teinte de points sur la *fig.* 4, sont les projections des deux circonférences de cercles *vu*,*zs* de la *fig.* 7.

Ces ellipses se construiront facilement par leurs axes.

813. On peut se proposer comme étude de Géométrie descriptive de construire la droite qui forme la limite supérieure de la projection du berceau A sur la *fig.* 4.

Cela revient évidemment à construire la trace d'un plan tangent perpendiculaire à cette projection.

Or, si par un point quelconque *mm′* (*fig.* 5 et 6), on conçoit la droite *mn*,*m′n′* perpendiculaire au plan de la

fig. 4, cette ligne sera horizontale, et sa projection sur la *fig.* 6 devra coïncider avec l'horizontale $m'n'''$; la droite $mn, m'n'$ et l'axe $mU, m'U'$ du cylindre A détermineront la direction du plan tangent.

La droite $mn, m'n'$ perce le plan vertical sP en un point nn' qui, rabattu en n'', détermine n''' sur la *fig.* 7.

De plus, l'axe du cylindre rencontre le plan de la même figure au point U', de sorte que la droite $U'n'''$ est l'intersection du plan de la *fig.* 7 par un plan qui contient l'axe du cylindre A, et qui serait parallèle au plan tangent demandé. Par conséquent, si l'on construit le rayon U'H' perpendiculaire sur $U'n'''$, la droite H'Q perpendiculaire à l'extrémité du rayon U'H', sera l'intersection du plan de la *fig.* 7 par le plan tangent demandé.

Le point H' de la *fig.* 7 étant projeté en H sur la *fig.* 8 et ramené de là en H'', on en déduira le point H''' de la *fig.* 4, et par suite la droite H'''H^{IV} qui doit être tangente à l'ellipse $z's'z'$ et aux deux arêtes extérieures de la courbe arêtière.

On déterminera de la même manière la droite DE qui, sur la *fig.* 4, forme la limite de la projection du cylindre intérieur du berceau A.

814. La projection verticale auxiliaire (*fig.* 4) a deux buts principaux.

D'abord, elle facilitera la recherche des blocs qui conviennent le mieux pour l'exécution des diverses parties de la courbe arêtière que nous supposons ici composée de quatre morceaux.

Ensuite, cette projection auxiliaire servira, comme nous l'avons dit au n° 208 de l'introduction, pour construire (*fig.* 9 et 10) les développements des surfaces cylindriques du berceau rampant A.

En effet, le plan OF, perpendiculaire à la direction du berceau A, coupera les surfaces cylindriques extérieure et intérieure de cette voûte, suivant leurs sections droites qui sont rabattues sur la *fig.* 1.

815. Pour obtenir cette figure, on a supposé que le plan OF se mouvant parallèlement à lui-même, était venu se placer en O'F', et qu'il avait été ensuite rabattu sur l'épure, en tournant autour de l'horizontale projetante du point O'.

Les demi-ellipses de la *fig.* 1 étant rectifiées donnent les droites 0—5—1—0 (*fig.* 9 et 10), et les ordonnées élevées par les différents points de ces deux droites sont égales aux parties de génératrices comprises sur la *fig.* 4 entre le plan OF et les points correspondants des arêtes de la courbe arêtière : la *fig.* 9 est le développement du cylindre extérieur du berceau A et la *fig.* 10 est le développement du cylindre intérieur.

816. La *fig.* 2, qui représente le développement des surfaces cylindriques du berceau horizontal B, se construira comme dans tous les exemples précédents.

Ainsi, les droites $a'c'$,$o'e'$ étant égales en longueur aux deux arcs ac,oe de la *fig.* 6, on tracera les ordonnées des points principaux dont les longueurs seront égales à leurs projections sur la *fig.* 5.

817. J'ai supposé dans cet exemple que les deux parties N,N de la courbe arêtière seraient taillées par la méthode du n° 787 ;

C'est-à-dire, qu'après avoir construit les deux plans parallèles p,q (*fig.* 6), on a fait avancer ces plans jusqu'en p',q'.

818. Les quatre ellipses, suivant lesquelles les surfaces du berceau A sont coupées par les deux plans p',q' étant déterminées sur la projection horizontale (*fig.* 5), on les a projetées sur le plan q' que l'on a fait tourner ensuite autour de l'horizontale projetante du point U.

Cette opération a donné la *fig.* 8, sur laquelle on a pu déterminer les limites des blocs capables de contenir les deux pièces demandées.

Le point xx' des *fig.* 5 et 6 étant projeté sur le plan q', on en déduit le point x^{IV} (*fig.* 8).

La droite Ux^{IV} sera donc la projection de l'axe du berceau A sur le plan q'.

Cette opération est fort utile pour vérifier sur la *fig.* 8 la direction des droites génératrices du berceau A ; toutes ces lignes devant être parallèles à la droite Ux^{IV}.

819. Quoique les points 4,4,4,4, de la *fig.* 8 paraissent être en ligne droite, il ne faudrait pas croire que cela doit toujours être ainsi.

Cela provient uniquement de ce que par suite de l'inclinaison du berceau A, le plan q' de la *fig.* 6 se trouve être à fort peu de chose près perpendiculaire au plan qui contient la face de joint 4,4,4,4 (*fig.* 5).

Il n'aurait été possible ici, de séparer les côtés opposés du quadrilatère 4,4,4,4 qu'en sacrifiant l'exactitude, puisque l'un de ces côtés doit aboutir au point U, tandis que l'autre est dirigé vers le point m^{IV}.

Or, le plan du quadrilatère 4,4,4,4 contenant l'axe Um du cylindre, il est évident que les quatre points ne pourraient être rigoureusement en ligne droite que dans le cas où la droite Ux^{4} coïnciderait avec U—4.

820. La pièce M de la courbe arêtière (*fig.* 5 et 4) peut

être déduite d'un parallélipipède rectangle dont deux faces 6—7,8—9 (*fig.* 4) seraient parallèles au plan OF de la section droite.

Dans ce cas, la longueur du bloc serait déterminée sur la *fig.* 1.

On peut aussi, en sacrifiant du bois, employer le même moyen pour tailler la courbe N (*fig.* 5, 4 et 1).

Pour la courbe R (*fig.* 5 et 6) le mieux sera d'employer la méthode du n° 787.

821. Mais, comme exercice graphique, j'ai supposé (*fig.* 3) que l'on se proposerait de déduire cette pièce d'un bloc dont deux faces coïncideraient avec les plans verticaux *bd*,*hl* de la *fig.* 5.

Les ellipses provenant de l'intersecton du berceau A par ces deux plans ont été projetées sur le plan IS que l'on a ensuite rabattu (*fig.* 3) en le faisant tourner autour de la verticale projetante du point I.

Chaque point de la *fig.* 3 se déduit des *fig.* 5 et 6. Ainsi, par exemple, le point *r* de la *fig.* 5 étant projeté en *r'* sur la génératrice correspondante (*fig.* 6), on en déduit la hauteur de sa projection *r''* sur la *fig.* 3.

Le point *t* de la *fig.* 5 sera projeté en *t'* sur la *fig.* 6, d'où l'on déduira la hauteur du point *t''* sur la *fig.* 3, et ainsi, pour tous les autres points des quatre ellipses qui résultent de la section du berceau A par les deux plans verticaux *bd*,*hl* de la *fig.* 5.

Lunette conique.

822. Nous terminerons ces études par la construction de la courbe formant l'arête de pénétration d'un comble sphérique avec une lunette conique.

823. Les surfaces extérieure et intérieure du comble dont il s'agit, sont deux sphères dont le centre commun a pour projections les points O et O' (*fig.* 5 et 4, *Pl.* 41—B).

La section du comble par le plan de naissance est indiquée sur la *fig.* 5 par la teinte de points comprise entre les grands cercles suivant lesquelles les deux sphères concentriques sont coupées par le plan horizontal qui contient leur centre OO'.

La section des mêmes sphères par le plan vertical P_1 est également indiquée sur la *fig.* 4 par une teinte de points.

824. La pièce de charpente qui forme le contour de la lunette est comprise entre deux cônes circulaires qui ont le même axe SC, S'C' et le même sommet SS', de sorte que la surface complète de cette pièce de bois se compose de deux faces coniques et de deux faces sphériques.

825. Les deux cônes concentriques étant circulaires, si leur sommet commun SS' coïncidait avec le centre commun OO' des deux surfaces sphériques, les quatre arêtes de la pièce de bois seraient des circonférences de cercles projetées sur le plan vertical de projection par des droites parallèles, et sur le plan horizontal par des ellipses.

La pièce demandée serait alors une courbe plane.

Mais cela n'a pas lieu dans le cas actuel, et le sommet SS' des deux cônes étant situé au-dessous du plan de naissance du comble sphérique, les courbes de pénétration sont à double courbure.

826. Cette disposition a souvent pour but de faire arriver une plus grande quantité de lumière dans les parties inférieures du monument.

827. Les données précédentes étant admises, la pre-

mière opération consiste à déterminer les quatre arêtes de la pièce de bois que l'on veut tailler.

828. La *fig.* 4 est une coupe par le plan vertical P_4 qui contient l'axe commun des deux cônes; il résulte de là que la sphère et le cône sont coupés par ce plan en deux parties symétriques, dont une seule est conservée sur la *fig.* 4, afin de mieux faire voir la partie concave de la pièce courbe.

829. Cette projection suffit d'ailleurs, car par suite de la symétrie, les deux moitiés de la courbe auraient une projection verticale commune, et si l'on avait projeté la pièce tout entière, la projection que l'on aurait obtenue ne différerait de la projection actuelle que par les parties vues ou cachées.

Ainsi, toutes les courbes dépendantes de la partie que l'on a conservée pourront servir en les retournant, pour construire celle que l'on a supprimée.

830. Lorsque l'épure sera disposée comme nous venons de le dire, on coupera les deux cônes qui doivent contenir les surfaces extérieure et intérieure de la courbe que l'on veut obtenir par le plan A''A''' perpendiculaire à l'axe commun SC, S'C', et par conséquent au plan vertical de projection.

La section que l'on obtiendra sera composée de deux circonférences concentriques, que l'on rabattra sur le plan A''Z'' (*fig.* 8) en les faisant tourner autour de l'horizontale projetante du point A''.

Ces deux circonférences pourront servir de directrices aux deux cônes circulaires donnés.

831. Pour obtenir les arêtes de la courbe, il suffira

d'appliquer quatre fois le principe énoncé au n° 229 de l'introduction ; mais dans le cas actuel, l'application de ce principe sera très-simple, ce qui provient surtout de ce que le sommet SS' des deux cônes est situé sur la verticale qui contient le centre de la sphère ; de sorte qu'en faisant tourner les plans projetants verticaux des génératrices des cônes autour de cette verticale, les grands cercles suivant lesquels ces plans coupent la sphère se rabattront tous sur le méridien principal.

832. Ainsi, par exemple, si l'on veut avoir les points suivant lesquels la génératrice Su, S'u' du cône intérieur perce les surfaces des deux sphères concentriques, on pourra opérer de la manière suivante :

1° La génératrice sur laquelle on veut obtenir deux points étant donnée par sa projection verticale S'u', on rabattra u' en u'' (*fig.* 8), et la projection horizontale u sera déterminée par la rencontre de la droite $u''u$ parallèle à A'Z' avec la perpendiculaire $u'u$ abaissée de u'.

2° Les deux projections u,u' étant connues, on concevra le plan vertical P qui contient la génératrice Su, S'u', et l'on fera tourner ce plan autour de la verticale SO, S'O', jusqu'à ce qu'il soit rabattu sur le plan vertical P_1

3° Par suite de ce mouvement, la génératrice Su, S'u' vient se rabattre en S'u''' (*fig.* 4), et les points n''' et m''' suivant lesquels cette droite ainsi rabattue coupe les méridiens des deux sphères concentriques, appartiennent aux arêtes intérieures de la pièce de bois que l'on veut tailler.

4° Les points n''' et m''' étant obtenus sur la génératrice rabattue S'u''', on les projettera sur la trace horizontale CC'' du plan P_1 d'où on les fera revenir sur la génératrice Su, en les faisant tourner une seconde fois autour de la verticale SO, S'O'.

5° Les arcs de cercles décrits dans ce deuxième mouvement par les points demandés, se projetteront sur le plan vertical A'Z' par les droites horizontales $m'''m'$ et $n'''n'$, et sur le plan horizontal (*fig.* 5) par des arcs de cercles décrits du point S comme centre.

6° Si l'on a bien opéré, les droites $m'm$ et $n'n$ doivent être perpendiculaires à la ligne A'Z'.

833. Pour ne pas embarrasser l'épure, on n'a conservé que les opérations nécessaires pour obtenir les points qui sont situés sur la génératrice Su, $S'u'$ du cône intérieur, mais il est évident qu'en opérant de la même manière on obtiendra deux points sur chacune des génératrices des deux cônes.

834. Lorsque les quatre arêtes de la pièce courbe seront déterminées, on choisira la place des assemblages, et l'on déterminera les faces de joints.

Supposons, par exemple, que l'on veut construire la courbe en quatre parties désignées sur la *fig.* 5 par M,N,V,U.

Chacune de ces parties sera comprise dans l'un des quatre angles dièdres formés (*fig.* 8) par les deux plans P_2 et P_3 qui se coupent à angles droits, suivant l'axe commun des deux cônes.

Les faces d'assemblages sont indiquées, sur les *fig.* 4 et 5, par des teintes de points.

835. Pour construire les différentes parties de la lunette, on pourra opérer de plusieurs manières.

836. *Première méthode.* La partie de courbe désignée par la lettre M sur les *fig.* 5 et 4, peut être déduite d'un prisme

qui aurait pour base le trapèze $a'a'x'x'$ (*fig.* 4), et pour longueur la droite horizontale xx de la *fig.* 5.

Les faces $a'a'$, $x'x'$ du prisme enveloppant (*fig.* 4) étant perpendiculaires sur l'axe commun SC, S'C' des deux cônes, couperont ces deux surfaces suivant des arcs de cercles.

Ces faces ont été projetées sur le plan A''A''', et rabattues de là sur le plan horizontal A'''Z''' (*fig.* 2) en tournant autour de l'horizontale projetante du point A'''.

Ainsi, on appliquera le rectangle a'''—a''' de la *fig.* 2, sur la face $a'a'$ du prisme projeté *fig.* 4 et le rectangle x'''—x''' de la *fig.* 2 sur la face $x'x'$ de la *fig.* 4. Les arcs de cercle compris dans chacun des rectangles a'''—a''', x'''—x''' *fig.* 2 seront les directrices des faces coniques de la pièce que l'on veut tailler.

837. Lorsque le morceau de bois sera débillardé, c'est-à-dire lorsque l'on aura taillé les deux surfaces coniques, on y appliquera les parties correspondantes des développements de la *fig.* 1.

Pour ménager la place, ces deux figures sont superposées, et ne contiennent chacune que la moitié du cône correspondant; ce qui suffit à cause de la symétrie, qui permet de les retourner lorsque l'on aura tracé la première moitié de la lunette.

Ces développements ont été construits par le principe énoncé au n° 79 de l'introduction. Chaque point, en tournant autour de l'axe commun des deux cônes, a été rabattu sur l'une des droites S'B ou S'D, puis, de là, sur la génératrice correspondante du développement (*fig.* 1) par un arc de cercle décrit du point S' comme centre. L'opération n'a été conservée que pour quelques points.

838. Lorsque les courbes tracées sur les développements de la *fig.* 1 auront été reportées sur les faces débillardées du morceau de bois, on taillera successivement les deux faces sphériques en présentant sur le bois l'une ou l'autre des deux *cerces* K et H découpées chacune suivant la courbure d'un grand cercle de la sphère correspondante. Il suffira de maintenir à vue d'œil le plan de chaque cerce perpendiculaire à la surface de la sphère que l'on voudra tailler, et de faire passer la courbe génératrice par les points de repères déterminés sur les courbes directrices par les plans qui contiennent l'axe commun des deux cônes. Ces points de repères seront pour cela marqués sur les courbes de la *fig.* 1 par des numéros correspondants.

On pourra opérer de la même manière pour tailler la partie de courbe désignée par la lettre N sur les *fig.* 5 et 4.

Cette pièce sera déduite du prisme qui aurait pour base ou pour section droite le trapèze $c'c'z'z'$ (*fig.* 4), et pour longueur la droite horizontale cc de la *fig.* 5.

Les faces $c'c'$, $z'z'$ projetées sur le plan A''A''' et rabattues sur le plan horizontal A'''Z''' *fig.* 3, contiennent les arcs de cercles qui, tracés sur les plans $a'a'$ et $z'z'$ de la *fig.* 4, détermineront les surfaces coniques sur lesquelles on appliquera les parties correspondantes des développements *fig.* 1.

839. *Deuxième méthode.* La méthode précédente exigerait trop de bois si l'on voulait l'appliquer à la taille de la partie de courbe désignée par la lettre V sur les *fig.* 5 et 4; on trouverait difficilement un morceau de bois assez épais s'il fallait que deux de ses faces fussent perpendiculaires à l'axe commun des cônes.

Dans ce cas, on pourra déduire cette pièce d'un parallélipipède qui aurait pour face le rectangle $o'o'v'v'$, *fig.* 4, et pour épaisseur la distance oo ou vv des deux plans ver-

ticaux entre lesquels est comprise la projection horizontale de la pièce demandée.

Alors, il faudra déterminer et rabattre les ellipses D′,B′ et D″,B″ suivant lesquelles les faces *o′o′* et *v′v′* du prisme enveloppant, *fig.* 4, seront traversées par les surfaces des deux cônes D et B.

Ces courbes, appliquées sur les faces *o′o′* et *v′v′* du parallélipipède enveloppe, serviront de directrices pour le débillardement, et lorsque les surfaces coniques seront taillées, on y appliquera les parties correspondantes des développements *fig.* 1, et l'on agira pour le reste comme dans tous les exemples qui précèdent.

840. *Troisième méthode.* S'il s'agissait de construire la partie de courbe L comprise dans l'angle dièdre GC″Q formé par les plans P_1 et P_4 de la *fig.* 8, il faudrait opérer de la manière suivante :

1° On remarquera que les génératrices S—1 et S—2 du cône intérieur sont dans un même plan, puisqu'elles se coupent au sommet commun SS′ des deux cônes ;

2° On déterminera la trace horizontale *q* de la génératrice S—1, et la trace horizontale *g* de la génératrice S—2.

3° La droite *qg* qui contient les deux points que nous venons de déterminer sera la trace horizontale du plan qui contient les deux génératrices S—1 et S—2.

On pourra vérifier la direction de cette trace en joignant le point 2 de la *fig.* 5 avec le point *b*, suivant lequel la génératrice S′—1 *fig.* 4 est coupée par le plan horizontal P_5

4° On prendra un plan auxiliaire de projection $A^{IV}Z^{IV}$ vertical et perpendiculaire à la trace horizontale *gq* du plan qui contient les génératrices S—1 et S—2 ;

5° La nouvelle projection que l'on obtiendra, *fig.* 7, se

construira en traçant une perpendiculaire à $A^{IV}Z^{IV}$ par chacun des points de la projection horizontale *fig.* 5, et portant sur cette perpendiculaire à partir de $A^{IV}Z^{IV}$ la hauteur du point correspondant au-dessus de $A'Z'$;

6° On remarquera que les points 2,4,1,3 sont projetés en ligne droite sur la *fig.* 7, ce qui provient de ce que le nouveau plan de projection $A^{IV}Z^{IV}$ est perpendiculaire au plan P_6 des deux génératrices S—1 et S—2;

7° On pourra remarquer aussi que, par les mêmes raisons, la nouvelle trace 2—Z′ de ce plan doit passer par le point S^{IV} qui est la projection sur le plan $A^{IV}Z^{IV}$ du sommet commun des deux cônes.

On obtiendra cette projection S^{IV} en faisant $S^{IV}X^{IV}$ égale à S′O′.

8° Lorsque la projection, *fig.* 7, sera complète et vérifiée, on rabattra le plan P_6 autour de sa nouvelle trace verticale Z′—2 et l'on construira, *fig.* 6, la projection de la pièce dont il s'agit sur ce nouveau plan.

Cette projection s'obtiendra en traçant une perpendiculaire à la droite Z′—2, par chacun des points de la *fig.* 7, et portant sur cette perpendiculaire à partir de Z′—2 la distance du point correspondant à la droite $A^{IV}Z^{IV}$ *fig.* 5.

9° Lorsque les deux projections, *fig.* 7 et 6, seront terminées, on pourra préparer un morceau de bois compris entre les quatre plans projetants du rectangle *eerr*, *fig.* 6, et le plan P_7 tangent au cône extérieur et perpendiculaire au plan $A^{IV}Z^{IV}$ de la projection *fig.* 7.

Les sections D''',B''' et D^{IV},B^{IV} des deux cônes par les faces *ee*,*rr* du solide ainsi déterminé, seront les directrices du débillardement.

Pour construire ces courbes, on projettera le sommet SS′ des deux cônes sur le plan P_6 rabattu.

Cette projection S^{v} s'obtiendra en faisant S^{v}—S^{iv} de la *fig.* 6 égale à SX^{iv} de la *fig.* 5.

Les points de section des deux cônes par le plan projetant de *ee*, *fig.* 6, seront projetés, *fig.* 7, sur les génératrices correspondantes, puis rabattus, *fig.* 6, autour de la droite *ee* en prenant sur la *fig.* 7 leur distance à la droite Z'—2, ainsi on obtiendra le point s^{v} de la *fig.* 6, en faisant la distance $s^{v}t^{v}$ égale à la distance $s^{iv}t^{iv}$ de la *fig.* 7.

Il est évident que l'on peut remplacer le plan P_7 par un plan P_8 parallèle à P_6 et dans ce cas le parallélipipède enveloppe sera rectangulaire; c'est donc comme étude et comme recherche du solide *minimum* que j'ai indiqué la méthode précédente.

841. Les exemples que nous venons d'étudier suffisent pour faire comprendre comment on peut tailler toute espèce de pièce à double courbure, et par conséquent toutes les courbes arêtières, quelles que soient les surfaces extérieure ou intérieure des combles dont elles forment les pénétrations.

CHAPITRE III.

COURBE RAMPANTE.

842. Les principes que nous avons exposé dans les deux chapitres qui précèdent, sont appliqués à chaque instant pour l'exécution des pièces courbes qui entrent dans la construction des escaliers. Ainsi, par exemple,

843. La planche 42, aura pour objet les détails nécessaires à l'exécution de l'une des pièces qui composeraient la courbe rampante représentée par la *fig.* 15 de la *Pl.* 7 (*Introduction*).

844. La pièce courbe dont il s'agit et dont une partie est projetée sur la *fig.* 1, peut être considérée comme engendrée par le rectangle vertical A, que l'on ferait mouvoir de manière que chacun de ses angles 8, 9, 10, 11, décrirait une hélice (149, *Introduction*). Ces quatre hélices, de même pas, seraient situées sur les surfaces de deux cylindres concentriques ayant pour rayons les droites O—*o* et O—*a* (*fig.* 2).

Il résulte de là que les surfaces courbes de la pièce dont il s'agit, sont au nombre de quatre, savoir : les deux cylindres verticaux engendrés par le mouvement des côtés 8—9 et 10—11 du rectangle générateur, et les deux surfaces hélicoïdes engendrées par les côtés horizontaux 9—10 et 8—11.

845. Lorsque les hélices qui forment les arêtes de la pièce demandée sont presque horizontales comme on le voit sur la *fig.* 6, on peut déduire cette pièce de la courbe plane dont nous avons déjà parlé au n° 310.

Les surfaces courbes de la pièce seront déterminées par la projection horizontale de la courbe hélicoïde que l'on veut tailler; c'est-à-dire que les arcs de cercle *vu* seront égaux à la trace ou section droite du cylindre engendré par le côté extérieur 8—9 du rectangle générateur A (*fig.* 1), tandis que les deux arcs de cercle *ac* seront égaux à la trace du cylindre intérieur.

La hauteur *aa* (*fig.* 6) devra être égale à la différence des hauteurs des points *m* et *n*.

La courbe plane étant taillée, on tracera les génératrices des surfaces cylindriques intérieure et extérieure, et l'on déterminera sur ces lignes les hauteurs des points 1—1, 2—2, 3—3, etc., qui doivent déterminer les différentes positions de la règle génératrice des surfaces réglées engendrées par les côtés 9—10 et 8 - 11 du rectangle A (*fig.* 1); puis, en abattant le bois comme on le voit (*fig.* 4), il sera facile de tailler ces deux surfaces.

846. Lorsque les hélices qui forment les arêtes de la pièce demandée seront presque verticales comme celles de la *fig.* 7, et que l'on pourra se procurer un arbre capable de contenir le plus grand des deux cylindres concentriques entre lesquels la pièce doit être comprise, on pourra commencer par tailler ces deux surfaces au moyen de leurs sections droites ou directrices *mcn*, *vou*; et lorsque ces deux surfaces seront taillées, on y tracera les génératrices sur lesquelles on établira comme précédemment les points de repère 1—1—1, 2—2—2.

Ce qui déterminera les différentes positions de la règle génératrice des deux surfaces réglées hélicoïdes.

847. Les méthodes que nous venons d'indiquer pour la taille d'une courbe rampante hélicoïde ne peuvent être employées, comme nous l'avons déjà dit, que dans le cas où les hélices seraient presque horizontales, comme sur la *fig.* 6, ou presque verticales, comme on le voit (*fig.* 7).

Mais si la pièce que l'on veut tailler devait être inclinée suivant un angle peu différent de 45°, comme cela est in-

diqué sur la *fig.* 18, les méthodes précédentes ne conviendraient plus par les motifs suivants.

1° Il serait presque toujours impossible de trouver un arbre qui eût un diamètre assez grand pour que l'on pût en déduire la courbe plane *vuac vuac*, dont l'arête *vu* doit coïncider avec la section droite du cylindre extérieur.

2° Le déchet qui est suffisamment indiqué sur la *fig.* 18 par les parties A et B serait considérable.

3° Enfin, et cette troisième raison que nous avons déjà énoncée bien des fois, c'est que la force de la pièce serait considérablement diminuée par le peu de longueur des fibres, qui seraient horizontales dans le cas où l'on emploierait la méthode indiquée sur la *fig.* 6, et verticales si l'on opérait comme sur la *fig.* 7.

848. Or si l'on peut en quelque sorte faire abstraction de la force d'une pièce qui forme l'arête de pénétration de deux combles, il n'en est pas de même lorsqu'il s'agit des pièces importantes qni entrent dans la composition des escaliers, et dans ce cas, il faut nécessairement employer des méthodes qui permettent de déduire la pièce que l'on veut tailler (*fig.* 18) d'un arbre ou d'une pièce équarrie, inclinée comme la courbe que l'on veut en déduire. De sorte que les fibres de la pièce droite primitive étant, autant que possible, parallèles à la plus grande dimension de la pièce courbe, il en résultera que ces fibres, conservant plus de longueur, auront entre elles une plus grande adhérence, et la pièce obtenue sera d'autant plus forte.

849. Avant de commencer l'épure principale, je rappellerai quelques-unes des opérations nécessaires pour

déterminer les projections des hélices qui doivent former les arêtes de la pièce demandée.

850. Soient (*fig.* 2), les traces horizontales des deux cylindres circulaires et concentriques, entre lesquels se trouve comprise la courbe rampante hélicoïde engendrée par le rectangle vertical A (*fig.* 1).

On construira les projections verticales de toutes les hélices en opérant comme nous l'avons dit aux n°s 178 et 182 de l'introduction.

Toutes ces hélices ont le même pas qui est égal à deux fois la hauteur du point 8 au-dessus de l'horizontale du point 0.

Cette hauteur étant partagée en huit parties égales, on tracera les horizontales correspondantes, et l'on déterminera les hélices engendrées par les points 8 et 11 du rectangle A en employant la méthode du n° 178, tandis que les hélices engendrées par les points 9 et 10 seront déterminées en opérant comme nous l'avons dit au n° 182.

851. *Section droite.* Le point *m'*, milieu de la distance verticale 12—4 (*fig.* 1) et le point *m*, milieu de l'horizontale *c*—4, sont les deux projections d'un point appartenant à l'hélice parcourue par le centre du rectangle générateur A.

Cette courbe, projetée sur le plan horizontal par le demi-cercle *xmz*, se nomme *hélice moyenne;* or, si l'on fait la verticale *m'd* égale à quatre fois la huitième partie de la distance qui existe entre les horizontales des points 0 et 8, et que l'on porte sur l'horizontale *t'd* quatre fois la

huitième partie de la demi-circonférence *xmz*, l'hypoténuse *t'm'* sera la tangente au point *mm'* de l'hélice moyenne, dont il n'est pas nécessaire de construire la projection verticale (183 *introd.*).

Le plan *pq*, perpendiculaire à la tangente *t'm'*, sera par conséquent perpendiculaire à l'hélice du point *mm'*, et la section de la pièce de bois par le plan *pq* sera très-près d'être perpendiculaire sur chacune des quatre arêtes hélicoïdes engendrées par les sommets du quadrilatère A.

852. Si l'on voulait obtenir la section perpendiculaire à l'une quelconque de ces quatre hélices, à celle par exemple qui est engendrée par le point 9 du quadrilatère A, on construirait par le point 12 une tangente à cette hélice, et le plan perpendiculaire à cette tangente satisferait à la condition demandée; mais ce plan couperait alors les hélices des points 10, 8 et 11 surtout, suivant des angles d'autant plus aigus que ces hélices seraient plus éloignées du point par lequel on aurait fait passer le plan coupant, et l'on conçoit par conséquent pourquoi il est convenable, si l'on veut éviter les angles trop aigus sur les arêtes, de couper la pièce de bois par un plan *pq* perpendiculaire à l'*hélice moyenne*.

853. Si l'on abaisse des perpendiculaires par les points suivant lesquels le plan *pq* rencontre toutes les hélices projetées sur la *fig.* 1, on obtiendra sur la *fig.* 2 le quadrilatère *nuov* pour projection horizontale de la section demandée.

854. Pour obtenir la section droite, passant par un autre point BB', on pourrait opérer de la même manière, après avoir toutefois projeté toutes les hélices sur un nou-

veau plan vertical perpendiculaire au rayon 0—6 de la *fig.* 2.

Mais on évitera cette projection auxiliaire en faisant d'abord tourner la projection horizontale *nuvo* jusqu'à ce que le point *m* soit venu se placer en B, d'où l'on déduira en B' la projection verticale de la nouvelle section.

855. On n'a conservé sur l'épure que les hélices engendrées par les quatre sommets du quadrilatère A, mais il est évident que les côtés du quadrilatère *nuvo* (*fig.* 2) sont des lignes courbes.

Ces lignes, par suite de leur peu d'étendue, ont très-peu de courbure, et dans la pratique on peut faire abstraction de cette propriété; mais dans les épures d'étude, il est toujours utile, comme nous l'avons déjà dit bien des fois, de mettre en évidence la nature de la courbe et le sens de sa courbure, ce que l'on pourra toujours faire en déterminant des points intermédiaires.

Or, on atteindra ce but en construisant sur la *fig.* 1 les hélices engendrées par les milieux des côtés du rectangle générateur A.

Les intersections de ces hélices par le plan *pq* détermineront un point intermédiaire sur chacun des côtés du quadrilatère *onvu*, et si l'on veut obtenir quelques points éloignés des mêmes courbes, on projettera les hélices qui seraient engendrées par les points pris à volonté sur les prolongements des côtés des rectangle A.

856. On pourra remarquer que les côtés *ov* et *nu* du quadrilatère *novu* font partie des ellipses suivant lesquelles le plan *pq* coupe les deux cylindres concentriques entre

lesquels la pièce de bois doit être comprise, et que les côtés *no* et *vu* appartiennent aux courbes suivant lesquelles le même plan *pq* coupe les deux surfaces réglées hélicoïdes engendrées par les côtés 9—10 et 8—11 du rectangle A.

857. Les *fig.* 11, 12, 13, 14, 15 et 16 contiennent tous les détails d'épure nécessaires pour tracer le bois et tailler les surfaces de la courbe rampante.

La *fig.* 14 contient la projection horizontale, et la *fig.* 11 est la projection verticale que l'on construira en opérant comme nous l'avons dit précédemment.

858. La circonférence CB étant la projection horizontale de l'*hélice moyenne*, on choisira sur cette courbe les points par lesquels on veut faire passer les plans qui doivent former les faces extrêmes de la pièce demandée. Il ne faut pas que cette pièce soit trop longue; d'abord, par économie, puisque l'on perd tout ce qui résulte de la taille des deux surfaces cylindriques entre lesquelles la courbe doit être comprise; mais surtout parce que vers les extrémités, les fibres seraient d'autant plus courtes que la pièce aurait une plus grande longueur.

859. Le plan vertical de projection (*fig.* 11) doit être perpendiculaire au rayon qui passe par le milieu de la projection horizontale CB de l'hélice moyenne.

Cette disposition d'épure étant adoptée et toutes les hélices étant projetées sur la *fig.* 11, on construira le triangle rectangle $m'd't'$, en faisant, comme nous l'avons déjà dit, $m'd'$ égal à deux ou trois parties du pas, et $d't'$ égale à autant de parties correspondantes prises sur la projection horizontale CB de l'hélice moyenne.

L'hypoténuse *t'm'* sera la projection verticale de la tangente au point *mm'* de l'hélice parcourue par le centre du rectangle générateur A; on tracera le plan *pq*, perpendiculaire à cette tangente, et l'on projettera sur le plan horizontal, le quadrilatère curviligne *novu* qui résulte de la section de la pièce par le plan *pq*.

On obtiendra deux points intermédiaires ou situés sur les prolongements des côtés du quadrilatère *novu* en opérant comme nous l'avons dit au n° 855.

860. Si nous supposons que le quadrilatère *onvu* se meut en glissant sur l'hélice moyenne et restant toujours perpendiculaire à cette hélice, on l'amènera successivement dans les positions B et C; puis élevant des perpendiculaires par tous les points essentiels, on construira les projections verticales B' et C' des deux faces planes qui terminent la pièce demandée dont les deux projections seront alors complètes.

861. Pour tailler cette pièce, on peut employer plusieurs méthodes.

862. 1re *solution*. On déduira la pièce demandée d'un parallélipipède rectangle dont les faces seraient :

1° (*fig.* 14) deux plans verticaux ayant pour traces horizontales les droites *ci*,*ci*;

2° (*fig.* 11) deux plans *ac*,*ei* perpendiculaires au plan vertical de projection, et par conséquent aux deux premiers plans;

3° Enfin, deux plans *ce*,*ai* perpendiculaires aux quatre premiers et au plan vertical de projection.

Ce parallélipipède que l'on taillera, sera la première des formes successives que doit prendre la pièce de bois demandée.

Débillardement.

863. Les génératrices verticales des deux cylindres concentriques entre lesquels la pièce se trouve comprise, étant prolongées jusqu'aux deux plans *ac*,*ei* (*fig.* 11), on construira les ellipses provenant de leur intersection avec ces plans en prenant sur la *fig.* 14 les distances de chaque point au plan vertical *ci*, et l'on rabattra ces courbes comme on le voit (*fig.* 12 et 13).

On construira pareillement et l'on rabattra (*fig.* 15 et 16) les courbes suivant lesquelles les surfaces cylindriques et hélicoïdes de la pièce demandée traversent les plans *ce*, *ai* (*fig.* 11); puis, appliquant les quatre figures ou patrons D, E, F, G sur les faces correspondantes du parallélipipède *acei*, leurs contours (*fig.* 3) seront les directrices des deux surfaces cylindriques entre lesquelles la pièce demandée doit être comprise.

Ainsi, la pièce de bois sera *débillardée* (735) lorsque l'on aura taillé les deux surfaces cylindriques qui doivent contenir les hélices engendrées par les quatre sommets du rectangle A (*fig.* 11).

La *fig.* 3 représente la pièce dont on n'a taillé encore que la surface cylindrique intérieure.

Cette surface étant taillée, on y tracera les génératrices dont les positions seront déterminées par les points correspondants des panneaux ou patrons D et E; puis après avoir marqué sur ces génératrices les points correspon-

dants des hélices qui forment les arêtes intérieures de la pièce demandée, on tracera ces lignes avec une règle flexible à laquelle on fera prendre la courbure du cylindre (710).

On opérera de la même manière pour tracer sur le cylindre extérieur les hélices engendrées par les sommets *n* et *u* du rectangle A.

864. Lorsque les quatre hélices formant les arêtes de la pièce seront tracées dans les surfaces des deux cylindres concentriques, on prendra ces courbes pour directrices des deux surfaces réglées hélicoïdes engendrées par les côtés *on* et *vu* du rectangle A.

Il sera facile de tailler ces deux surfaces en abattant le bois comme on le voit sur la *fig.* 4, de manière à découvrir toutes les positions successivement occupées par l'arête d'une règle mobile dont la direction passerait à chaque instant par les points, suivant lesquels les deux hélices directrices sont coupées par les génératrices verticales des deux cylindres.

865. Quand les surfaces hélicoïdes et cylindriques seront taillées, on marquera sur les quatre hélices les sommets des deux quadrilatères B′ et C′ (*fig.* 11), et l'on taillera les deux faces planes qui terminent la courbe.

866. On remarquera que les deux *fig.* 12 et 13 sont identiques, ainsi que les *fig.* 15 et 16, ce qui provient d'abord de ce que les deux cylindres qui comprennent entre eux la pièce demandée sont circulaires; ensuite, de ce que les plans *ac*, *ce*, *ei*, *ai* sont deux à deux à égale distance des points correspondants de la pièce dont ils forment en quelque sorte l'enveloppe.

Cette régularité de position permettra de ne construire que deux de ces panneaux que l'on retournerait pour tracer les faces opposées; mais dans ce cas, il ne faudrait pas oublier de changer les numéros des points de repères.

867. 2° *solution*. Au lieu de tirer la pièce de bois d'un parallélipipède rectangle, on pourrait la déduire d'un prisme trapézoïdal, dont deux faces *ci*, *ci* (*fig*. 22), seraient comme précédemment perpendiculaires au plan horizontal. Deux autres faces *ca*, *ei* (*fig*. 19) seraient perpendiculaires au plan vertical de projection; enfin, les deux dernières faces *ccee*, *aaii* seraient les plans mêmes qui doivent contenir les faces extrêmes de la pièce de bois lorsqu'elle sera complétement taillée.

Les projections verticales et horizontales de toutes les hélices étant construites comme dans l'exemple précédent, on tracera (*fig*. 22) la droite *mt*, tangente au cercle CB qui est la projection horizontale de l'hélice moyenne, et l'on déterminera la projection verticale $m't'$ de cette même tangente, en opérant comme nous l'avons dit au n° 713.

On tracera le plan *pq*, perpendiculaire sur $t'm'$, et l'on déterminera la projection horizontale de la section que l'on amènera successivement dans les positions B et C, d'où l'on déduira les projections verticales B' et C'.

Par suite de ce mouvement la tangente *tm* viendra se placer successivement en $t''m''$ et $t'''m'''$ (*fig*. 22).

On construira, sur la *fig*. 19, les projections verticales correspondantes $t^{\text{IV}}m^{\text{IV}}$ et $t^{\text{V}}m^{\text{V}}$, en remarquant que les différences de hauteur qui doivent exister entre les points m^{IV}, m' et m^{V} dépendent de la quantité dont le point mm' a

dû monter ou descendre pour venir se placer successivement en m^{vi} ou en m^{v}.

Cela étant fait, on élèvera des perpendiculaires par les points r'' et s'', suivant lesquelles l'horizontale du point m'' (*fig.* 22) perce les deux faces verticales du solide enveloppe, ce qui fera connaître (*fig.* 19) les points r^{iv} et s^{iv} par lesquels on construira les deux côtés *ce*, *ce*, perpendiculaires sur la projection verticale $t^{iv}m^{iv}$ de la tangente $t''m''$, et l'on aura par ce moyen le quadrilatère *ccee* qui résulte de la section du solide enveloppe par le plan qui contient l'extrémité inférieure de la pièce de bois.

On construira de la même manière le quadrilatère *aaii* qui contient l'autre face extrême, puis on fera glisser ces deux quadrilatères sur l'hélice moyenne, l'un en montant l'autre en descendant, jusqu'à ce que leurs plans contiennent le point mm' et coïncident avec le plan *pq* perpendiculaire à l'hélice moyenne et au plan vertical de projection.

Pour exprimer sur l'épure le double mouvement que nous venons de supposer, il suffira de faire tourner sur la *fig.* 22 les quadrilatères ponctués *cece*, *aiai* de la quantité qui séparait le point *m* des deux points m'' et m''', de sorte qu'après ce mouvement les deux quadrilatères dont il s'agit doivent être placés par rapport à la droite *rs* comme ils étaient placés auparavant par rapport à la même droite $r''s''$, $r'''s'''$ lorsqu'ils occupaient leurs positions primitives B et C.

Lorsque les deux quadrilatères *aaii*, *ccee* de la *fig.* 22 auront été ramenés jusqu'au point *m*, on projettera tous leurs angles sur la trace du plan *pq*, d'où on les rabattra (*fig.* 23 et 24) en faisant tourner le premier autour de

l'horizontale projetante du point *k*, et le second autour de l'horizontale du point *h*.

Les panneaux ou patrons D et E (*fig.* 20 et 21) se construiront comme dans l'exemple du n° 863.

868. La méthode précédente doit être principalement considérée comme étude et comme exercice de géométrie descriptive; mais dans la pratique, il sera préférable d'opérer comme cela est indiqué sur les *fig.* 11, 12, 13, 14, 15 et 16. En effet, comme on peut dans ce cas faire passer les plans extrêmes par les points *n* et *u*, il est évident que le parallélipipède capable de contenir la pièce demandée sera moins long que celui dont il faudrait déduire le prisme trapézoïdale de la *fig.* 19, puisque la plus grande dimension *ac* de ce solide est évidemment beaucoup plus grande que la longueur de la pièce courbe que l'on en veut retirer, et cette considération est quelquefois très-importante dans la pratique.

Il est vrai que dans la méthode du n° 862 les faces B' et C' de la courbe rampante ne coïncidant pas avec les faces extrêmes du solide primitif, il s'ensuit que l'on a deux faces de plus à tailler; mais ces faces, étant planes, ne présentent aucune difficulté et ne peuvent pas être considérées comme une augmentation de la main-d'œuvre.

869. Il y a dans les travaux deux sortes d'économie; ainsi quelquefois, on préférera augmenter un peu le travail de l'ouvrier afin d'économiser la matière et de pouvoir employer une pièce de bois d'une bonne qualité, mais qui n'aurait que les dimensions rigoureusement nécessaires pour contenir la courbe que l'on veut en déduire, tandis

que, dans d'autres occasions, on pourra simplifier le travail de l'épure et de la taille en faisant servir une pièce de bois plus longue, mais dont les extrémités auraient peu de valeur et pourraient être sacrifiées sans inconvénient. Ainsi, par exemple, les charpentiers commencent presque toujours par donner à la pièce qu'ils veulent tailler la forme indiquée (*fig.* 5), c'est-à-dire qu'ils conservent provisoirement pour faces extrêmes les deux rectangles verticaux 1—2—3—4, etc.

Leur but, en agissant ainsi, est de pouvoir tracer entièrement sur les panneaux (*fig.* 12 et 13) les directrices elliptiques des deux cylindres concentriques entre lesquels la pièce demandée doit être comprise. Il n'est plus nécessaire alors de tracer (*fig.* 15 et 16) une partie de ces directrices sur les panneaux F et G dont la construction devient par conséquent inutile.

870. La courbe rampante que nous venons d'étudier peut être regardée comme le solide élémentaire d'où l'on peut déduire un très-grand nombre de pièces hélicoïdes que l'on a souvent l'occasion d'employer dans la construction des escaliers.

871. Ainsi, pour construire une de ces pièces que l'on nomme *main courante*, parce qu'elles servent d'appui à la main lorsque l'on monte ou que l'on descend l'escalier, on taillera d'abord la courbe rampante qui aurait pour section droite le rectangle 1—2—3—4 (*fig.* 9), puis on abattra toutes les parties qui sont indiquées par des hachures plus foncées, de manière que l'on puisse faire glisser sur la courbe le calibre en fer ou en bois dur qui est représenté sur les *fig.* 10 et 25. On aura soin de maintenir le plan de ce calibre dans une position constamment perpendiculaire à

la direction de la courbe, sur laquelle on aura tracé comme directrices les hélices des points 5, 6, 7, 8 et 9 (*fig.* 9).

872. On opérera de la même manière pour tailler toute espèce de courbe rampante hélicoïde dont la section droite serait un cercle (*fig.* 17 et 26), ou enfin un polygone quelconque (*fig.* 8).

873. Les moyens que nous venons d'indiquer permettent de conserver dans toutes leurs longueurs une partie des fibres de la pièce droite primitive. Il est cependant évident qu'un assez grand nombre de ces fibres seront tranchées. On diminuera, il est vrai, ce dernier inconvénient en donnant moins de longueur aux divers parties qui doivent composer la courbe rampante (*fig.* 15, *Pl.* 7 de l'*introduction*), mais alors on augmentera le nombre des assemblages, et l'on perdra d'un côté ce que l'on aura gagné de l'autre.

On fera donc bien, toutes les fois que cela sera possible, d'employer des bois naturellement courbes dans le sens des arcs elliptiques tracés sur les panneaux D et E (*fig.* 12, 13, 20 et 21) de la planche 42.

874. On pourrait aussi employer des madriers droits ramollis par la vapeur, auxquels on ferait prendre la courbure hélicoïde en les roulant sur un cylindre dont le diamètre serait déterminé par la question à résoudre; mais ce moyen, nous l'avons déjà dit, ferait perdre aux fibres une partie de leur force.

875. Ce qu'il y aurait de mieux à faire dans quelques cas exceptionnels, où l'importance de la pièce à exécuter permettrait de négliger les considérations de dépense

et de temps, serait de faire rechercher dans les forêts un arbre qui eût naturellement la double courbure demandée.

Après s'être assuré que cet arbre a partout une grosseur suffisante, on le placera dans la même position que la pièce qui doit en être tirée (*fig.* 18), puis au moyen de deux calibres horizontaux formés avec des planches cintrées suivant les courbes *vu* et *ac*, on pourrait déterminer à l'aide d'un plomb les profondeurs des entailles verticales (321) qu'il faudrait faire pour régler le mouvement de la génératrice des deux surfaces cylindriques *vu* et *ac;* la pièce serait alors débillardée, et les hélices tracées dans les deux cylindres permettraient de tailler les surfaces hélicoïdes en opérant comme on le voit sur la *fig.* 4.

CHAPITRE IV.

ESCALIERS.

876. L'usage des escaliers est trop connu pour qu'il soit nécessaire d'en donner ici une définition; je me contenterai donc de décrire les pièces diverses qui entrent dans la composition de cette partie si importante des édifices.

877. Les parties principales d'un escalier sont *la cage*, *les marches* et *les limons*.

878. La cage est la partie du bâtiment qui contient l'escalier; elle peut être :

Rectangulaire, comme on le voit sur les *fig.* 1, 5, 11, 15 et 21 (*Pl.* 43);

Polygonale, comme sur la *fig.* 7;

Circulaire, comme sur les *fig.* 2 et 6;

Elliptique (*fig.* 10 et 13) ou quelquefois d'un contour irrégulier, déterminé par la nécessité de satisfaire à certaines conditions données.

879. La forme rectangulaire est celle qui convient le mieux aux escaliers qui ont quelque importance. Les formes circulaires sont souvent adoptées pour les escaliers qui doivent occuper peu d'espace.

La forme elliptique n'est ordinairement employée que par des motifs qui résultent de la disposition particulière des autres parties du monument.

Enfin, on conçoit que les difficultés locales ou la nécessité de satisfaire à certaines exigences de service, pourraient seules déterminer la construction d'un escalier dans une cage dont le contour serait un polygone irrégulier.

880. L'ensemble des marches d'un escalier forme quelquefois une série continue, comme on le voit sur les *fig.* 1, 2, 10, 19 et 21; mais le plus ordinairement la suite des marches est interrompue par un certain nombre de *paliers*.

On nomme ainsi les portions de planchers horizontaux qui existent à l'entrée des appartements ou qui forment des repos destinés à diminuer la fatigue que l'on éprouverait s'il fallait parcourir en montant un trop grand nombre de marches consécutives.

Les grands paliers rectangulaires M (*fig.* 11 et 15) sont placés ordinairement aux différents étages de maisons

d'habitation, et au niveau des portes d'entrée des appartements auxquels ils servent en quelque sorte de vestibules.

Les paliers de repos ou demi-paliers N (*fig.* 5) ont souvent la forme d'un carré.

Enfin, dans les escaliers circulaires ou elliptiques (*fig.* 6, 13, 16 et 9), la forme des paliers dépend de celle de la cage et du limon.

881. Les paliers M (*fig.* 11 et 15) ne sont autre chose que deux planchers ordinaires (*fig.* 4 et 8), formés de solives assemblées par un bout dans la cage de l'escalier, et par l'autre bout dans une poutre ou pièce de charpente *ac* dont la longueur est égale à celle du palier.

882. Cette poutre est taillée comme les marches de l'escalier et se nomme pour cette raison *marche palière*.

En effet, du côté du point *c*, elle forme la dernière marche de la rampe que l'on vient de parcourir lorsque l'on arrive au palier, tandis que la partie qui contient le point *a* forme la première marche de la rampe suivante.

La marche palière (*fig.* 4 et 8) contient un morceau du *limon* que l'on pourrait tailler avec la marche dans l'épaisseur d'un seul morceau de bois, mais que l'on préfère souvent tailler à part comme on le voit (*fig.* 12 et 14).

Dans ce cas, on assemble ces parties de limon avec la marche palière, au moyen de forts boulons à vis avec écrous.

Lorsque le palier est carré comme sur la *fig.* 3, ou qu'il a la forme d'un secteur circulaire (*fig.* 9), il y a deux

marches palières *v*,*u*, assemblées dans la portion de courbe rampante à laquelle viennent aboutir le limon qui précède et celui qui suit.

883. Quoique l'on donne ordinairement le nom de rampe à la pièce de bois ou *main courante* sur laquelle on s'appuie, on se sert aussi de cette expression pour désigner toute la série de marches qui existe entre deux paliers consécutifs.

Ainsi, dans l'escalier qui est représenté sur la *fig.* 5, la première *rampe* ou *travée* sera composée de quatre marches comprises entre le sol S et le premier palier N.

Toutes les marches comprises entre les paliers N et N′ formeront la seconde *travée* ou *rampe*, et ainsi de suite.

884. La surface apparente d'un escalier se compose de faces qui sont alternativement verticales et horizontales.

885. La face horizontale d'une marche se nomme le *giron* et la face verticale se nomme la *contre-marche*.

886. Dans les escaliers à paliers (*fig.* 11 et 15) les arêtes des marches sont parallèles entre elles, et chaque marche a par conséquent une forme prismatique; mais lorsqu'un escalier n'a pas de palier, les marches sont ordinairement plus larges du côté qui est assemblé dans les parois de la cage que vers le centre (*fig.* 1 et 2).

887. Quelquefois, pour éviter des variations trop brusques de largeur, on emploie des marches contournées comme on le voit (*fig.* 20).

888. Les dimensions que l'on doit donner aux marches sont de $0^m,325$ pour la largeur de la face horizontale, et $0^m,162$ pour la hauteur, ce qui donne à très-peu de chose près le rapport de 2 à 1.

Ces dimensions, données par l'expérience, paraissent être celles qui conviennent au plus grand nombre de personnes.

Le peu d'étendue de la cage ou la nécessité de faire aboutir l'escalier à un point déterminé peuvent engager quelquefois à changer les dimensions ci-dessus, mais il faut dans tous les cas s'en écarter le moins possible.

889. Une condition à laquelle il est absolument nécessaire d'avoir égard lorsqu'un escalier doit avoir plusieurs révolutions, c'est que l'espace vertical compris entre deux révolutions successives soit toujours assez grand pour qu'une personne de grande taille qui monterait ou descendrait ne soit jamais gênée dans ses mouvements.

On doit se régler sur la hauteur d'une personne qui descendrait, parce que, dans ce cas, pour rejeter en arrière le centre de gravité, on se tient toujours plus droit que lorsqu'on monte.

Il faut en outre prévoir le cas où la personne qui descendrait serait chargée d'un objet embarrassant par sa hauteur.

Or, la taille d'un homme très-grand n'excédant presque jamais 1,90, ajoutons 50 centimètres pour le cas où il porterait quelque objet embarrassant, mettons encore 30 centimètres pour l'épaisseur de l'escalier, nous aurons en-

viron $2^m,70$ pour la plus petite distance verticale entre une travée ou rampe et celle qui est au-dessus.

Par conséquent, si l'on divise ce nombre par 0,162 que nous avons donné plus haut (888) pour la hauteur qui convient le mieux à chaque marche, il s'en suit que l'on devra compter *au moins* 16 ou 17 marches dans la révolution entière d'un escalier; c'est-à-dire depuis un point quelconque de l'escalier jusqu'au point qui occupe exactement la même place dans l'étage supérieur, ou, si l'on veut, entre les points suivant lesquels deux rampes parallèles seraient percées par la même verticale projetante.

890. Je répète que la distance que nous venons d'indiquer doit être considérée comme un minimum et seulement pour le cas où l'on aurait peu de place.

891. La largeur des marches doit être comptée sur la projection horizontale de la ligne que l'on parcourt habituellement en montant ou en descendant et que l'on nomme *ligne de foulée*.

Cette dernière remarque ne s'applique qu'aux escaliers tournants, puisque dans les escaliers droits les marches ont partout la même largeur.

892. La longueur de chaque marche ou, ce qui est la même chose, la largeur de l'escalier se nomme l'*emmarchement*.

893. Les marches sont ordinairement scellées par un bout dans le mur qui forme la cage de l'escalier, et par l'extrémité qui correspond à l'intérieur, elles sont encastrées dans l'épaisseur d'un pilastre ou poteau en bois que

l'on nomme *noyau* (*fig.* 1 et 2), ou dans une pièce de bois rampante que l'on nomme *limon* (*fig.* 17 et 18).

894. Le noyau d'un escalier peut être rectangulaire comme on le voit (*fig.* 1) ou circulaire comme sur la *fig.* 2.

895. Les limons peuvent être droits comme sur les *fig.* 5, 11, 15, 19, 21, 17, ou à *double courbure*, comme sur les *fig* 6, 7, 10, 13, 16, 18, 12 et 14; dans ce cas on les nomme aussi *courbes rampantes*.

896. Il existe encore des escaliers à noyau dans quelques anciens bâtiments; mais, dans les constructions modernes, ce genre d'escaliers doit être rigoureusement rejeté.

Le peu de largeur des marches à l'endroit où elles sont assemblées dans le noyau ne permet plus d'y placer la totalité du pied, et la hauteur des marches restant la même, il en résulte dans cette partie de l'escalier une espèce de précipice d'autant plus dangereux que le noyau est lui-même plus étroit.

On ne doit donc employer ce genre de construction que dans le cas où le peu d'étendue de la cage ne permettrait pas d'agir autrement.

897. L'emploi des limons ou courbes rampantes dans lesquelles les marches sont assemblées du côté qui correspond au centre de la cage, permettra de faire tourner l'escalier autour d'un espace vide rectangulaire, circulaire ou elliptique que l'on nomme le *jour de l'escalier*.

Cet espace est indiqué par des hachures sur toutes les figures de la planche 43.

898. Lorsque la cage de l'escalier est en charpente, on dispose en saillie à l'intérieur ou dans l'épaisseur des pans de bois, qui alors remplacent les murs, des pièces rampantes droites ou courbes que l'on nomme *faux limons* (*fig.* 17 et 18), et dans lesquelles sont assemblées les marches.

899. D'autres fois, lorsqu'il s'agit d'un escalier qui ne doit pas éprouver une grande fatigue, on supprime le limon intérieur, ce qui donne plus de légèreté à l'escalier dont les marches se soutiennent alors par la forme particulière de leur coupe et par la manière dont elles sont assemblées.

900. Lorsque le *limon* ou *courbe rampante* a un très-petit rayon de courbure, comme on le voit aux points *a* des *fig.* 19 et 21, il en résulte pour cette partie de l'escalier le même inconvénient que si les marches tournaient autour d'un noyau plein (896).

Dans ce cas on ne trace pas les arêtes des marches perpendiculaires aux lignes droites ou courbes qui forment les projections horizontales des limons, mais on leur donne une direction qui permet d'augmenter la largeur des marches assemblées dans le limon courbe, aux dépens de celles qui sont assemblées dans le limon droit.

Nous verrons bientôt comment il faut opérer pour satisfaire à cette condition que l'on nomme *balancement* des marches.

901. La difficulté dont nous venons de parler n'a pas lieu lorsque la cage est assez spacieuse pour que l'on puisse y placer des *paliers* (*fig.* 5, 11, 15, etc.).

Épures.

902. Les définitions qui précèdent étant admises, nous allons passer à l'explication des épures nécessaires pour construire toutes les parties des escaliers.

Escaliers droits.

903. On pensera peut-être que l'exposé des principes sur lesquels repose la construction de ce genre d'escaliers aurait été placé plus convenablement lorsque nous avons parlé de l'étude des bois droits; mais, d'abord, il existe entre les différentes parties d'un escalier droit, et les parties correspondantes des escaliers courbes une si grande analogie, qu'il n'aurait pas été convenable de séparer des idées qui sont de nature à s'éclaircir mutuellement.

En effet, une ligne droite peut toujours être considérée comme une courbe dont le rayon serait infini, réciproquement une courbe peut être considérée comme une modification d'une ligne droite. Aussi toutes les pièces d'un escalier courbe ont leurs analogues parmi les pièces correspondantes d'un escalier droit.

On retrouve d'ailleurs dans presque tous les escaliers droits des courbes rampantes à double courbure qui suffiraient seules pour nous justifier d'avoir réuni dans un même chapitre l'étude des diverses espèces d'escaliers.

904. Je ne dirai rien de la construction des cages d'escaliers qui ne sont que des murs ou des pans de bois ordinaires (67).

905. Les questions que nous avons à résoudre se ré-

duisent donc à la construction des *marches* et des *limons*.

906. Il y a plusieurs manières de faire les marches d'un escalier.

907. La plus simple de toutes est celle qui est adoptée, *Pl.* 44, pour l'escalier de la *fig.* 2 que l'on nomme *échelle de meunier*.

Chaque marche se compose uniquement d'une planche horizontale, assemblée par ses extrémités dans deux planches épaisses ou madriers inclinés qui forment les limons de l'escalier.

908. Les hachures que l'on voit sur la face extérieure de l'un des deux limons indiquent les différentes manières dont on peut assembler les marches.

Quelquefois on ne fait qu'un seul tenon *a* ou *b*; d'autres fois on en fait deux *c*, *c'*.

On peut donner à l'extrémité du tenon une forme rectangulaire comme on le voit en *a*, ou bien pour moins affaiblir le limon on taillera les petites faces du tenon *b* parallèlement à la pente de l'escalier.

909. Pour empêcher le tenon de quitter son assemblage, on pourra y ajouter un coin en bois dur comme on le voit (*fig.* 12).

Mais si le coin est trop fort ou s'il est trop enfoncé, il pourra faire éclater la marche ou le limon et quelquefois tous les deux.

910. Pour empêcher les deux limons de s'écarter on peut prolonger en dehors quelques-uns des tenons que l'on traversera par des clefs.

911. Ou bien on peut relier les deux limons par des boulons en fer *m*, ou par des tringles en bois durs *n*, dont les extrémités, taillées en queue d'hironde (*fig.* 11), seraient logées dans les entailles correspondantes réservées à cet effet dans l'épaisseur des limons.

912. L'escalier représenté sur la *fig.* 3 est composé de marches creuses formées par une suite de planches alternativement verticales et horizontales, assemblées au moyen de languettes et rainures comme cela est indiqué par les hachures tracées sur la coupe des marches.

On n'a laissé que trois marches sur la figure, afin de faire voir les *encastrements* creusés pour le logement des marches dans l'épaisseur du limon qui est à gauche de l'escalier.

Le limon de droite est supprimé, afin que l'on puisse voir le plafond qui est au-dessous de l'escalier.

913. Ce plafond se fait quelquefois en planches, mais le plus ordinairement on fait ce plafond en plâtre maintenu comme les plafonds ordinaires par un lattis cloué sur les traverses *x*,*x*.

Ces traverses servent en même temps à prévenir l'écartement des limons dans lesquels elles sont assemblées par leurs extrémités.

Les traverses ne doivent pas toucher les marches, parce

que les oscillations détruiraient promptement l'enduit du plafond.

914. Au lieu d'encastrer les extrémités des marches dans l'épaisseur d'un limon continu semblable à celui qui est représenté sur la *fig.* 3, on préfère souvent assembler les marches et les contre-marches sur les parties verticales et horizontales d'un limon taillé en forme de crémaillère comme on le voit sur la *fig.* 1.

Il est évident que cette disposition diminuera la force du limon, mais on pourra toujours rendre à cette pièce une partie de la force perdue, en augmentant son épaisseur ou sa hauteur verticale dans la partie dont les fibres ne sont pas tranchées, ou bien en la fortifiant par une doublure en bois ou en fer.

Au surplus, ce genre de construction, qui réunit l'élégance à la légèreté, ne doit être employé que pour des escaliers qui ne seraient pas exposés à une grande fatigue.

915. Si l'escalier devait supporter de lourds fardeaux, on pourrait faire les marches pleines comme on le voit sur la *fig.* 4.

Dans ce cas, les entailles creusées dans l'épaisseur du limon, pour l'encastrement des marches, auraient la forme indiquée par la *fig.* 5 qui est la section d'une marche par un plan perpendiculaire à sa longueur.

Ce genre d'escalier ayant beaucoup plus de roideur que dans l'exemple précédent, on peut clouer au-dessous des marches les planches ou le lattis du plafond.

916. Enfin, si l'on donne aux marches de l'escalier le profil indiqué par la *fig.* 7, le plafond sera formé par la surface inférieure des marches.

Dans ce cas, les coupes *vu* des marches sont des plans perpendiculaires à la surface du plafond, et par conséquent à la pente de l'escalier.

917. Pour augmenter la solidité et prévenir le grave danger qui existerait si les marches sortaient des entailles creusées dans l'épaisseur du limon, on les relie entre elles par des boulons avec écrous comme ceux que l'on voit sur les *fig.* 7 et 25.

918. Si l'on avait très-peu de place on pourrait faire un escalier comme celui qui est représenté par la *fig.* 8, et que l'on nomme *escalier à répétition.*

Chaque marche a deux fois la hauteur d'une marche ordinaire, à l'exception cependant de la première à droite et de la dernière à gauche.

Il résulte évidemment de cette combinaison qu'en parcourant l'escalier que nous prenons ici pour exemple, on s'élèvera autant que si l'escalier contenait sept marches de hauteur ordinaire, quoique cependant la projection horizontale ne soit pas plus étendue que pour un escalier de quatre marches.

La *fig.* 10 est le double limon qui supporterait les marches au milieu de l'escalier.

Escaliers circulaires.

919. Nous avons dit plus haut que toutes les parties des escaliers droits se retrouvent dans les escaliers circulaires.

Ainsi, les planches horizontales qui forment les parties supérieures des marches, dans les exemples représentés sur les *fig.* 1, 2 et 3, deviennent des secteurs de cercle dans l'escalier de la *fig.* 22.

Les marches prismatiques des *fig.* 4 et 6 diminuent de largeur vers le centre sur les *fig.* 33 et 39.

Les limons droits des escaliers 1, 2, 3, 4 et 6 sont remplacés par des courbes rampantes sur les *fig.* 22, 21, 33, 32, 47, 55, etc.

920. Supposons donc que l'on veut construire un escalier circulaire dont chaque marche serait formée, comme dans l'exemple de la *fig.* 3, par une planche horizontale formant le giron ou la marche, et par une seconde planche ou contre-marche verticale.

On tracera d'abord (*fig.* 22) les différents cercles concentriques qui déterminent les épaisseurs des limons ou courbes rampantes; puis on divisera la circonférence de l'escalier en autant de parties égales que l'on voudra obtenir de marches dans une révolution.

La largeur et par conséquent le nombre des marches étant déterminés sur la ligne de foulée *hk*, qui est ici une circonférence de cercle, il ne faudra pas oublier de donner à chacune d'elles une hauteur telle que l'espace vertical

compris entre les deux révolutions de l'escalier satisfasse aux conditions que nous avons énoncées au n° 889.

Les droites tracées en lignes pleines et dirigées vers le centre de l'escalier indiquent de combien la marche est saillante au-dessus de la contre-marche dont l'épaisseur est marquée par des points sur la projection horizontale de la marche A.

La droite *ce* est l'arête de la marche précédente.

Les hachures de points qui couvrent la projection horizontale de la marche B, forment un patron qui, reporté sur le bois, permettra de tracer le contour de toutes les marches.

921. En disposant ces patrons comme on le voit (*fig.* 60), on pourra tirer deux marches d'une planche qui cependant n'aurait pas une largeur égale à deux fois celle d'une seule marche.

922. Pour tailler le limon de cet escalier on opérera comme nous l'avons dit au n° 842.

Ainsi, après avoir projeté en M (*fig.* 21) la portion de courbe que l'on veut tailler, on construira le rectangle circonscrit *aoxy*, ce qui déterminera les dimensions de la pièce de bois nécessaire.

La longueur de cette pièce sera *ao*, son épaisseur sera *ay* et sa largeur *ns* (*fig.* 22).

Nous avons opéré ici comme le font beaucoup de praticiens qui préfèrent sacrifier un peu plus de bois, et simplifier les épures (869), mais si l'on éprouvait quelques difficultés pour se procurer une pièce de bois qui eût les

dimensions suffisantes, on commencerait par déterminer les tenons et les faces d'assemblage, comme on le voit (*fig.* 47 et 55), ce qui diminuerait la longueur de la pièce à tailler, et par suite les trois dimensions du plus petit parallélipipède capable de la contenir (862).

Nous reviendrons plus tard sur cet objet.

La portion de limon que l'on veut tailler étant projetée en M (*fig.* 21), on construira les arcs d'ellipses 1—2—3, 1'—2'—3', suivant lesquels les deux cylindres circulaires et concentriques entre lesquels le limon se trouve compris, sont coupés par le plan *pq*, parallèle aux faces *ao*, *yx* du parallélipipède rectangle.

Ces ellipses sur lesquelles on aura soin de conserver les points de repères seront les directrices des deux surfaces cylindriques de la pièce demandée.

Avant de tracer les ellipses 1—2—3; 1'—2'—3' sur les faces *ao*, *yx* du parallélipipède, il ne faudra pas oublier de tracer la droite *rz* sur les deux faces verticales et parallèles du même solide, afin que l'on soit bien assuré que les points 1, 2, 3, etc., occuperont, sur les faces *ao*, *yx*, la place qui leur appartient.

Nous avons dit au n° 862 comment il fallait s'y prendre pour construire les ellipses 1—2—3; 1'—2'—3' de la *fig.* 21.

Ainsi, en supposant que le plan coupant *pq* soit rabattu en tournant autour de la droite qui résulterait de son intersection par le plan vertical *bd* (*fig.* 22), la distance de chacun des points des ellipses demandés à la droite *pq* (*fig.* 21), sera égale à la distance de la projection horizontale du même point à la droite *bd* (*fig.* 22).

923. Au lieu de construire par points les deux ellipses 1—2—3; 1'—2'—3' de la *fig.* 21, on peut remarquer que les demi-grands axes g—4, g—4' sont égaux aux droites i—4'', i—4''' dont les extrémités 4'' et 4''' résultent de l'intersection du plan pq par les verticales des points 4^{v} et 4^{vi} de la *fig.* 22, tandis que les demi-petits axes g—2, et g—2' des mêmes ellipses sont égaux aux rayons des deux cylindres concentriques entre lesquels se trouve comprise la portion de limon que l'on veut tailler.

924. Quelques praticiens évitent de construire la projection verticale du limon.

Ils se contentent de faire pq parallèle à la droite qui toucherait l'hélice parcourue par le centre du rectangle générateur du limon (713).

Pour obtenir dans ce cas l'inclinaison de la droite pq, ils construisent le triangle rectangle CDI dont le côté vertical DI est égal à la hauteur d'une marche; tandis que le côté horizontal CD est le développement de la largeur d'une marche comptée sur la trace du cylindre qui partagerait en deux parties égales l'épaisseur du limon, ou, ce qui revient au même, qui serait à égale distance des deux surfaces cylindriques entre lesquelles cette pièce se trouve comprise.

925. Cette manière de procéder permet de tracer immédiatement sur le bois les courbes elliptiques directrices des deux cylindres; mais lorsque l'on ne construit pas (*fig.* 47 et 55) la projection complète de la partie de limon que l'on veut tailler, on ne peut plus déterminer, comme nous l'avons fait au n° 862, les dimensions du plus petit parallélipipède capable de contenir cette pièce.

Dans ce cas, pour ne pas être exposé à faire un travail inutile, on prend un morceau de bois plus fort qu'il ne serait absolument nécessaire, ou bien la pièce de limon que l'on en tire, n'ayant pas toute la longueur qu'il aurait été possible de lui donner en agissant autrement, il s'ensuit que les assemblages sont trop rapprochés, ce qui nuit beaucoup à la solidité de la construction.

926. Nous avons dit (863) que l'on donnait le nom de *débillardement* à l'opération qui consiste à tailler les deux surfaces cylindriques du limon.

Lorsque cette partie du travail sera terminée, on tracera sur les surfaces des deux cylindres, leurs génératrices verticales, dont les positions seront déterminées par les points de repères des courbes elliptiques tracées précédemment sur les faces *ao*, *yx* du parallélipipède *aoxy*.

Puis, en déterminant sur chacune de ces génératrices la distance verticale qui est comprise entre les points suivant lesquels elle rencontre les plans *ao*, *yx* et les arêtes du limon, on aura toutes les positions que l'on doit faire prendre à la règle pour engendrer les deux surfaces réglées hélicoïdes du limon (*fig.* 4, *Pl.* 42).

927. Quand cette pièce sera taillée, on tracera dans le cylindre concave la *fig.* 17, qui est le développement de la surface cylindrique intérieure du limon.

Cette opération déterminera la place des encastrements ou entailles, suivant lesquelles les extrémités des marches doivent pénétrer dans l'épaisseur du limon.

La profondeur de ces entailles qui est à peu près du tiers

de l'épaisseur du limon, est indiquée sur le plan par un arc de cercle tracé en points ronds.

928. Pour construire la *fig.* 17 on emploiera le principe que nous avons indiqué au n° 694.

Ainsi, après avoir tracé une horizontale EF, on portera sur cette ligne toutes les largeurs des marches, les épaisseurs des contre-marches et les saillies des moulures, prises sur l'arc c—4^v qui est la trace ou section droite du cylindre que l'on veut développer ; les hauteurs des différents points de la *fig.* 17 seront les mêmes que celles des points correspondants de la projection verticale (*fig.* 21), et résulteront par conséquent de l'inclinaison plus ou moins grande que l'on voudra donner à l'escalier.

929. Le limon du noyau (*fig.* 32) se construira exactement de la même manière; la *fig.* 34 déterminera les dimensions du solide capable de contenir la courbe rampante demandée, et, lorsqu'elle sera taillée, on appliquera sur la surface du cylindre convexe, la *fig.* 23 qui donnera la place des entailles suivant lesquelles les marches doivent pénétrer dans l'épaisseur du limon.

930. Au lieu de construire les développements des *fig.* 17 et 23), suivant lesquelles les marches pénètrent dans l'épaisseur des limons; quelques constructeurs préfèrent tracer directement ces figures sur le bois, en se guidant pour cela sur les droites verticales génératrices des surfaces cylindriques des limons.

931. Si l'on veut faire les marches comme dans l'exemple qui est représenté sur la *fig.* 1, on taillera le limon en crémaillère comme on le voit (*fig.* 52).

Dans ce cas, on construira les *fig.* 18 et 20.

La première est le développement du cylindre qui forme la surface convexe du limon du noyau, et la *fig.* 20 est le développement de la surface cylindrique concave du limon extérieur.

932. Il semblerait que l'on doit développer également la surface concave du premier de ces deux limons, et la surface concave du second; mais il sera plus exact lorsque les verticales de la *fig.* 20 seront tracées dans le cylindre intérieur, de déterminer les génératrices correspondantes du cylindre extérieur au moyen d'une fausse équerre ou *beuveau* (*fig.* 19), dont une branche serait taillée suivant la courbure du cylindre intérieur (*fig.* 22).

Il faut avoir soin, dans ce cas, de maintenir le plan de l'instrument perpendiculaire à la direction du cylindre, et de faire en sorte que la branche droite coïncide avec la génératrice de la surface réglée hélicoïde qui forme la face supérieure de la courbe rampante qui doit être primitivement taillée par la méthode ordinaire.

933. Enfin, les arêtes verticales des endentures du limon, qui est projetée sur la *fig.* 52, peuvent encore être déterminées avec beaucoup d'exactitude, en prenant sur le plan (*fig.* 22) la distance de chacune de ces droites à la plus rapprochée des génératrices que l'on a dû tracer dans les deux cylindres concentriques pour tailler la courbe rampante de la *fig.* 21.

934. Au lieu de couper à angle droit l'extrémité de la contre-marche, comme on le voit au point *a* de la *fig.* 1, on peut la tailler en biseau comme au point *v* de la *fig.* 22.

Dans ce cas, les parties correspondantes du limon devront être taillées suivant l'angle rentrant *v*—1—2.

935. Enfin, il est évident que l'on peut réunir les contremarches avec le limon par l'un des assemblages indiqués sur les *fig.* 12 ou 16 de la *Pl.* 3.

936. Les *fig.* 26 et 51 sont les deux projections d'un escalier circulaire du genre de celui que nous venons de décrire.

Les limons sont taillés en crémaillères comme celui de la *fig.* 52, et les marches creuses sont formées de planches alternativement verticales et horizontales comme celles représentées par les *fig.* 1 et 3.

Le plafond qui, dans l'escalier de la *fig.* 3, est un plan incliné, sera remplacé dans l'escalier circulaire de la *fig.* 26 par une surface réglée hélicoïde qui aurait pour génératrice une droite horizontale s'appuyant sur deux hélices de même pas.

Les traverses horizontales et parallèles sur lesquelles on cloue le lattis du plafond de la *fig.* 3, seront, dans l'exemple de la *fig.* 26, dirigées vers l'axe de l'escalier, et la surface du plafond que nous supposons formé en plâtre, sera facilement engendrée par une règle que l'on fera glisser horizontalement, de manière qu'elle passe à chaque instant par les points qui sont à la même hauteur sur les deux limons.

937. 2e *exemple de l'escalier circulaire.* On peut demander que le plafond soit formé par la face inférieure des marches de l'escalier, comme dans l'escalier droit qui est représenté (*fig.* 6).

Pour bien comprendre comment on doit opérer dans ce cas, examinons d'abord (*fig.* 7) l'une des marches de l'escalier qui est dessiné en perspective sur la *fig.* 6; nous remarquerons, en faisant abstraction des moulures, que chaque marche est un solide prismatique hexagonal dont la surface latérale contient les faces suivantes :

1° La face horizontale *av* qui forme la *marche* ou *giron;*

2° La face verticale ou *contre-marche ac;*

3° Une seconde face horizontale *cv*, suivant laquelle la marche dont il s'agit est posée sur celle qui la précède en montant;

4° et 5° Deux faces *vu* planes, parallèles entre elles, et *perpendiculaires* à la surface *uu* du plafond;

6° Enfin, cette dernière surface parallèle à l'inclinaison de l'escalier.

La surface entière du solide qui forme la marche sera complétée par les deux faces verticales qui en forment les extrémités.

Or, si l'on suppose que l'escalier droit qui est représenté en perspective par la *fig.* 6, prend une courbure circulaire, de manière que son plan soit transformé comme on le voit sur la *fig.* 33.

Les limons droits seront remplacés par des courbes rampantes hélicoïdes, et les différentes faces de chaque marche subiront les modifications suivantes.

Les deux faces verticales qui forment les extrémités seront transformées en deux surfaces cylindriques qui,

ainsi que les limons, auront pour axe commun la verticale qui contient le centre de l'escalier.

Les faces horizontales qui étaient rectangulaires sur la *fig.* 6 prendront la forme indiquée sur le plan par la lettre M (*fig.* 33).

La partie *apparente* de chacune de ces faces sera une portion de secteur circulaire comprise entre le cylindre concave du limon extérieur et le cylindre convexe du limon intérieur.

938. On pourrait diriger vers le centre les arêtes horizontales des points *v,u;* mais, dans ce cas, la portion de surface plane suivant laquelle chaque marche repose sur la marche précédente diminuerait de largeur vers l'axe de l'escalier, ce qui serait moins solide que la disposition adoptée sur la *fig.* 33, et qui consiste à faire les arêtes de chaque marche parallèles à l'arête extérieure de la marche qui est immédiatement au-dessus.

Il résulte encore de cette disposition que les deux arêtes *vv,uu* (*fig.* 33) étant parallèles, la face qui les contient sera un plan, tandis que si l'on avait dirigé ces mêmes arêtes vers l'axe de l'escalier, la face *vvuu* aurait été gauche, ce qui n'aurait pas été aussi solide.

Enfin, la droite *uu*, génératrice de la surface réglée hélicoïde qui doit former le plafond inférieur ne sera plus dirigée vers le centre, comme dans l'escalier projeté (*fig.* 26 et 51); mais cela ne sera pas une difficulté.

939. Quant aux faces verticales ou contre-marches, elles auront cessé d'être parallèles et seront remplacées par des plans verticaux contenant l'axe de l'escalier.

940. Si l'on a bien compris ce que nous venons de dire, il est évident que la seule question qui nous reste à résoudre consiste à déterminer la position des deux arêtes *vv*, *uu* qui forment les limites de la face *vvuu*.

Pour y parvenir, on pourra opérer de la manière suivante.

Soit AA l'arête saillante d'une des marches.

La droite UU sera la projection horizontale de la ligne qui doit engendrer la surface réglée hélicoïde du plafond.

Le point U'' peut être pris où l'on voudra sur la circonférence *hk*, mais il faut cependant que la droite UU satisfasse à cette double condition :

1° Qu'il y ait entre les deux droites UU, AA, un espace suffisant pour la face de recouvrement C'V' (*fig.* 37), et pour la projection horizontale de la face de joint inclinée V'U';

2° Que cependant la droite UU ne rencontre pas trop obliquement le cylindre qui forme la surface convexe du limon intérieur.

Admettons que la droite UU satisfasse à cette double condition, c'est par cette droite qu'il faudra faire passer la face du joint U'V' de la *fig.* 37.

Si l'on voulait satisfaire partout au principe des angles droits, il faudrait que la face du joint UUVV fût un paraboloïde hyperbolique normal dans toute l'étendue de la droite UU à la surface réglée hélicoïde du plafond.

Mais cette condition indiquée par la théorie, ne vaudrait absolument rien en pratique.

En effet, dans toute espèce d'assemblage on doit toujours éviter les joints à faces gauches : d'abord, parce qu'étant plus difficiles à exécuter, ils coûteront plus cher; ensuite, parce que l'impossibilité de donner une courbure absolument identique aux deux faces convexe et concave qui doivent coïncider, s'opposera toujours à ce qu'après la pose, ces deux faces de joints soient partout en contact, ce qui peut faire éclater le bois et glisser l'une des pièces sur l'autre.

Par ces motifs, on préfère, quand il n'y a pas moyen de réunir les deux conditions, sacrifier le principe des angles droits et la perpendicularité à l'avantage d'avoir des joints plans.

Nous remplacerons donc ici, par un plan, le joint gauche qui serait indiqué par la théorie; mais, lorsqu'on substitue ainsi une surface à une autre; il faut tâcher que ces deux surfaces diffèrent entre elles le moins possible.

Or, pour que le plan que nous allons adopter pour surface de joint ne fasse pas des angles trop aigus aux points U,U de la surface hélicoïde du plafond, il faut qu'il soit normal à cette surface à peu près vers le milieu de la droite UU.

De là résultera la solution suivante :

Par le point U'', suivant lequel la droite UU rencontre la circonférence *hk*, formant la projection horizontale de l'hélice qui est au milieu de la largeur du plafond, on construira la droite U''T tangente au cercle *hk;* on fera U''T égale à deux fois l'arc *nn* qui représente une largeur de marche sur la circonférence *hk*, et l'on portera deux hauteurs de B en U' (*fig.* 37).

La droite horizontale UU,U' et la tangente U''T, U''T' détermineront alors un plan TT'U' qui touchera au point U''U' la surface hélicoïde du plafond, et qui coupera le plan vertical de la *fig*. 37 suivant la droite T'U', que l'on pourra considérer par conséquent comme la trace verticale du plan tangent TT'U', de sorte que la droite U'V'', perpendiculaire sur T'U', sera la trace du plan normal qui doit contenir la face de joint UUVV (*fig*. 33).

On prendra sur la droite U'V'' le point V' à volonté, de manière à donner aux faces de joint U'V'' et de recouvrement V'C' les dimensions convenables.

La disposition la plus favorable sera de donner à peu près la même étendue à ces deux faces.

941. 2e *solution*. On construira (*fig*. 31) le développement du cylindre qui aurait pour trace la circonférence *hk* (*fig*. 33); on tracera sur le développement (*fig*. 31) le profil des marches, et la droite KH qui représente l'intersection de la surface hélicoïde du plafond par le cylindre vertical *hk* (*fig*. 33).

On tracera les droites EO perpendiculaires sur HK, en choisissant les points EO de manière à donner une étendue suffisante aux faces de recouvrement ON et aux faces de joints EO; puis, après avoir projeté les trois points E, O, N sur la droite ZK, que l'on peut considérer comme la section droite rectifiée du cylindre vertical *hk* (*fig*. 33), on portera les parties *eo*, *on* de la droite ZK (*fig*. 31) sur la circonférence de cercle *hk* (*fig*. 33).

On obtiendra par ce moyen les deux points *e*, *o*, par lesquels on tracera les droites *uu*, *vv* parallèles aux arêtes *aa* des marches.

942. Les droites EO de la *fig.* 31 peuvent être considérées comme les développements des très-petits arcs d'ellipses suivant lesquels le cylindre vertical *hk* de la *fig.* 33 serait coupé par les plans normaux tels que U'V' de la *fig.* 37.

Les limons se tailleront comme dans tous les exemples précédents.

943. Les encastrements des marches pourront être tracés directement sur les limons en prenant les dimensions sur l'épure comme nous l'avons dit au n° 930, ou bien en reportant ces dimensions au moyen de panneaux de développement (*fig.* 29 et 30).

Ces panneaux, dessinés sur une matière flexible, seraient appliqués sur les surfaces correspondantes des limons, dont ils prendraient alors la courbure.

944. Pour tailler une marche de la *fig.* 33, on commencera par choisir un bloc de bois dont on dressera deux faces parallèles, éloignées l'une de l'autre d'une quantité égale à la droite US (*fig.* 36).

On taillera également une troisième face perpendiculaire sur les deux premières, et l'on appliquera sur les faces parallèles dont nous venons de parler, un panneau M découpé sur la projection horizontale de l'une des marches de l'escalier (*fig.* 33).

On aura soin de faire coïncider successivement le côté *aa* de ce panneau avec les deux droites suivant lesquelles les deux faces parallèles sont rencontrées par la face qui leur est perpendiculaire, et qui doit contenir la face verticale de la marche demandée.

Les côtés droits *aa*, *uu* et les arcs de cercles *au* du panneau M, détermineront toutes les faces du solide qui est représenté en perspective sur la *fig*. 39.

On découpera sur la *fig*. 29 l'un des panneaux R (*fig*. 38), et l'on appliquera ce panneau sur la surface du cylindre concave (*fig*. 39).

On prendra également le panneau X (*fig*. 36) égal à l'un des panneaux de la *fig*. 30, et l'on appliquera cette figure sur la surface du cylindre convexe (*fig*. 39).

Les courbes *uu*, UU des panneaux R et X (*fig*. 38 et 36) seront les directrices de la surface réglée hélicoïde qui doit former le dessous de la marche.

Les diverses positions de la règle génératrice seront déterminées par les points qui partageraient en parties égales les côtés *uu* et UU des panneaux R et X.

945. Les faces planes des marches ne présenteront aucune difficulté, et seront plus que déterminées par les côtés des panneaux R et X et par les côtés droits du panneau M de la *fig*. 33.

946. On pourrait opérer de la même manière si l'on voulait construire avec des planches le plafond inférieur d'un escalier dont les marches seraient creuses comme nous l'avons supposé (*fig*. 26).

Dans ce cas, on développerait (*fig*. 24 et 25) les hélices 1—1, 2—2, suivant lesquelles les deux surfaces hélicoïdes du plafond rencontrent les surfaces cylindriques des deux limons (*fig*. 17 et 23); puis après avoir taillé sur le panneau B (*fig*. 22) un bloc de bois d'une hauteur égale à celle

d'une marche, on appliquerait la *fig.* 24 découpée en matières flexibles sur le cylindre convexe de la *fig.* 22, et la *fig.* 25 dans la surface du cylindre concave.

Les droites 1—1, 2—2, enveloppées sur les deux surfaces cylindriques du solide projeté en B (*fig.* 22), deviendraient les deux hélices directrices des surfaces supérieure et inférieure de chacune des planches qui doivent former le plafond de l'escalier projeté (*fig.* 26).

947. Je n'indique cette opération que comme un sujet d'exercices pour les commençants ; car il est évident que pour la pratique cela ne vaudrait absolument rien.

En effet, cette opération exigerait autant de bois que pour faire des marches pleines.

Ensuite les fibres parallèles du bloc dont on aurait déduit la planche demandée, seraient presque toutes tranchées obliquement, ce qui détruirait la solidité de ces planches; et l'on conçoit qu'un plafond de ce genre ne pourrait avoir quelque chance de durée qu'en le composant de planches que l'on aurait fait gauchir, de manière à leur faire prendre exactement la courbure hélicoïde du plafond.

948. Lorsque le noyau a un très-petit rayon, on peut le composer de tranches qui feraient partie des marches correspondantes de l'escalier; une de ces marches est projetée sur les *fig.* 27 et 28.

Joints du limon.

949. Pour réunir entre elles les diverses courbes qui composent le limon d'un escalier à rampes

courbes, on peut employer plusieurs sortes d'assemblages.

950. 1re *solution*. On peut (*fig*. 49 et 50) faire un joint brisé 1—2—3—4 dont les faces 1—2, 3—4 seraient deux plans perpendiculaires sur la droite *un*, tangente en *u* à l'hélice qui serait parcourue par le centre du rectangle générateur du limon.

La face 2—3 contenant la tangente *un* serait perpendiculaire au plan de la *fig*. 49.

951. 2e *solution*. On peut remplacer le plan incliné 2—3 de la *fig*. 49 par une face horizontale 7—6 (*fig*. 53).

952. 3e *solution*. On peut faire à l'extrémité de l'une des pièces que l'on veut réunir deux tenons dont on comprendra facilement la forme par leur projection sur les *fig*. 45 et 46.

Les mortaises correspondantes sont projetées sur la *fig*. 47.

953. 4e *solution*. Au lieu de prolonger les tenons jusqu'aux faces hélicoïdes des limons, on peut leur donner la forme déterminée par leurs projections sur les *fig*. 55 et 57, et sur la *fig*. 58 par les projections des mortaises correspondantes.

954. 5e *solution*. On peut donner à chacune des pièces que l'on veut réunir la forme indiquée par la *fig*. 59, de manière que les parties saillantes de l'une des deux pièces viendraient occuper les parties rentrantes de l'autre.

955. 6e *solution*. Au lieu de faire les deux tenons à

l'extrémité de l'une des pièces et les mortaises à l'extrémité de l'autre, comme dans les assemblages des *fig.* 45, 47, 55 et 58. On peut faire en sorte (*fig.* 9) que chaque pièce contienne un tenon et une mortaise.

956. 7e *solution* Enfin (*fig.* 40 et 44), on peut ne faire que des mortaises qui seraient réunies par un faux tenon ou clef rectangulaire (*fig* 40 et 41).

Tous ces assemblages, au surplus, peuvent être consolidés par des chevilles, par des boulons, ou par des bandes en fer forgé comme on le voit (*fig.* 40 et 44).

957. De tous les assemblages que nous venons d'indiquer, on préfère ordinairement ceux qui sont projetés sur les *fig.* 49, 53 et 57.

Les deux premiers, qui ne contiennent pas de tenons, sont souvent employés pour réunir les parties d'un limon qui serait construit en pierre; dans ce cas, la liaison produite par le mortier et la pesanteur des matériaux assure à l'ensemble de la construction une stabilité suffisante; mais, dans les escaliers en charpente, la légèreté et surtout l'élasticité du bois ne permettrait pas d'employer un assemblage à plat joint; et si l'on ne fait pas de tenons, il faut au moins que les pièces soient solidement reliées par des boulons.

958. Si l'escalier doit éprouver une grande fatigue, on fera bien de réunir les tenons de la *fig.* 57 avec les boulons de la *fig.* 49, auxquels on pourra joindre encore dans quelques circonstances les bandes en fer de la *fig.* 44.

Au surplus, quel que soit le mode d'assemblage que l'on choisira, la manière d'opérer sera toujours la même, et nous nous bornerons par conséquent à expliquer les opérations nécessaires pour construire l'assemblage à tenons qui est projeté sur la *fig.* 57.

959. La circonférence *ac* étant la projection horizontale de l'hélice parcourue par le centre du rectangle générateur du limon, on déterminera sur cette courbe la projection horizontale du point *u* qui doit être situé à égale distance des deux faces 1—2, 3—4 du joint.

On projettera ensuite (*fig.* 57) les hélices du limon sur un plan vertical perpendiculaire au rayon qui passerait par la projection horizontale du point *u*.

Puis, par ce point *u* situé au milieu de la hauteur verticale *os* du limon, on construira la droite *um* tangente à l'hélice parcourue par le centre du rectangle générateur.

On sait (713) que cette tangente doit être l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont la hauteur *un* serait à la base *nm* comme un nombre quelconque de parties égales du pas de l'hélice serait à un pareil nombre de parties correspondantes de sa projection horizontale *ac*.

Ainsi, dans l'exemple actuel, la révolution entière de l'escalier devant contenir douze marches, on a fait la droite *un* égale à deux hauteurs de marches, et la droite *nm* égale à deux fois la douzième partie de la circonférence *ac*.

La tangente *um* étant déterminée, on a porté les distances *u*—2, *u*—3, égales chacune à la moitié de la largeur que l'on a voulu donner à la face 2—3, et par les points 2

et 3 on a tracé les droites 2—1 et 3—4, perpendiculaires à la direction de la tangente *um*.

Cette opération détermine les trois faces principales du joint 1—2—3—4.

Les rectangles marqués en points sur la *fig* 57, sont les deux tenons.

Cela étant fait, on construira (*fig*. 56) la projection horizontale de l'assemblage en abaissant une perpendiculaire par chacun des points de la *fig*. 57, jusqu'à la projection horizontale de l'hélice qui doit contenir ce point.

Les faces verticales des tenons seront déterminées sur la *fig*. 56, de manière qu'ils occupent à peu près le tiers de l'épaisseur du bois.

960. Les parties marquées par des points sur la *fig*. 56 sont les faces perpendiculaires à la direction de la tangente *um*.

961. Pour construire la projection du double tenon sur la *fig*. 55, on élèvera une perpendiculaire par chacun des points de l'assemblage projeté sur la *fig*. 56, et l'on déterminera les hauteurs de tous ces points par leur distance à un même plan horizontal dont la position serait déterminée sur les *fig*. 55 et 57.

Ainsi, dans l'exemple actuel, on a fait en sorte que la hauteur d'un point au-dessus de l'horizontale qui contient les points x et y de la *fig*. 55, soit égale à la hauteur du même point au-dessus de l'horizontale xy de la *fig*. 57.

962. La projection de la double mortaise sur la *fig*. 58 s'obtiendra en opérant comme nous venons de le faire pour obtenir le tenon de la *fig*. 55.

963. Enfin, tout ce que nous venons de dire s'appliquera également à la construction des *fig* 45, 46, 47, 49, 50, 54 et 53.

964. Les pièces de bois projetées sur les *fig*. 45, 47, 50, 54, 55 et 58 seront taillées par les méthodes indiquées aux n°s 863 et 864.

C'est-à-dire, qu'après avoir déterminé les limites du plus petit parallélipipède capable de contenir chacune de ces pièces, on construira les ellipses directrices des cylindres intérieur et extérieur.

On taillera ces cylindres, on y tracera leurs génératrices sur lesquelles on établira les points directeurs de la droite génératrice des surfaces hélicoïdes; et quand les quatre surfaces principales de la courbe rampante seront taillées, on y tracera les courbes qui forment le contour des trois faces du joint.

On pourra tracer ces courbes dans les surfaces cylindriques des limons en les établissant d'abord sur les panneaux de développement (*fig*. 17, 18, 29, etc); mais on peut aussi établir directement leurs points principaux sur les hélices correspondantes, en prenant sur les *fig*. 48 ou 56 les distances horizontales de ces points aux génératrices les plus rapprochées des deux cylindres concentriques entre lesquels le limon se trouve compris.

965. Tout ce que nous venons de dire est applicable à l'assemblage des limons droits dont nous n'avons pas parlé pour éviter les répétitions.

966. La *fig*. 13 représente un des boulons au moyen

desquels on peut attacher les deux parties consécutives d'un limon.

L'un des bouts *a* est percé par un trou destiné à recevoir la clavette *c* (*fig.* 15); les deux rondelles *r,r* dont l'une est projetée (*fig.* 14) contiennent au centre une ouverture circulaire dont le diamètre est égal à celui du boulon.

967. Pour réunir les deux pièces A et B (*fig.* 42), on perce avec une tarière les trous qui doivent être occupés par le boulon; on creuse également deux petites cavités *m* et *n*.

Cela étant fait, on place une rondelle dans chacune de ces deux cavités, en ayant soin que l'ouverture circulaire de chaque rondelle soit bien exactement dans la direction des trous percés pour le passage du boulon.

On fait alors pénétrer le boulon dans les trous et l'on rapproche les deux pièces de bois jusqu'à ce que l'on voie les extrémités du boulon pénétrer dans les cavités *m* et *n* après avoir traversé les ouvertures des rondelles.

On place la clavette dans la tête *a* du boulon auquel on fait faire un quart de révolution pour que la clavette ne puisse plus sortir de la cavité *n* (*fig.* 42 et 43).

On place ensuite un écrou hexagone ou octogone (*fig.* 16) à l'extrémité *e* du boulon qui est taraudé en pas de vis (*fig.* 13 et 43).

Puis, à l'aide d'une clef à fourchette, on fait tourner l'écrou jusqu'à ce que les deux morceaux du limon soient entièrement rapprochés.

L'une des rondelles a pour but d'empêcher la clavette d'entrer dans le bois qu'elle pourrait faire éclater, et la deuxième rondelle empêche que le frottement sur le bois ne s'oppose au mouvement de l'écrou. (*fig.* 16).

Limon dont la courbure est variable.

968. Les méthodes indiquées précédemment pour tailler les différentes courbes rampantes d'un limon doivent être nécessairement modifiées lorsque la projection horizontale n'est pas circulaire. En effet, il est évident qu'il faudra dans ce cas une projection particulière pour chaque assemblage et pour chacune des pièces qui doivent composer l'ensemble du limon.

La planche 45 indiquera de quelle manière on peut disposer toutes les parties du travail. Nous supposerons dans cet exemple que les projections horizontales des arêtes des marches coïncident avec les directions des tangentes à un cercle décrit du point O comme centre, de sorte que les projections horizontales des courbes du limon seront des développantes du cercle.

Cette condition, cependant, n'est vrai qu'à partir des points B et D en deçà desquels la courbure du limon est déterminé par les deux arcs de cercle BA et DO qui ont pour centre le point U.

969. Il résulte de ce qui précède que les projections horizontales des arêtes du limon seront composées d'une suite d'arcs de cercles qui se raccorderont et que l'on pourra tracer avec le compas, en prenant pour centres, à partir du point U, les divers points de rencontre d'un

certain nombre de tangentes successives que l'on pourra mener d'abord par des points à égale distance sur la circonférence du cercle AU. Ces tangentes n'ont pas été conservées.

On tracera de la même manière la ligne de foulée 1—2—3—4—5—6, ainsi que la courbe *aczve*, qui est la projection horizontale de la ligne parcourue par le centre du rectangle générateur du limon.

970. Les arêtes des marches seront déterminées, en portant sur la ligne de foulée les quantités 1—2, 2—3, etc., égales chacune à la largeur d'une marche.

L'épure étant disposée comme nous venons de le dire, il ne reste plus qu'à déterminer les assemblages.

1re *opération*. Le point *u* (*fig.* 20) étant choisi pour l'emplacement du premier joint, on construira (*fig.* 30) les projections des courbes engendrées par les quatre sommets du rectangle générateur R.

Il suffira de construire seulement une partie de ces courbes en deçà et au delà du point *u'*; ce point *u'*, milieu de la droite *rs*, sera situé sur la courbe parcourue par le centre du rectangle générateur.

La droite *u'n*, tangente à cette courbe, pourra être considérée comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle *u'mn*, dont le côté vertical *mu'* serait égal à deux fois la hauteur d'une marche, et dont le côté horizontal *mn* serait le développement de l'arc *vz* (*fig.* 20).

Cette construction, suffisante pour la pratique, n'est cependant qu'une approximation.

En effet, les largeurs des marches étant égales sur la ligne de foulée 1—2—3—4, etc., il n'en est pas de même des parties correspondantes sur la courbe *aczve*, parcourue par le centre du rectangle générateur du limon.

Mais la différence qui existe entre les deux parties *vu* et *uz* de cette courbe étant très-petite, on peut la considérer comme une portion d'hélice dont la tangente sera par conséquent obtenue par la construction indiquée au n° 713.

La tangente *u'n* étant déterminée sur la *fig.* 30, on tracera les faces d'assemblage en opérant comme nous l'avons dit au n° 959.

L'assemblage adopté dans l'exemple actuel est celui que nous avons indiqué au n° 953.

Les parties indiquées sur la *fig.* 20 par des hachures de points, sont les faces des joints et des tenons qui sont perpendiculaires à la direction de la tangente *u'n* (*fig.* 30).

2e *opération.* On déterminera sur la *fig.* 20 la longueur de la partie de limon qui peut être contenue dans le bloc de bois que l'on possède, et l'on construira (*fig.* 17) la projection verticale de l'assemblage supérieur.

Cette seconde projection s'obtiendra en opérant exactement comme pour la *fig.* 30.

3e *opération.* On construira sur la *fig.* 20 les traces EF GH des deux plans verticaux entre lesquels la pièce demandée doit être comprise, et l'on projettera cette

pièce (*fig.* 26) sur un plan parallèle aux deux plans EF et GH.

Les tenons et les mortaises qui terminent cette pièce se déduiront de leurs projections horizontales (*fig.* 20), et les hauteurs des différents points seront données par les *fig.* 30 et 17, c'est-à-dire que pour le tenon, on prendra sur la *fig.* 30 la hauteur de chaque point au-dessus de l'horizontale 7'—7', et l'on portera cette hauteur au-dessus de la même horizontale 7''—7'' (*fig.* 26) sur la perpendiculaire élevée par le point correspondant de la projection horizontale (*fig.* 20); et pour la mortaise, la hauteur de chaque point au-dessus de l'horizontale 13''—13'' (*fig.* 26) sera égale à la hauteur du même point au-dessus de l'horizontale 13'—13' (*fig.* 17).

Quand la projection 26 sera terminée, on tracera le rectangle circonscrit *bdpq*, et l'on construira les quatre panneaux 25, 27, 29 et 22.

Ces panneaux ou patrons (862) contiennent les courbes suivant lesquelles les faces du parallélipipède sont traversées par les deux cylindres engendrés par les côtés verticaux du rectangle générateur R (*fig.* 30).

Les courbes des panneaux 25 et 27 s'obtiendront en opérant comme nous l'avons dit au n° 863.

Ainsi les points 13''' des *fig.* 25 et 27 se déduiront de leurs projections sur les courbes ABC, ODI (*fig.* 20) et de leurs distances au plan vertical EF.

971. Si l'on a de la place sur l'épure, on fera bien de construire les ellipses O' et O'', suivant lesquelles les faces *bp* et *dq* du parallélipipède enveloppe coupent le cylindre circulaire qui a pour base le cercle AU (*fig.* 20).

Les tangentes à ces deux ellipses détermineront avec une grande exactitude les directions des droites suivant lesquelles les plans des *fig.* 25 et 27 sont coupés par les plans projetants des arêtes des marches sur la *fig.* 20.

Les panneaux 29 et 22 s'obtiendront en opérant comme pour les *fig.* 25 et 27; ainsi, par exemple, pour obtenir les points 16″ de la *fig.* 22, on élèvera des perpendiculaires par les points correspondants de la *fig.* 20, et les distances horizontales de ces points au plan vertical EF, seront portées (*fig.* 22) sur les perpendiculaires correspondantes, à partir de la droite KL, suivant laquelle le plan EH de la *fig.* 20 est coupé par le plan *bd* de la *fig.* 26. Les droites telles que 16″—16″ de la *fig.* 22 et les droites telles que 8″—8″ de la *fig.* 29 seraient tangentes aux ellipses, suivant lesquelles le cylindre vertical projetant du cercle AU (*fig.* 20) serait coupé par les plans *bd* et *pq* de la *fig.* 26.

Ces ellipses n'ont pas été conservées sur l'épure.

972. Lorsque les *fig.* 25, 27, 22 et 29 seront terminées, on taillera les surfaces cylindriques et réglées de la courbe rampante en opérant comme nous l'avons dit aux n°s 863 et 864.

Ce qui reste à faire pour tailler les autres parties du limon n'est plus que la répétition des opérations qui précèdent : ainsi,

4e *opération*. On tracera la *fig.* 7, et lorsqu'on aura déterminé les faces de joint et le tenon, on construira sur la *fig.* 20 la projection horizontale correspondante.

5e *opération*. On projettera sur la *fig.* 4 la pièce comprise entre les joints des *fig.* 17 et 7, et l'on construira les quatre *panneaux* ou *patrons* (*fig.* 3, 5, 18 et 19).

Le panneau 18 est situé dans le plan $p'q'$, et le panneau 19 appartient au plan $b'd'$.

6e *opération*. On construira le joint *fig*. 21 et la projection horizontale correspondante *fig*. 20.

7e *opération*. On projettera sur la *fig*. 12 la pièce comprise entre les joints des *fig*. 7 et 21, et l'on construira les quatre panneaux rabattus *fig*. 11, 13, 8 et 9.

Le panneau 8 appartient au plan $p''q''$, et le panneau 9 est situé dans le plan $b''d''$.

On continuera de la même manière jusqu'à ce que l'on ait obtenu toutes les parties du limon.

973. Les opérations précédentes ne se rapportent qu'à l'exécution des courbes rampantes qui doivent contenir les diverses parties du limon; mais lorsque ces courbes seront taillées, il restera encore à tracer les joints d'assemblage et les encastrements des marches.

Pour cela, on pourra construire le développement de la surface du limon, dans laquelle les marches doivent être assemblées.

Ce développement (*fig*. 2) se construira par le principe du n° 694; ainsi, après avoir tracé les horizontales qui déterminent les hauteurs des marches, on prendra les largeurs (*fig*. 20) sur la courbe ABC, qui est la *section droite* du cylindre que l'on veut développer. Les hauteurs des points 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 et 37, au-dessus des horizontales 7 et 13 (*fig*. 2), seront égales aux hauteurs des mêmes points, au-dessus des horizontales correspondantes 7'—7' et 13'—13' sur les *fig*. 30 et 17.

La *fig.* 2 ne contient que le développement des surfaces cylindriques convexes des deux premières parties du limon.

La *fig.* 10 contient le développement de la face cylindrique convexe de la pièce projetée (*fig.* 4), et la *fig.* 16 est le développement d'une partie de la face analogue de la pièce projetée (*fig.* 12).

On n'a marqué sur les *fig.* 2, 10 et 16 aucuns points des tenons et mortaises :

1° Parce que ces points n'appartiennent pas aux surfaces cylindriques que l'on a développées ;

2° Parce que les faces des tenons étant perpendiculaires ou parallèles aux faces de joints 30—31 et 32—33 (*fig.* 30), il est facile de les tracer sur le bois sans qu'il soit nécessaire de les établir sur l'épure.

974. Au surplus, on peut facilement, comme nous l'avons déjà dit (930), éviter la construction des patrons de développement *fig.* 2, 10 et 16.

Ainsi, les génératrices des deux cylindres verticaux entre lesquels toutes les parties du limon doivent être comprises, étant déterminées par les points de repère marqués sur les panneaux 27, 25, 22, 29, 3, 5, etc., on pourra tracer ces génératrices sur le bois lorsque le cylindre convexe sera taillé ; et puisque ces génératrices coïncident sur la *fig.* 20 avec les arêtes verticales des marches, on pourra déterminer sur ces droites les hauteurs correspondantes ; puis, avec une règle flexible, on tracera les courbes horizontales suivant lesquelles la surface cylindrique du limon est rencontrée par la face plane et horizontale de la marche.

975. On pourra tracer également sur les deux surfaces cylindriques de la courbe rampante les verticales des points les plus essentiels des joints d'assemblage.

Les distances de ces droites aux génératrices les plus voisines des deux cylindres seront données par la *fig.* 20, et les hauteurs des points correspondants seront déduites de leurs projections sur les *fig.* 30, 17, 7 et 21.

976. On n'a pas construit de projection verticale pour le morceau du limon qui contient le *patin* AUBD, parce que cette pièce peut être déduite d'un parallélipipède vertical dont la base serait le rectangle 38—39—40 et 41.

En faisant le premier joint plus près du sol, il sera toujours possible de donner à ce parallélipipède des dimentions qui n'excèdent pas les limites du bloc dont on peut disposer.

Ces limites seront déterminées par la projection horizontale 38—39—40—41, et par la hauteur verticale du morceau de limon que l'on veut tailler.

Cette pièce est posée sur la face supérieure de la première marche avec laquelle nous supposerons qu'elle est assemblée par un tenon à faces verticales.

La projection horizontale du tenon est indiquée sur l'épure par des hachures ponctuées.

La hauteur du prisme capable de contenir la pièce demandée se composera donc de la longueur des faces verticales du tenon, et de la distance du point 30 de la *fig.* 30 au plan horizontal qui forme la face supérieure de la première marche.

Ce parallélipipède étant parfaitement équarri, on appliquera sur ses deux bases un panneau, ou patron découpé, sur le contour de la projection horizontale (*fig.* 20).

Les courbes formant le contour de ce patron seront les directrices des cylindres qui forment les faces verticales du patin et du morceau de limon qui lui est attaché.

Lorsque ces cylindres seront taillés on y tracera les génératrices verticales, sur lesquelles on marquera les hauteurs des points correspondants des marches; puis on marquera également sur les génératrices des cylindres les différents points des arêtes intérieures et extérieures du limon.

Les hauteurs de ces points dépendront de la distance verticale que l'on veut avoir entre les arêtes du limon et les courbes passant par les angles saillants des marches.

Les points que l'on aura ainsi marqués sur les arêtes du limon serviront à déterminer pour chaque instant la position de la règle génératrice des surfaces réglées formant les faces supérieure et inférieure du limon.

Pour que la règle génératrice soit constamment horizontale, on aura le soin de placer à la même hauteur les points qui doivent déterminer chacune des positions de cette règle.

La place des génératrices qui contiennent ces points est indéterminée et dépend de la forme que l'on veut donner à la face supérieure du limon.

Pour toute la partie qui est au-dessus des points B et D, la surface réglée qui forme la face supérieure du limon devra être engendrée suivant la même loi que la

surface réglée qui contiendrait les arêtes saillantes des marches, c'est-à-dire que la génératrice horizontale devra toujours être tangente au cylindre vertical projetant du cercle AU.

Par la même raison, dans la partie de surface qui aurait pour directrices les hélices circulaires projetées sur la *fig.* 20 par les deux arcs de cercle BA, DO, la génératrice horizontale devra constamment rencontrer la verticale projetante du point U.

Dans ce cas, la surface réglée hélicoïde, dont la projection horizontale est comprise entre les deux arcs de cercle BA, DO, rencontrera la surface supérieure du patin, suivant la droite AO, et ces deux surfaces feront entre elles un angle que l'on peut éviter en opérant de la manière suivante.

On remplacera l'hélice qui aurait pour développement la droite BA (*fig.* 2), par une courbe qui toucherait au point 42 la droite BA, et au point 43 l'horizontale AU qui sur la *fig.* 2 représente le développement de l'arête supérieure du cylindre AU *fig.* 20.

La courbe 42—43 reportée sur la surface du cylindre convexe qui contient l'arête extérieure du limon, servira de directrice à une surface réglée dont la génératrice horizontale rencontrerait constamment la verticale projetante du point U.

Cette surface se raccorderait suivant la droite 42—*m* avec la surface supérieure du limon, et suivant la droite 43—*n* avec la face horizontale AU du patin (*fig.* 2 et 20).

Balancement.

977. Nous avons déjà parlé, au n° 896, de l'inconvénient très-grave qui a lieu toutes les fois que les marches d'un escalier tournent autour d'une colonne verticale formant noyau, ou bien autour d'un limon dont le rayon de courbure est très-petit (*fig.* 1, pl. 45).

En effet, si l'on voulait que les arêtes des marches fussent partout perpendiculaires à la courbe du limon, il faudrait que les projections de ces arêtes coïncidassent avec les lignes ponctuées de la *fig.* 1, et dans ce cas la partie de l'escalier qui est auprès du noyau serait beaucoup trop rapide, comme on peut le voir par le développement de cette partie (*fig.* 33).

De plus, l'angle d'inclinaison de l'escalier changeant brusquement au moment où l'on passe de la partie circulaire à la partie droite, ou réciproquement, il en résulterait dans le limon un angle ou *jarret* d'un effet désagréable et qui d'ailleurs offrirait peu de sécurité, puisque les fibres du bois, parallèles ou à peu près à la plus grande longueur, seraient évidemment tranchées dans le voisinage de l'angle formé par les deux parties du limon.

Le problème qui a pour but de faire disparaître ces défauts a reçu le nom de *balancement*. Il consiste principalement à augmenter la largeur des marches trop étroites aux dépens de celles qui le sont moins.

Plusieurs méthodes peuvent être employées pour atteindre ce but.

978. Quelques auteurs, par exemple, ont proposé de

faire croître la longueur des marches suivant une proportion par différence. Ainsi, M. Émy donne la solution suivante ;

Il fait la somme de toutes les marches entre lesquelles doivent se répartir les changements de direction, il en retranche la somme que l'on aurait si toutes ces marches étaient égales à la plus petite d'entre elles, et il prend la différence obtenue pour la somme des termes d'une progression dont les termes croîtraient comme la suite des nombres naturels, et dont chaque terme représenterait l'accroissement de la marche correspondante.

Cette solution ne satisfait à aucune des conditions du problème :

1° Parce qu'elle n'augmente pas la largeur de la plus petite marche, ce qui est la condition la plus essentielle.

2° Parce que le dernier terme de la progression n'étant pas égal à la largeur d'une marche droite, il s'ensuit que l'accroissement régulier que l'on a établi entre les marches soumises à la condition du balancement est brusquement interrompu après la dernière de ces marches qui peut différer beaucoup de la marche droite qui suit immédiatement.

Il peut même arriver que la dernière des marches balancées soit plus grande que la première des marches droites suivantes, ce qui serait très-dangereux par suite de l'habitude acquise par tout le monde, de rencontrer sous les pieds, des marches égales, ou dont les largeurs varient d'une manière insensible.

Les inconvénients que je viens de reprocher à la solu-

tion précédente, proviennent surtout, de ce qu'en fixant ainsi d'avance le point de l'escalier où doit s'arrêter le balancement, on donne la *somme des termes*, *le premier terme et le nombre des termes*, de sorte qu'il n'est plus possible de terminer la progression à la première des marches droites qui ne sont pas soumises au balancement.

979. On peut satisfaire à cette dernière condition de deux manières :

1° En considérant comme inconnue la plus petite des marches, et dans ce cas, on pourra déterminer celle des grandes marches à laquelle doit s'arrêter le balancement.

2° En laissant au contraire parmi les inconnus le nombre des marches soumises au balancement, ce qui permettra de fixer, *à priori*, la largeur minimum de la plus petite marche.

980. *Première solution*. Supposons que dans l'escalier projeté (*fig.* 1), la largeur de chacune des petites marches auprès du limon soit égale à 11 *centimètres*, et que chacune des grandes marches ait 32 *centimètres* de largeur.

Supposons en outre que l'on veut satisfaire à cette condition, que le balancement s'arrête à la *onzième marche* à compter du point 16 (*fig.* 1), c'est-à-dire que la marche A de la *fig.* 1 serait le dernier terme de la progression. Il s'ensuit que l'on connaît ce dernier terme, qui vaut 32 *centimètres*, et que nous nommerons u.

On connaît également *le nombre des termes* $n = 11$.

De plus, la somme des termes se composera : 1° de quatre fois la largeur 11 d'une petite marche, plus de sept fois la largeur 32 d'une grande ; ainsi on aura :

$$S = 4 \times 11 + 7 \times 32 = 44 + 224 = 268.$$

Le premier terme de la progression sera donné par la formule

$$S = \frac{(a+u)n}{2},$$

qui dans le cas actuel devient

$$268 = \frac{(a+32)11}{2},$$

d'où

$$a = \frac{184}{11} = 16,727 = 16,73,$$

La formule $u = a + d\,(n-1)$ devient

$$32 = \frac{184}{11} + 10d,$$

d'où l'on obtient :

$$d = \frac{168}{110} = \frac{16,8}{11}$$

Ainsi le premier terme étant

$$\frac{184}{11} \text{ et la différence } \frac{16,8}{11};$$

Il s'ensuit qu'à partir du point 16 les largeurs des marches seront exprimées par le tableau suivant, dans lequel la seconde colonne exprime des *onzièmes* de centimètre :

Numéros d'ordre.	Largeurs en 11es de centimètre.	Largeurs en centimètres.
1er	184	16,73
2e	200,8	18,25
3e	217,6	19,78
4e	234,4	21,31
5e	251,2	22,84
6e	268,0	24,36
7e	284,8	25,89
8e	301,6	27,42
9e	318,4	28,95
10e	335,2	30,47
11e	352,0	32
Sommes.	2948,0	268

Ainsi, la somme 268 des nouvelles marches est égale à celle des anciennes, et la progression s'arrête exactement au moment où l'on arrive à la première des marches droites, qui forme alors le dernier terme de la progression.

981. Cette solution, quelque satisfaisante qu'elle paraisse au premier abord, est cependant défectueuse parce qu'elle ne permet pas de déterminer *à priori* le minimum de largeur de la plus petite marche, *ce qui me paraît cependant la condition la plus importante.*

982. 2e *solution*. Reprenons la question précédente, et proposons-nous de donner à la première marche, à compter du point 16, une largeur égale à 20 *centimètres*, c'est-à-dire à peu près les deux tiers de la largeur d'une marche

droite. Dans ce cas on ne connaît plus le nombre des termes, ni par conséquent la somme des termes : mais, en exprimant cette somme par S, on aura

$$S = 4 \times 11 + 32(n - 4) = 44 + 32n - 128 = 32n - 84.$$

De plus, la formule

$$S = \frac{(a+u)n}{2}$$

devient dans le cas actuel

$$S = \frac{(20+32)n}{2} = \frac{52n}{2} = 26n;$$

exprimant l'égalité qui existe entre les deux valeurs de S, on obtient :

$$32\,n - 84 = 26\,n,$$

d'où

$$6\,n = 84,$$

et par conséquent

$$n = \frac{84}{6} = 14;$$

c'est-à-dire que le balancement se prolongera jusqu'à la quatorzième marche, qui sera la dernière de la progression.

Le nombre des termes de la progression étant connu, on obtiendra la différence par la formule $u = a + d(n - 1)$, qui dans le cas actuel devient

$$32 = 20 + 13d,$$

d'où

$$d = \frac{32 - 20}{13} = \frac{12}{13} = 12 \times \frac{1}{13}.$$

Ainsi, les largeurs de marche, à compter du point 16,

seront données par le tableau suivant, dans lequel la seconde colonne exprime des *treizièmes* de centimètre.

Numéros d'ordre.	Largeurs en 13es de centimètre.	Largeurs en centimètres.
1er	260	20
2e	272	20,92
3e	284	21,84
4e	296	22,77
5e	308	23,69
6e	320	24,61
7e	332	25,54
8e	344	26,46
9e	356	27,39
10e	368	28,31
11e	380	29,23
12e	392	30,15
13e	404	31,07
14e	416	32
Sommes.	4732	364

Ainsi, la somme 364 est égale à quatorze marches, savoir : quatre petites plus dix grandes, ce qui donne

$$4 \times 11 + 10 \times 32 = 44 + 320 = 364.$$

Cette dernière solution permet de donner à la plus petite marche une largeur déterminée ; mais on ne peut pas choisir d'avance le point où l'on veut arrêter le balancement, tandis que la solution précédente satisfait il est vrai à la dernière condition ; mais on ne peut plus alors fixer à volonté la largeur de la plus petite marche.

S'il fallait cependant donner la préférence à l'une de ces deux méthodes, je n'hésiterais pas à choisir la dernière, parce que la condition la plus essentielle est d'éviter le danger qui résulte d'une pente trop rapide vers le noyau.

Au surplus, nous allons tâcher d'arriver par d'autres moyens à la solution du problème.

983. *Troisième solution.* La plupart des constructeurs ne se préoccupent dans la question actuelle que des moyens de faire disparaître l'angle ou jarret 16—12—8 (*fig.* 33), afin, comme ils le disent, de donner *plus de grâce* aux courbes du limon.

Dans ce cas, ils se contentent de remplacer dans le développement *fig.* 32 les droites 16—12 et 12—8 par une courbe qui leur est tangente aux points où doit commencer et finir le balancement.

En opérant ainsi on négligerait évidemment la condition la plus essentielle.

Pour résoudre la question d'une manière complète, on commencera d'abord par construire le développement 16—12—6 *fig.* 32.

On prolongera ensuite l'horizontale du point 15 jusqu'à ce que *la droite* 15"—15' *soit égale à la largeur que l'on veut donner à la plus petite marche*, et l'on tracera la droite 16—15' qui rencontre la ligne 12—6 au point *m*.

Or, il est évident que si l'on prend la ligne brisée 16—*m*—6 pour le développement du nouveau limon, on aura résolu la partie la plus importante du problème, qui consiste à donner à la plus petite marche une largeur déterminée, 15"—15'.

Il est vrai que le nouveau limon contiendra encore au point *m*, un angle ou jarret 16—*m*—6 moins aigu que celui qui existait au point 12; mais on fera disparaître complétement ce dernier défaut en remplaçant la ligne brisée 16—*m*—6 par un arc de cercle tangent aux points 16 et *n* qui indiquent le commencement et la fin du balancement des marches.

La rencontre de l'arc 16—11'—*n* par les horizontales des points 16, 15, 14, etc., détermine la position, et par conséquent la largeur des marches sur le développement du nouveau limon.

Les distances 15—15', 14—14', 13—13', etc., étant reportées sur la *fig.* 1, à partir des points 15, 14, 13, etc., les arêtes des marches pourront être facilement tracées sur cette projection.

984. On peut rendre le tracé de l'épure plus régulier en construisant les deux courbes *ac*, *ae* tangentes aux droites qui forment les prolongements des arêtes des marches.

Ces courbes serviront encore à déterminer les positions *vu* du rectangle générateur du limon, lequel rectangle doit successivement coïncider avec les divers plans verticaux tangents aux courbes *ac*, *ae*, les deux angles extérieurs de ce rectangle devant en outre se mouvoir sur les courbes 16—11'—*n* et *zx* de la *fig.* 32.

985. Si quelque raison s'opposait à ce que les deux points de tangence 16 et *n* (*fig.* 32) fussent à égale distance du point *m*, on pourrait remplacer l'arc de cer-

cle 16—*m*—*n* par une courbe à deux centres que l'on obtiendrait de la manière suivante.

Soient données les deux droites AB, AC (*fig.* 24), on veut construire une courbe à deux centres qui touche la première droite au point B, et la seconde au point C. On tracera d'abord les deux droites BO, CI, perpendiculaires aux deux tangentes données ; puis on décrira un premier arc BD, en prenant pour centre un point O situé où l'on voudra sur la droite BO; on portera le rayon BO de C en H sur la droite CI, puis on joindra le point O avec le point H par la droite OH sur le milieu de laquelle on élèvera la perpendiculaire SI. L'intersection de la perpendiculaire SI avec CI déterminera le point I qui sera le centre du second arc de cercle, Le point de raccordement sera déterminé en prolongeant la droite IO jusqu'en D.

En effet, on a IH = IO, et par conséquent

$$IH + HC = IO + OD,$$

puisque

$$OD = OB = HC.$$

Donc, le second arc, tangent au point C, passera par le point D; de plus les deux arcs se raccorderont au point D, puisque si l'on menait en ce point une perpendiculaire sur OD, rayon de BD, elle serait aussi perpendiculaire sur DI rayon de CD ; d'où il suit que les deux arcs auraient au point D une tangente commune, et que par conséquent ils se toucheraient en ce point.

On aurait pu commencer par décrire l'arc CD. (*Géométrie*, n° 347.)

La question précédente est indéterminée, et la forme

de la courbe dépend du point que l'on aura choisi pour premier centre.

986. On peut remplacer la courbe à deux centres que nous venons de construire par une courbe du second degré.

Soient, par exemple, les deux tangentes UN, NC (*fig.* 6), on construira la perpendiculaire CP et l'horizontale NQ. On fera QV parallèle à CN, et l'on tracera VP ; enfin, on construira NO parallèle à VP, ce qui déterminera le point O pour le centre d'une ellipse ayant son sommet en U et touchant la droite NC au point C.

Connaissant l'axe OU et le point C, il sera facile de construire la courbe.

Cette solution n'ayant ici qu'un intérêt secondaire, je n'en donnerai pas la démonstration que l'on trouvera dans mon Traité de coupe des pierres, art. 237.

987. Si l'on avait CQ = QP (*fig.* 14), le point O serait à l'infini, et la courbe demandée serait une parabole.

988. Lorsque CQ est plus grand que QP (*fig.* 15), le point O est situé à gauche du point U et la courbe devient un arc d'hyperbole.

989. Enfin, lorsque UN = NC, *fig.* 28, la courbe demandée est un arc de cercle, c'est le cas de la *fig.* 32.

Dans ce cas, il est évident que la construction la plus simple sera d'employer le moyen géométrique connu, c'est-à-dire que le centre sera déterminé par l'intersection des perpendiculaires élevées par les points 16 et *n* sur les droites 16—*m* et *mn*.

990. Mais, le plus ordinairement, le centre sera trop éloigné pour que l'on puisse en faire usage, et l'on pourra dans ce cas opérer de la manière suivante.

Soient (*fig.* 31) les deux droites AB et AC qui doivent toucher l'arc de cercle demandé aux points B et C.

On sait (*Géom.*) que ces deux points doivent être à égale distance du point A, d'où il résulte que la corde BC sera perpendiculaire sur la droite AD bissectrice de l'angle BAC.

On partagera l'angle ABC en deux parties égales par une droite BU, dont l'intersection avec DA déterminera le point U appartenant à l'angle demandé.

En effet, on a par construction l'angle

$$SBU = UBD,$$

mais

$$UBD = SUB$$

comme alternes-internes.

Ajoutant les deux équations et réduisant, on obtient :

$$SBU = SUB;$$

donc le triangle SUB sera isocèle, et l'arc de cercle tangent au point B sera également tangent en U.

En continuant de la même manière, on aura autant de points que l'on voudra.

Ainsi, en partageant l'un des angles SUB, SBU en deux parties égales, on obtiendra le point I sur la droite SI bissectrice de l'angle BSU.

La droite KH, perpendiculaire sur SI, sera tangente au

cercle demandé, car la ligne SI doit passer par le centre puisqu'elle partage l'angle USB en deux parties égales.

991. On peut encore (*fig.* 23) remplacer l'arc de cercle tangent aux deux droites données *o*—5 par une courbe 5—*u*—5 que l'on obtiendrait de la manière suivante.

On porterait sur les droites données un certain nombre de parties égales à partir du sommet 0, puis traçant les droites 4—1, 3—2, 2—3, 1—4.

On aura une suite de tangentes qui déterminent la courbe demandée avec autant d'exactitude que l'on voudra.

En augmentant ou diminuant les grandeurs des parties portées sur l'une des lignes données ou sur toutes les deux, on pourra changer à volonté la forme ou la grandeur de la courbe.

Escaliers à rampes droites avec paliers.

992. La *Pl.* 46 contient tous les détails nécessaires à la construction d'un grand escalier à rampes droites et paliers.

La *fig.* 24 est le plan sur lequel la projection de la marche palière est indiquée par une teinte de points.

Cette marche forme la huitième de l'escalier.

Les dix-huitième et vingt-quatrième marches sont formées par des paliers de repos ou demi-paliers (880).

Les numéros d'ordre des marches indiquent le chemin que l'on suit en montant.

Patin et rampe.

993. Lorsque l'on fait, comme nous l'avons supposé ici, un escalier à marches pleines, le limon est limité en dessus par une face continue sur laquelle sont assemblés les barreaux de la rampe comme on le voit *fig*. 25.

Dans ce cas, la partie du limon qui aboutit au pied de l'escalier est terminée par un enroulement ou volute que l'on nomme *patin* et qui est indiqué en projection horizontale sur les *fig*. 24 et 47, et en projection verticale sur la *fig*. 25.

994. La forme que l'on doit donner à ce patin est tout à fait sans importance pour la solidité de l'escalier et dépend du goût de l'architecte. C'est donc uniquement comme exercice que j'indiquerai la construction suivante donnée par Rondelet.

La première marche, qui est toujours en pierre, est indiquée sur la *fig*. 47 par une teinte plus claire.

On s'est proposé ici de former le contour de cette première marche et l'arête intérieure du limon par deux courbes à plusieurs centres tangentes à la droite *a*S.

Pour construire la courbe *unxya*, on fera d'abord *ao*=*au*, et du point *o* comme centre on décrira les deux arcs *un* et *ac*, égaux chacun à 60 degrés. On partagera *oc* en six parties égales, et l'on prendra chacune d'elles pour côté d'un petit hexagone régulier qui est indiqué sur la figure par des hachures plus foncées.

Les sommets de cet hexagone seront les centres des deux courbes *unxya* et *aczo*, qui seront partout à égale distance l'une de l'autre.

995. Pour construire la courbe HVGI on décrira d'abord du point *m*, comme centre, l'arc HV=30°, de sorte que la droite *m*V coïncide avec l'un des côtés du petit hexagone dont nous venons de parler.

On fera VB égal à K*a*, on partagera *m*B en *onze* parties égales et l'on prendra deux de ces parties pour le côté d'un second hexagone *mp* dont les sommets seront les centres de la courbe HVGI qui touchera la droite S*a* au point I.

996. Si l'on veut obtenir une courbe à quatre centres on tracera la droite KH perpendiculaire sur HR.

On fera HD égal à *a*K et l'on partagera KD en *quatre* parties égales; chacune de ces parties sera le côté d'un quarré qui est indiqué sur la figure par une teinte de points.

Les sommets de ce carré seront les centres de la courbe HE*Fa* qui touchera la droite *a*S au point *a*.

997. Au lieu de prolonger les courbes du limon jusqu'aux points *a* et *o*, on peut lui donner la forme indiquée sur la *fig.* 24, ce qui est beaucoup plus commode pour l'établissement de la rampe qui est assemblée sur le limon comme on peut le voir sur la *fig.* 25.

998. Au surplus, dans la plupart des escaliers modernes on emploie des limons taillés en crémaillères comme nous l'avons dit aux n°s 914, 936, etc.; et dans ce cas, la rampe est placée en dehors ainsi qu'on peut le voir par les *fig.* 29, 30, 23, 27, 28, 31 et 32.

999. Le boulon *m*, représenté en plan et en élévation

par les *fig.* 28 et 31, est vissé dans la face extérieure du limon, et reçoit le pied du barreau *u* (*fig.* 32), de manière que le tout soit assemblé comme on le voit (*fig.* 23).

1000. La rosace *r* (*fig.* 27, 31 et 23) se place comme ornement entre le boulon et la face du limon.

Paliers, marche palière.

1001. Une des plus grandes difficultés que l'on rencontre dans la construction des escaliers provient des changements brusques de hauteurs qui existent aux points de jonction des rampes avec les paliers.

En effet, supposons d'abord (*fig.* 44) un escalier rectangulaire tournant autour de la verticale projetante du point *u*, et supposons qu'il y ait à ce point un palier M. Si l'on développe les deux faces 7—*u* et *u*—2 du limon, ce qui se réduit à faire tourner l'une de ces faces 2—*u* autour de la verticale du point *u* jusqu'à ce qu'elle soit venue se placer dans le prolongement de *u*—7, on obtiendra le profil indiqué par des hachures de lignes pleines sur la *fig.* 45. Or, il est évident que du point 5 au point 0, il y aura une chute de deux hauteurs de marche, ce qui provient de ce que le palier M, qui forme la quatrième marche (*fig.* 44), ne touche au limon que par un seul point.

Les angles des marches seront situés sur la ligne brisée 1—4—5—7, et la même irrégularité se ferait remarquer dans les surfaces supérieures et inférieures des limons.

1002. Dans les vieux escaliers, on plaçait à chacun

des angles (*fig.* 46) un poinçon ou noyau rectangulaire *b* dans lequel étaient assemblées les rampes *a* et *c*, ainsi que les parties correspondantes des limons.

Mais ce moyen, en dissimulant le brusque changement de hauteur qui existe au point de réunion des deux parties du limon, ne fait pas disparaître le danger qui existe dans cette partie de l'escalier, puisqu'à cette place la largeur du palier se trouve réduite à un point.

1003. On pourrait, il est vrai, remédier à cet inconvénient en remplaçant la ligne brisée 1—4—5—7 (*fig.* 45) par une courbe 1—*u*—7, tangente aux droites 1—4 et 5—7, et qui passerait par le point *u* milieu de 4—5. Cette courbe rencontrerait les horizontales situées dans les faces supérieures des marches suivant les points 3′,4′,5′ et 6′ qui, reportés sur l'arête du limon (*fig.* 44), détermineraient les nouvelles positions des arêtes des marches.

Le palier *mun* serait alors remplacé par *m*′—5′—*u*—4′—*n*′ et le développement des surfaces 7—*u* et *u*—2 serait semblable au profil indiqué sur la *fig.* 45 par une teinte de hachures ponctuées.

Les marches dans ce cas ne seraient pas toutes de même largeur, et de plus, la courbure des faces supérieure et inférieure des limons s'accorderait mal avec le caractère qui convient aux grands escaliers rectangulaires.

1004. On pourrait satisfaire en partie aux conditions du problème avec des limons droits en faisant (*fig.* 44) les distances 5—5′ et 4—4′ égales chacune à une demi-largeur de marche.

Si l'on fait ensuite toutes les autres marches égales

entre elles, les pentes des deux limons seront égales, et les deux arêtes 2—*u* et *u*—7 se développeront en une seule ligne droite.

1005. En opérant, comme nous venons de le dire, les arêtes 7—*u* et *u*—2 des deux limons aboutiront au point *u*, comme on le voit sur la *fig.* 38; mais il n'en sera pas de même des arêtes *ac* et *vs* situées à l'extérieur de la rampe.

Ces deux lignes ne se couperont pas et les deux parties du limon feront un crochet.

On pourrait sans doute dissimuler l'effet disgracieux de ce crochet par un poinçon ou noyau semblable à celui qui est indiqué sur la *fig.* 46; mais on préfère, dans les édifices modernes, arrondir les limons dans le voisinage des paliers et remplacer (*fig.* 24) les noyaux ou poinçons verticaux qui formaient les angles des anciens escaliers, par des courbes rampantes semblables à celles que nous avons déjà étudiées plusieurs fois.

1006. L'adoption de ces courbes ne fait pas complétement disparaître les difficultés précédentes; en effet, si le point *a* suivant lequel la projection horizontale de l'arête *va* du palier 18 rencontre la projection de l'arête *ua* de la marche 19, était situé dans la surface cylindrique *zox* du limon, il y aurait à ce point une chute de deux marches, comme cela existe au point *u* de la *fig.* 44.

1007. Pour obtenir une inclinaison uniforme dans toute l'étendue de l'arête du limon qui est située du côté des marches, il faudrait que le quart de circonférence *zox* fût égal à trois fois la largeur adoptée pour une marche dans tout le reste de l'escalier.

Or, la circonférence d'un cercle étant exprimée par $2\pi R$, le quart *zox* de cette circonférence sera $\frac{\pi R}{2}$, de sorte que si nous exprimons par m la largeur d'une marche, nous aurons l'équation

$$\frac{\pi R}{2} = 3m,$$

d'où

$$R = \frac{6m}{\pi}.$$

Or (888), si nous faisons $m = 0^m,325$ et $\pi = 3,14$ nous aurons

$$R = \frac{6 \times 0^m,325}{3,14} = 0^m,62.$$

Il faudrait donc donner 62 *centimètres* de rayon à la courbe *zox*, si l'on voulait que l'arête dont elle est la projection horizontale eût la même inclinaison que les arêtes *cz* et *xy* du limon droit.

1008. Cette solution, quoique très-simple, n'est cependant pas admise par les praticiens qui préfèrent employer un rayon quelconque, ce qui leur permet de proportionner la courbure à l'étendue de la cage ou aux exigences de la décoration.

1009. Supposons donc (*fig.* 24) que l'on ait pris pour centre de la courbe rampante, le point A suivant lequel se rencontrent les projections horizontales des arêtes des marches 17 et 20, on ne prolongera pas jusqu'à la courbe les arêtes du palier 18 et de la marche 19, mais on les terminera par deux arcs de cercle qui coupent la courbe *zox* suivant deux angles droits aux points *e* et *i*, de manière que les trois arcs de cercle *ze*, *ei*, *ix* soient égaux entre eux.

Pour satisfaire à cette double condition, on prolongera le rayon A*e* jusqu'à ce qu'il rencontre en *n* l'arête *va* du palier 18.

On fera *nr* égale à *ne*, et l'on tracera la droite *rt* perpendiculaire sur *va;* l'intersection de *rt* avec la droite *et* qui touche en *e* l'arc de cercle *zox* déterminera le point *t* pour le centre de l'arc *re*: les courbes des marches 19, 24, 2 et 8 se traceront de la même manière.

1010. Les arcs *re*, *ei*, *ix* étant égaux, il s'ensuit que les arêtes de la courbe rampante seraient des *hélices* et se développeraient en lignes droites (706).

Mais chacun des arcs *ae*, *ei*, *io* étant plus petit que la largeur de l'une des marches de la partie droite de l'escalier, tandis que les hauteurs de toutes les marches sont égales entre elles, il s'ensuit que les hélices qui formeraient les arêtes de la courbe rampante seraient plus inclinées que les arêtes de la partie droite du limon; de sorte que si l'on développe la face verticale du limon *fig.* 24, le développement que l'on obtiendra *fig.* 20 sera limité par les droites brisées *czxs*.

Ces droites devant servir de directrices aux faces supérieure et inférieure du limon, il s'ensuit que ces faces seraient elles-mêmes brisées aux points *z* et *x*, vers lesquels, chacune des faces planes et inclinées des limons droits ferait alors un angle ou *jarret* avec la surface hélicoïde de la courbe rampante qui la suit ou qui la précède.

1011. Pour faire disparaître le défaut dont nous venons de parler, on remplace dans le développement *fig.* 20 les lignes brisées *czxs* par les courbes *cz'x's* composées de

deux arcs de cercle *cz'o*, *ox's* ou de deux courbes quelconques, tangentes en *c* et en *s* aux parties droites du limon, et qui de plus se raccordent aux points *o* puisqu'elles sont touchées à ce point par les droites *zx*.

Marche palière.

1012. Des difficultés analogues à celles que nous venons de résoudre se rencontrent aux points de réunion des rampes droites avec le grand palier qui occupe la place de la huitième marche, et que l'on nomme pour cette raison *marche palière*.

En effet, si l'on développe (*fig.* 4) la face du limon dans laquelle sont assemblées les marches, on obtiendra pour arêtes les deux lignes brisées *czxs*, dans lesquelles les parties horizontales *zx* correspondent à la marche palière.

Or, pour faire disparaître les angles ou *jarrets* qui existeraient aux points *z* et *x*, on construira les courbes tangentes *cu*, *ns*, et les arêtes brisées *czxs* du limon seront alors remplacées par les lignes *cuns*.

1013. On tracera également les courbes *bd*, *hk*, de sorte que la ligne courbe *bdhk* remplacera la ligne brisée *bcrk* suivant laquelle la face du limon était rencontrée par les surfaces des plafonds des deux rampes et du palier.

1014. Par suite de cette opération, la surface inférieure de la marche palière prend la forme indiquée par des hachures sur les *fig.* 13 et 15.

La *fig.* 13 est une coupe par le plan vertical *pq*, et la *fig.* 15 est une coupe par le plan *p'q'*.

La *fig.* 1 est la perspective de la partie de la marche palière qui est à gauche de l'épure, et la *fig.* 6 est la perspective de la partie qui est à droite.

1015. Les diverses parties du limon pourront être réunies comme dans les exemples précédents par des tenons et mortaises, et par des boulons.

Les parties droites des deux limons sont quelquefois réunies par un seul assemblage, situé exactement au milieu de la petite courbe rampante qui forme l'un des angles de l'escalier, comme on le voit auprès du palier qui forme la vingt-quatrième marche, d'autres fois pour diminuer l'épaisseur de la pièce de bois qui doit contenir la partie rampante du limon droit, on fait l'assemblage plus près des rayons BZ.

Cette disposition, en diminuant l'épaisseur CZ des pièces de bois qui doivent contenir les parties rampantes du limon, augmente au contraire l'épaisseur du solide capable de contenir la partie qui doit être assemblée avec la marche palière.

La position du joint dépendra donc souvent de la grosseur des bois dont on pourra disposer.

1016. Quelques constructeurs, en conseillant de ne faire qu'un seul joint pour réunir les deux parties droites des limons, ont eu principalement pour but de diminuer le nombre des assemblages, mais ils n'ont pas pensé qu'en agissant ainsi ils remplaçaient l'inconvénient qu'ils voulaient éviter par un autre beaucoup plus grave.

En effet, en ne faisant qu'un seul joint au milieu ou à peu près de la courbe rampante qui réunit les deux parties droites d'un limon, il est évident que par suite

de la grande courbure de cette partie, les fibres du bois seront tranchées très-obliquement par les plans verticaux qui forment les faces des tenons, d'où il suit que ces tenons n'auront aucune espèce de consistance; tandis que si l'on fait un assemblage à chacune des extrémités de la petite courbe rampante, comme on le voit auprès du palier 18, les faces des tenons seront parallèles aux fibres, et l'inconvénient que nous venons de signaler n'existera plus.

1017. Au surplus, si l'on veut absolument ne faire qu'un seul joint, il ne faut pas y mettre de tenons qui n'auraient aucune force. Il vaudrait mieux ne faire que des mortaises dans lesquelles on ferait pénétrer une clef ou faux tenon dont les fibres alors ne seraient plus tranchées (*fig.* 40, 41 et 44, *Pl.* 44).

1018. On pourrait encore faire l'assemblage indiqué par les projections 2 et 3 (*Pl.* 46), en plaçant les deux tenons comme on le voit (*fig.* 3 et 43); de sorte que les tenons seraient dirigés suivant le fil du bois.

1019. Dans tous les cas, il serait peut-être préférable de ne pas faire de mortaises qui affaiblissent toujours le bois, et de se contenter d'un assemblage à plat joint, tel que celui qui est représenté par ses projections sur les *fig.* 5 et 11.

1020. Toutes les parties de l'escalier étant déterminées, il ne reste plus à construire que les figures de détails nécessaires pour l'exécution.

Ces figures sont en commençant par le pied de l'escalier.

1021. La projection 25 et la *fig.* 24, donneront toutes les dimensions du patin.

Les *fig.* 26 et 48 contiennent les courbes suivant lesquelles les surfaces verticales du limon percent les faces du parallélipipède *acuv* qui doit contenir la partie rampante projetée sur la *fig.* 25.

Cette partie, soutenue par une jambe de force F, est assemblée dans le patin par un tenon et mortaise indiqués sur la *fig.* 25 par une teinte de points.

La *fig.* 48 contient les directrices des deux surfaces verticales du limon, ces directrices situées dans les faces *ac*, *vu* du parallélipipède ont une partie commune *aauu* indiquée par une teinte de points sur la *fig.* 48.

Pour ménager la place, on a supposé que la face *ac* du parallélipipède était descendue en glissant sur les verticales *aa'*, *cc'* jusqu'à ce qu'elle soit venue prendre la position *a'u'* dans le plan de la face *vu*.

De là on aurait fait mouvoir ses deux faces jusqu'à ce qu'elles soient parvenues dans la position *cv*, d'où on les aurait ensuite rabattues (*fig.* 48).

Le rectangle rabattu (*fig.* 26) détermine les dimensions du solide capable de contenir le morceau de limon projeté (*fig.* 25).

1022. La *fig.* 10 est une projection perpendiculaire au rayon BI, l'assemblage déterminé sur cette figure sera projeté d'abord sur la *fig.* 24, et de là sur les *fig.* 25 et 9.

1023. La *fig.* 8, perpendiculaire au rayon BO, servira

pour déterminer l'assemblage correspondant que l'on projettera sur la *fig.* 24 et de là sur les *fig.* 9 et 17.

1024. La marche palière étant déterminée complétement par les opérations qui précèdent, on pourra tailler les diverses parties dont elle se compose.

1025. On pourrait quelquefois construire d'un seul morceau la marche palière et le morceau de limon qui lui est adjacent.

Mais on préfère presque toujours tailler séparément ces deux parties et les réunir ensuite par des boulons comme on le voit en M et N.

1026. Si l'on ne veut pas que la tête du boulon soit apparente, on la remplacera par une clavette comme on le voit en N (*fig.* 24 et 21); la tête de cette clavette serait cachée par la barre de fer dans laquelle sont assemblés les pieds des barreaux de la rampe (*fig.* 25).

1027. Lorsque la rampe est assemblée sur la face extérieure du limon, comme dans la plupart des escaliers modernes, on peut en donnant plus de longueur aux tiges de quelques-uns des boulons projetés (*fig.* 28 et 31) les employer pour relier, comme on le voit (*fig.* 22), la marche palière P avec la partie correspondante du limon L.

1028. Enfin, en donnant aux boulons M' ou N' (*fig.* 24 et 21), ainsi qu'aux boulons des *fig.* 28, 31 et 22, une longueur suffisante, on pourra consolider les assemblages en reliant les parties droites des limons avec les parois de la cage.

1029. Nous avons dit que par économie, on préférait tailler séparément la marche palière et la partie de limon qui lui est adjacente.

En effet, si l'on voulait déduire le tout d'un seul morceau de bois, il faudrait que sa grosseur (*fig.* 12) fût égale au rectangle P dont un côté *ss* est égal à la différence de hauteur qui existe entre les points *m* et *n* de la *fig.* 9, et dont la base *sh* est égale à la distance du point S de la *fig.* 24, au plan vertical projetant de la droite HK, tandis que si la marche palière est taillée isolément, elle pourra être déduite d'un morceau de bois dont l'équarrissage serait égal au rectangle Q de la *fig.* 14.

Le plus grand côté *hd* de ce rectangle est égal à la distance du point D, à la droite HK (*fig.* 24), et le plus petit côté *hh* du rectangle Q (*fig.* 14) est égal à l'épaisseur *ac* de la marche palière (*fig.* 13 ou 15).

La partie du limon qui est adjacente à la marche palière pourra être déduite d'une pièce de bois dont les dimensions seront égales aux côtés du rectangle R (*fig.* 7).

Le côté vertical *ss* de ce rectangle est égal à la différence de hauteur des deux points *m* et *n* de la *fig.* 9, et le côté horizontal *se* est égal à la distance du point S au plan vertical projetant de la droite EF (*fig.* 24).

1030. Les courbes limites de la projection 24 seraient les directrices des surfaces verticales de la pièce demandée, que l'on taillerait du reste en opérant comme dans tous les exemples qui précèdent.

1031. Les *fig.* 16, 18 et 19 contiennent toutes les

courbes suivant lesquelles les surfaces verticales du limon traversent les faces du parallélipipède *acvu*, enveloppe de la pièce qui est projetée (*fig.* 17).

La face *vu* ayant été ramenée en *v'u'* dans le plan de *ac*, ces deux faces sont rabattues ensemble sur la *fig.* 17, la partie commune est indiquée par une teinte de points.

1032. L'assemblage X, déterminé sur la *fig.* 17, est projeté de là sur la *fig.* 24 et ensuite sur la *fig.* 36 perpendiculaire au rayon A*o*, et l'assemblage Y, déterminé (*fig.* 40), est projeté ensuite sur la *fig.* 24, d'où l'on déduit sa projection sur la *fig.* 36.

1033. La projection 36 avec les *fig.* 33, 34 et 35 contiennent les lignes nécessaires pour tailler la petite courbe rampante *zox* (*fig.* 24).

1034. Enfin, les *fig.* 40, 39, 41, 37 et 42 serviront pour tailler la partie droite E du limon.

1035. Il est très-essentiel de remarquer que lorsqu'on a remplacé les lignes brisées *czxs* des *fig.* 20 et 4 par des courbes tangentes *cz'ox's* et *cuns*, les arêtes des limons ont cessé d'être des hélices. Ainsi, lorsque l'on construira les projections 10, 9, 8, 17, 36, 40 et 49, il ne faudra pas oublier d'avoir égard à la quantité dont chaque point aura monté ou descendu, par suite de la substitution des courbes aux lignes droites.

1036. Ce qu'il y aura de plus simple à faire dans ce cas, sera de déterminer chaque point des figures dont il s'agit par sa distance à la surface supérieure du palier ou de l'une quelconque des marches.

Ainsi, par exemple, les courbes des *fig.* 8 et 10 ont été déterminées en prenant sur la *fig.* 4 la distance de chaque point au plan horizontal 8—8 qui forme la face supérieure de la marche palière.

Les points des courbes et des tenons de la *fig.* 25 sont déterminés par leur distance à l'horizontale 8—8 de la *fig.* 10.

L'assemblage inférieur de la *fig.* 17 est déduit de la *fig.* 10, et tous les points de la *fig.* 9 ont été déterminés par leurs distances à la droite 8—8 sur les *fig.* 8, 4 et 10.

Les courbes des *fig.* 17, 40 et 36 seront déterminées en prenant sur la *fig.* 20 la distance de chaque point au plan horizontal 18—18 qui, sur les trois projections, représente la face supérieure du palier 18.

1037. Si l'on n'a pas de place pour établir sur la figure que l'on construit l'horizontale à partir de laquelle on a compté les hauteurs des points de la figure précédente, on comptera ces hauteurs à partir d'une autre horizontale; mais il faudra que la différence de hauteur de ces deux horizontales soit vérifiée avec soin d'après le nombre de hauteurs de marche qui les séparent.

Ainsi, l'horizontale 18—18 n'ayant pu être tracée sur la *fig.* 17, tous les points des courbes de la partie supérieure de cette figure ont été déterminés en prenant sur la *fig.* 20 la distance à l'horizontale 15—15, qui est située dans la face supérieure de la quinzième marche.

1038. Pour obtenir les courbes de la *fig.* 49 et de la partie supérieure de la *fig.* 40, on pourrait tracer le dé-

veloppement de la partie correspondante du limon ; mais il est évident que ce développement serait absolument égal à celui de la *fig.* 20, dont on pourra par conséquent se servir en remarquant que le palier 24 remplacerait le palier 18, et que par conséquent il faudrait sur la *fig.* 20 remplacer la série des n°s 16, 17, 18, 19, 20, etc., par 22, 23, 24, 25 et 26. De sorte que, pour les courbes de la *fig.* 49 et de l'assemblage supérieur de la *fig.* 40, la distance de chaque point à l'horizontale 24—24 sera donnée par la distance du point correspondant à l'horizontale 18—18 (*fig.* 20).

En résumé, voici quel sera l'ordre des opérations :

1° Le plan ou projection horizontale de l'escalier (*fig.* 24) ;

2° Les développements (*fig.* 4 et 20) ;

3° La projection (*fig.* 10) sur laquelle on déterminera l'assemblage et la projection horizontale correspondante ;

4° Les *fig.* 25, 26 et 48 ;

5° La projection (*fig.* 8), avec l'assemblage et la projection horizontale correspondante ;

6° La marche palière (*fig.* 9) et les dimensions déterminées par les *fig.* 12, 7 ou 14, suivant que l'on voudra tailler les deux parties d'une seule pièce ou séparément ;

7° Les *fig.* 17, 16, 18 et 19 et la projection horizontale de l'assemblage X de la *fig.* 17 ;

8° La *fig.* 49, l'assemblage, et la projection horizontale (*fig.* 24);

9° Les *fig.* 40, 39, 41, 42, 37 et la projection horizontale de l'assemblage Y;

10° Enfin, la projection 36 et les *fig.* 33, 34 et 35.

Deuxième exemple de marche palière.

1039. Le raccordement des rampes avec les paliers présente assez de difficultés pour qu'il soit utile d'y consacrer encore quelques pages.

Si l'on projette entièrement sur les *fig.* 15 ou 13 de la *Pl.* 46, la courbe *bdhk* de la *fig.* 4, on obtient la ligne *khdb* dont les deux branches ne sont pas symétriques par rapport à la droite horizontale *chd*, qui représente le plafond du palier.

La cause de cette irrégularité apparente est facile à concevoir et provient (*fig.* 4), de ce que les points de jonction *r*,*e* des plafonds, des rampes *kr* et *be* avec le plafond *re* du palier, ne sont pas à égale distance de la droite *o*—*o* qui passe par le milieu de la marche palière.

La partie droite de la ligne *kreb* (*fig.* 4) étant horizontale, il s'ensuit que sur les projections 15 et 13, le rayon de courbure au point *hd* se réduit à *zéro*, de sorte que la branche *bo*, qui représente le plafond de la première rampe, peut facilement se raccorder avec le plafond *cd* du palier (*fig.* 13); mais il n'en est pas de même (*fig.* 15) de la portion de courbe *kh* qui représente le plafond de la seconde rampe, et qui fait avec le palier *ch* un angle très-prononcé.

Pour faire disparaître cet angle on remplace souvent la branche *kh* par la courbe *mnd*, en modifiant en conséquence la surface du plafond et la partie du limon correspondante.

Nous allons voir s'il n'y aurait pas quelque autre manière de résoudre cette difficulté.

1040. Supposons que la *fig.* 22 (*Pl.* 47), soit une section de l'escalier par le plan vertical qui aurait pour trace la droite *pq* (*fig.* 26), le profil indiqué par une teinte de points étant la projection de la rampe qui est à droite de l'épure.

Les droites *ao*, *vo*, *oc* seront les intersections des plafonds du palier et des plans des deux rampes par le plan *pq*.

1041. On adoucira les angles *aoc*, *voc* par les deux courbes *mu*, *nu*; et par le point *u* suivant lequel ces deux courbes se touchent, on tracera la droite HK qui déterminera le point U de la courbe rampante (*fig.* 26).

Cette courbe étant tracée avec le rayon que l'on voudra, le reste sera déterminé.

1042. La *fig.* 28 est la section par le plan *p'q'*; les marches indiquées sur cette figure par une teinte de points appartiennent à la rampe qui est à gauche de la *fig.* 26.

1043. Si l'on compare cette solution avec celle qui précède, on voit que dans celle-ci, les deux plafonds des rampes appartenaient à une surface cylindrique continue, ayant pour directrice (*fig.* 15 et 13, *Pl.* 46) la courbe *khdb* qui est la projection de la même courbe développée sur la

fig. 4, tandis que dans la solution actuelle, *Pl.* 47, les plafonds des rampes sont formés par deux surfaces cylindriques *mu* et *un* (*fig.* 23) qui se touchent suivant la droite HK (*fig.* 26), et qui par conséquent sont touchées toutes les deux *fig.* 23 par le plan horizontal *ur* qui forme la face inférieure du palier.

1044. On comprend pourquoi il est nécessaire que la surface convexe de la courbe rampante (*fig.* 26) contienne le point U de la droite HK, suivant laquelle se touchent les deux surfaces cylindriques qui forment les plafonds des rampes; car, si cette condition n'avait pas lieu, si par exemple la courbe rampante était située en I (*fig.* 23), il y aurait dans le plafond du palier une petite face verticale ou ressaut *uzx*, et cela ferait un très-mauvais effet.

1045. Pour éviter cet inconvénient, on fera pénétrer la courbe rampante dans l'épaisseur de la marche palière, jusqu'à ce qu'elle touche la droite HK au point U.

La symétrie des deux courbes *amu*, *unv* (*fig.* 22 et 28) provient de ce que l'on fait passer la face inférieure *cu* de la marche palière par le point *o*, suivant lequel se rencontrent les deux plafonds *ao* et *vo* de la *fig.* 23.

1046. Mais si l'on voulait augmenter l'épaisseur de la marche palière; la face inférieure *cd* du palier (*fig.* 29) ne contiendrait plus le point *o*, et l'on reviendrait à la solution de la planche précédente, dans laquelle les surfaces inférieures des rampes auraient pour directrice la courbe *kohdb* que l'on pourrait, comme nous l'avons déjà dit, remplacer par les courbes tangentes *mnd* et *db*.

1047. On pourrait encore augmenter l'épaisseur de la marche palière en supprimant, comme on le voit (*fig.* 25), la première marche de la rampe qui suit immédiatement le palier; car, dans ce cas, la droite *u*, suivant laquelle se raccordent les deux cylindres, serait ramenée en *u'*, et la courbe rampante se rapprocherait d'autant.

1048. Mais il serait encore plus simple (*fig.* 9) de conserver les angles *aoc*, *cov* que les plafonds des rampes font avec le plafond du palier; car il est évident que l'on pourrait dans ce cas placer la courbe rampante au point *o* (*fig.* 8), au lieu de la reculer jusqu'en *u* (*fig.* 7 et 9), comme cela est nécessaire lorsque l'on adoucit par des courbes les angles *aoc*, *cov*.

Je ne crois pas que les angles *aoc*, *cov*, formés par les plafonds des rampes et du palier, produiraient un effet plus désagréable que les raccordements par lesquels on cherche à les faire disparaître, et je suis convaincu qu'un constructeur habile saura faire de cette irrégularité même un motif de décoration; mais il faudrait pour cela que la difficulté fût étudiée par l'architecte lorsqu'il compose le plan de l'escalier; car, lorsque les dimensions de la cage et des paliers sont déterminées, le charpentier ne peut plus rien y faire.

1049. On peut augmenter autant que l'on veut l'épaisseur du palier, en augmentant de la même quantité l'épaisseur verticale des limons et des marches, de sorte que si l'épaisseur *ac* de la marche palière (*fig.* 9) était remplacée par *ac'* les surfaces *ao* et *ov* des plafonds des rampes deviendraient *a'o'* et *o'v'*.

1050. Si l'on voulait que la courbe rampante (*fig.* 21)

fût tangente à la droite *mm*, on arrondirait les trois ou quatre marches qui précèdent et qui suivent le palier. Dans ce cas, il faudrait remplacer les plafonds droits *ac*, *uc* (*fig.* 30) par les plafonds courbes *ao* et *oc* que l'on déterminerait en portant des quantités égales à *u*—2 au-dessous des points 1, 2, 3, 3, 4, suivant lesquels la surface cylindrique convexe du limon est rencontrée par les arêtes des marches.

Si l'on veut adoucir par des courbes les angles *aoc*, *uoc*, on devra faire en sorte (1044) que ces courbes se touchent au point suivant lequel l'horizontale *co* perce le plan vertical *hv* qui contient la droite *mm* de la *fig.* 21.

Les profils marqués par des points sur la *fig.* 30 sont les sections par les plans *pq* et *p'q'* de la *fig.* 21, et les parties ombrées de la *fig.* 30 sont les *projections* des encastrements des marches dans le limon.

1051. Après avoir appelé l'attention du lecteur sur les remarques précédentes, nous allons revenir à l'étude de l'escalier qui est projeté sur la *fig.* 26.

1052. Les dimensions de toutes les parties de l'escalier étant déterminées par les trois *fig.* 22, 26 et 28, il ne reste plus qu'à tracer les détails d'épure nécessaires pour l'exécution.

On construira d'abord (*fig.* 11), et par le moyen ordinaire (694), le développement de la ligne 1—2—2—3—3, etc., suivant laquelle la surface 1—2—3—4... du limon (*fig.* 26) est rencontrée par les faces verticales et horizontales qui forment la surface apparente de l'escalier; on fait ici abstraction des moulures. Les distances

2—2', 3—3', etc., égales entre elles, dépendront de la hauteur que l'on voudra donner au limon.

On aura par ce moyen la ligne brisée 2'—*a*'—*c*'—6' dont on adoucira les angles par les deux arcs de cercles ou courbes quelconques *mn*, *nx* tangentes au points *m*, *n* et *x*.

La courbe 2''—*u*''—6'' sera déterminée en prenant sur les *fig*. 22 et 28 la distance de chacun de ses points au plan horizontal AS qui contient la face supérieure de la marche palière.

Ainsi, par exemple, pour déterminer le point *v*'' de la *fig*. 11, on fera la distance *vv*'' égale à *vv*'' de la *fig*. 22, et pour le point 4'' de la *fig*. 11, on fera 4—4'' égal à la distance 4—4'' de la *fig*. 28, etc.

La courbe 2''—*u*''—6'', ainsi obtenue sur la *fig*. 11, sera l'intersection de la face 1—2—3—4, de la courbe rampante *fig*. 26, avec les surfaces des plafonds des rampes et du palier.

Quand l'opération précédente sera terminée, on fera les distances 2'—2''', 3'—3''', 5'—5''', 6'—6''', égales à l'épaisseur *verticale* du limon; on fera ensuite *u*''—*u*''' égale à 2''—2''' ou 6''—6''', et l'on tracera la ligne brisée 2'''—*z*—*y*—6''' dont on adoucira les angles, en opérant comme on l'a fait plus haut pour obtenir la courbe 2'—*m*—*n*—*x*—6'.

1053. La *fig*. 11 déterminant les hauteurs de tous les points du limon, on construira les deux *fig*. 24 et 27 sur lesquelles on déterminera les assemblages que nous sup-

posons semblables à celui que nous avons indiqué sur les *fig.* 2 et 3 de la *Pl.* 46.

Tous les points des courbes projetées sur les *fig.* 24 et 27 seront déduits de leurs projections horizontales (*fig.* 26), la hauteur de chacun de ces points étant donnée sur la *fig.* 11 par sa distance à la face supérieure AS de la marche palière.

1054. Quand tous les points des assemblages seront projetés sur les *fig.* 24, 27 et 26, on construira la *fig.* 18 dont tous les points seront déduits de la projection horizontale (*fig.* 26); la hauteur de chacun de ces points étant donnée sur les *fig.* 24 et 27 par sa distance à la face supérieure AS de la marche palière; la *fig.* 18 déterminera les dimensions de la marche palière et de la courbe rampante.

1055. Si l'on voulait déduire ces deux pièces d'un seul morceau de bois, il faudrait que l'équarrissage fût égal au rectangle FGIL dont un côté FG est égal à OV (*fig.* 26), et le second côté FI égal à F'I' (*fig.* 18) serait la différence de hauteur des deux points F et I; tandis que si l'on taille la courbe séparément, les dimensions du solide capable seront déterminées (*fig.* 18) par le rectangle circonscrit FMIN, et l'équarrissage (*fig.* 26) par le rectangle BCDE, dont la hauteur BD est égale à OU, et la base BC au plus petit côté FN du rectangle FMIN (*fig.* 18).

1056. Pour éviter la section des fibres, il sera certainement préférable de faire la courbe en deux morceaux que l'on réunirait, comme on le voit (*fig.* 18 et 26), par un assemblage avec clefs ou faux tenons et boulons.

Les dimensions des parallélipipèdes capables seraient alors déterminées par leurs projections horizontales (*fig.* 26) et par leurs projections verticales (*fig.* 3 et 15).

On pourrait diminuer encore les longueurs de ces parallélipipèdes en adoptant des joints à faces verticales comme celui qui est projeté (*fig.* 10).

1057. Tous les points des *fig.* 3 et 15 sont déduits de leurs projections horizontales (*fig.* 26); la hauteur de chacun de ces points étant donnée sur les *fig.* 24, 27, 18 ou 11 par sa distance à la face horizontale AS de la marche palière.

1058. Les panneaux rabattus (*fig.* 1, 2, 4, 14, 17 et 16) se construiront comme dans tous les exemples précédents. Le panneau 1 contient deux faces du parallélipipède enveloppe; la partie commune à ces deux faces est indiquée par une teinte de points. Il en est de même sur le panneau 17.

1059. En résumé, voilà quel sera l'ordre des opérations :

1° La projection des marches sur la *fig.* 26;

2° La coupe verticale 22 ou 28 sur laquelle on déterminera le point *u*U et les courbes *amu*, *unv*, directrices des plafonds de rampes;

3° La projection horizontale de la courbe rampante (*fig.* 26);

4° Le développement (*fig.* 11);

5° Les *fig.* 24 et 27 sur lesquelles on déterminera les assemblages et par suite leurs projections horizontales ;

6° La *fig.* 18 et la projection horizontale de l'assemblage destiné à réunir les deux parties de la courbe rampante ;

7° Les *fig.* 3 et 15 avec les panneaux de développement 1, 2, 4, 14, 17 et 16.

1060. On remarquera que sur l'exemple de la *Pl.* **46**, les plafonds de rampes ont pour directrices la courbe *khdb* (*fig.* 29), tandis que dans l'exemple actuel les directrices *amu*, *unm* sont déterminées sur les *fig.* 22 et 28, *Pl.* **47**.

Ainsi, dans la première solution (*Pl.* **46**), les sections par les plans *pq*, *p'q'* (*fig.* 15 et 13), sont déterminées par le développement (*fig.* 4), tandis que dans la solution actuelle (*Pl.* **47**), c'est au contraire le développement (*fig.* 11) qui résulte des sections par les plans *pq* et *p'q'* (*fig.* 22 et 28).

1061. Le boulon de l'assemblage projeté sur les *fig.* 18 et 26 peut servir à relier la courbe rampante avec la marche palière.

Pour cela on remplacera les rondelles dont nous avons parlé au n° 966 par deux boulons (*fig.* 26, 5 et 6); ces boulons étant placés à la place des rondelles dans les deux cavités *r* et *t* (*fig.* 18), on placera successivement la clavette et l'écrou, puis, après avoir serré l'assemblage comme nous l'avons dit au n° 967, on fera passer les queues des boulons (*fig.* 5 et 6) dans des trous percés à cet effet dans l'épaisseur de la marche palière et l'on n'aura plus qu'à serrer les écrous.

1062. On pourra d'ailleurs attacher les autres parties de la courbe par des boulons qui la traverseraient dans toute son épaisseur comme nous l'avons dit aux n°s 1025 et suivants.

1063. Les écrous *d* (*fig.* 26), pourront être serrés au moyen d'une clef fermée comme celle qui est représentée par la *fig.* 12.

Mais pour l'écrou placé dans la cavité *r* (*fig.* 18), il faudra nécessairement employer une des clefs à fourchette, représentée par les *fig.* 19, 13 ou 20; la forme de la clef dépend du nombre des faces de l'écrou.

Un écrou à quatre ou à six faces (*fig.* 19 et 13), sera plus facilement tenu par la clef qu'un écrou octogone (*fig.* 20), mais ce dernier exigera moins de place pour la manœuvre, parce que l'on pourra se contenter de faire tourner à chaque fois un huitième de circonférence, tandis que si l'on employait un écrou carré (*fig.* 19), chaque mouvement se composerait d'un quart de circonférence, ce qui exigerait une cavité beaucoup plus haute, indépendamment de l'espace qui serait nécessaire pour retirer la clef si le dernier effort amenait les faces de l'écrou dans la direction indiquée par les droites *co*.

Je n'insisterai pas sur ces détails, qui ne se rapportent qu'indirectement au sujet qui nous occupe.

CHAPITRE V.

ÉPURES, MODÈLES, PERSPECTIVES.

1064. Je terminerai ce traité par quelques remarques sur l'ensemble des études nécessaires aux jeunes gens qui veulent exercer la profession de charpentier. Ces études sont évidemment de deux espèces parfaitement distinctes.

Les unes se rapportent à l'emploi des bois droits, et dépendent essentiellement des principes de la statique, tandis que les autres, qui ont pour but l'exécution des assemblages et des pièces courbes, sont plus particulièrement du domaine de la géométrie descriptive.

C'est principalement cette dernière partie que l'on s'est proposé d'étudier dans l'ouvrage actuel, les questions d'équilibre devant faire plus tard le sujet d'un traité spécial.

Les études nécessaires pour devenir habile dans la construction des ouvrages de charpente consistent ordinairement dans l'exécution graphique d'un certain nombre d'épures et dans la construction de quelques modèles.

1065. On peut, en général, distinguer trois sortes d'épures, savoir :

1° *Les épures de principes;*

2° *Les épures d'étude;*

3° *Les épures d'application.*

1066. Les épures de principes ne doivent contenir qu'un

petit nombre de lignes; ainsi, par exemple, s'il s'agit de la construction d'une courbe, on ne conservera que les opérations nécessaires pour expliquer la méthode générale par laquelle on peut obtenir un point quelconque de cette courbe, ou les abréviations résultant de la position exceptionnelle de quelques-uns des points cherchés.

1067. Les épures d'application doivent être encore plus simples que les épures de principes, car elles ne doivent contenir que les données et les résultats, sans qu'il soit nécessaire d'y conserver aucune ligne d'opération.

Il n'est même pas toujours indispensable de tracer sur l'épure toutes les lignes qui forment le contour ou les arêtes de l'objet que l'on se propose d'exécuter. Ainsi, lorsqu'un arc d'ellipse provient de la rencontre d'un berceau cylindrique avec la face plane d'un pan de bois, il n'est pas nécessaire que cette courbe soit projetée; car lorsque la surface cylindrique et le plan dont il s'agit seront taillés, l'arc d'ellipse provenant de la rencontre de ces deux surfaces résultera évidemment du travail de l'ouvrier, quand même on aurait négligé de tracer cette ligne sur l'épure.

1068. Si les épures de principes et les épures d'application doivent contenir très-peu de lignes, il n'en est pas de même des épures d'étude. En effet, indépendamment des données et des résultats, elles doivent conserver toutes les lignes nécessaires pour rappeler les principes, souvent nombreux, par lesquels on a déterminé les diverses parties des lignes obtenues.

Il est bien entendu qu'il ne s'agit pas ici de la répétition fastidieuse d'une même opération exécutée autant de fois

qu'il y a de points à obtenir; mais, dans la construction d'une grande courbe, il arrivera souvent que, sur vingt points, chacun aura un caractère individuel qui permettra de déterminer sa position par une méthode particulière, plus simple ou plus exacte que la méthode générale, et toutes ces abréviations doivent être indiquées sur une *épure d'étude*.

1069. Les épures qui composent les neuf premières planches de l'introduction sont des épures de principes, et la plupart de celles qui forment le traité actuel sont des épures d'étude.

1070. Indépendamment des lignes nécessaires pour rattacher les données aux résultats obtenus, et pour indiquer les méthodes diverses qui ont été appliquées dans chaque cas, il faut encore qu'une épure d'étude contienne quelques-unes des vérifications les plus importantes.

Ainsi, chaque point doit être vérifié de toutes les manières possibles, et si une seule vérification est suffisante dans la pratique, il n'en est pas de même lorsqu'on étudie. En effet, chacune des méthodes employées pour vérifier la position d'un point, est évidemment une manière différente de l'obtenir; et par ce travail, on se rend habile à voir de suite, au moment de l'application, quel est le moyen le plus simple de déterminer la position du point cherché. On peut se contenter de conserver sur l'épure les vérifications les plus importantes, mais on ne saurait en faire un trop grand nombre au crayon.

Il ne faut pas croire, au surplus, que toutes ces lignes produisent autant de confusion que le pensent ordinaire-

ment les personnes peu familiarisées avec l'étude de la géométrie descriptive.

Si au lieu de se contenter de notions abstraites, et par conséquent un peu confuses, on aborde franchement l'exécution du travail graphique, on parvient très-promptement à regarder sans aucune fatigue toutes les lignes tracées sur l'épure la plus chargée, et quel que soit le nombre de ces lignes, *on ne voit alors* que le petit nombre de celles qui se rattachent à la partie de la question que l'on considère momentanément.

Enfin, pour celui qui sait la géométrie descriptive, une épure dont toutes les parties sont liées entre elles, est beaucoup plus facile à comprendre que celle dont on aurait supprimé les lignes d'opérations.

1071. Ce n'est pas d'ailleurs le grand nombre de lignes qui rend une épure confuse, mais la disposition souvent maladroite des rabattements ou des plans auxiliaires de projection.

Si l'on rabat une projection auxiliaire sur une partie de l'épure où il existe déjà une projection, ou un rabattement précédent, on rendra certainement l'épure très-confuse.

Cela cependant se fait souvent dans la pratique; ainsi, dans les grandes épures qui doivent être tracées à l'échelle d'exécution, on n'a pas toujours l'espace suffisant pour isoler toutes les figures développées ou rabattues, mais, dans ce cas, il n'y a pas le même inconvénient que dans les épures d'étude :

1° Parce que celui qui exécute le travail, *n'étudie pas la question*, qu'il connaît parfaitement par les études

préliminaires qu'il a dû faire chez lui, à une petite échelle, avant de les répéter en grand sur le chantier.

2° Parce que dans les *épures d'application* on ne conserve que ce qui est absolument indispensable pour tracer sur les matériaux les lignes qui doivent diriger le travail des ouvriers.

3° Parce qu'enfin on peut tracer avec des couleurs différentes les parties de l'épure qui ne doivent pas être confondues, quoique superposées. Mais, lorsqu'on étudie, et surtout lorsqu'on exécute le dessin à une petite échelle, il faut éviter avec soin cette superposition, qui ne permettrait pas de conserver les lignes nécessaires pour rattacher les résultats aux données, et rappeler les principes que l'on a dû appliquer pour exécuter les diverses parties de l'épure.

1072. Quant au temps nécessaire pour l'exécution du travail graphique, il n'est pas aussi considérable que l'on pourrait le croire au premier abord.

Ce serait certainement un travail fort long de dessiner, en imitant la gravure, une grande épure de géométrie descriptive, s'il fallait que toutes les lignes fussent tracées à l'encre noire. Mais, cette perte énorme de temps peut être facilement évitée par l'emploi des encres de couleur.

Or une épure sur laquelle toutes les lignes d'opérations sont tracées en encres de couleur n'exige pas beaucoup plus de temps que si elle était entièrement dessinée au crayon, et celui qui comprend bien la question à résoudre, n'emploiera pas plus de deux ou trois heures pour tracer l'épure la plus composée.

1073. On peut d'ailleurs dégager l'épure, en supprimant une partie des lignes d'opérations dont on ne conserve que les *attaches* en *amorces*, ce qui suffit pour indiquer les points dont la recherche peut offrir quelque intérêt.

1074. L'absence des *lignes théoriques* sur les épures d'application est certainement, à mon avis, une des causes qui retardent le moment où les ouvriers comprendront la géométrie descriptive. En effet, dans les *écoles de trait*, où l'on exécute beaucoup de *modèles*, les charpentiers ne font que des *épures d'application*, c'est-à-dire des épures privées de presque toutes les lignes qui seraient nécessaires pour rattacher les résultats aux données, et rappeler, par conséquent, le principe employé. Il s'ensuit que l'ouvrier qui étudie, commence par copier machinalement son épure sur celle du maître, et qu'il ne comprend la question dont il s'occupe que lorsqu'il voit son modèle complétement taillé. C'est alors seulement qu'il reconnaît sur son épure les lignes que son professeur lui a fait tracer sur la pierre ou sur le bois, pour déterminer toutes les coupes du modèle qu'il vient d'exécuter.

Mais il résulte de là une perte de temps considérable, d'abord, parce que l'élève ne comprend souvent le modèle que lorsqu'il est taillé complétement, ce qui est fort long; ensuite, parce que l'absence des lignes théoriques sur ses épures ne lui permet pas de rattacher ses idées à un petit nombre de principes généraux dont l'étude n'exigerait pas la dixième partie du temps consacré à la taille du grand nombre de modèles, qu'il est obligé d'exécuter entièrement pour devenir habile dans sa profession.

Je ne veux pas dire par ce qui précède, que cette taille

de modèles soit un travail inutile : c'est au contraire une des études que je recommanderai le plus à celui qui veut savoir parfaitement les assemblages de la charpente. Mais, lorsque l'on possède bien la théorie de la géométrie descriptive, la taille d'une ou deux pièces suffit souvent, lorsque l'épure est complète, pour que la question soit comprise dans tous ses détails.

1075. On peut d'ailleurs éviter la taille d'un grand nombre de modèles, en dessinant en perspective les assemblages dont on veut se rendre compte, ou que l'on veut faire comprendre aux ouvriers.

1076. Il n'est pas question ici d'appliquer les principes rigoureux de la perspective ordinaire, les études qui seraient nécessaires dans ce cas, détourneraient les charpentiers du but spécial qu'ils se proposent d'atteindre; la **perspective cavalière, dont on peut apprendre le principe en une demi-heure,** suffit toujours pour les détails d'assemblages; mais, pour tirer tout le parti possible de ce genre de dessin, il faut, par de nombreux exemples, s'exercer à construire promptement, à vue d'œil, et ***sans le secours du compas***, la perspective des objets que l'on a sous les yeux ou dans l'imagination.

1077. Quelques personnes ont voulu contester l'utilité de la perspective cavalière; elles ont donné pour raison que les objets pouvant être déterminés complétement et dans tous leurs détails par le moyen des projections, il n'est pas nécessaire d'employer un genre de dessin qui altère les dimensions du corps représenté sans avoir l'avantage, comme la perspective ordinaire, d'en reproduire l'apparence avec une exactitude rigoureuse.

Je serais le premier à me ranger à cet avis, si tout le monde savait la géométrie descriptive, ou si les ingénieurs ne devaient jamais avoir de communications d'idées avec des personnes étrangères à l'étude de cette science.

Mais il arrive à chaque instant, dans l'exécution des travaux industriels, que l'on veut faire comprendre à un ouvrier, à un chef d'atelier, les formes d'une pièce qui n'existe encore que dans l'imagination, et qui ne pourra être projetée que lorsque l'auteur aura fixé ses idées sur les dimensions les plus convenables à donner à cet objet.

L'ingénieur lui-même, dans le travail de cabinet, ne peut commencer ses épures qu'après avoir comparé et discuté les formes qui conviennent le mieux aux différents détails de son projet; et cette discussion sera souvent rendue plus facile par la représentation en perspective des objets dont la combinaison doit concourir à la perfection de l'ensemble.

L'exéution d'un modèle d'assemblage exigera souvent deux ou trois heures, et quelquefois des journées entières, tandis que la perspective du même objet n'exigera que deux ou trois minutes.

FIN.

PONTS BIAIS

EN BOIS.

NOUVELLES ÉTUDES

DE

CHARPENTE

PAR

J. ADHÉMAR.

PONTS BIAIS

EN BOIS.

Supplément

AU TRAITÉ DES PONTS BIAIS EN PIERRES.

PARIS.

VICTOR DALMONT, LIBRAIRE,

QUAI DES AUGUSTINS, 49.

1858.

PONTS BIAIS

EN BOIS.

SUPPLÉMENT

AU

TRAITÉ DES PONTS BIAIS EN PIERRES.

---

1. Première étude. Lorsqu'un corps en mouvement en rencontre un autre, s'il glisse sur ce dernier par frottement ou par roulement, il lui communique une partie de la force dont il est animé, et produit alors dans l'ensemble, et dans toutes les parties du corps rencontré, un ébranlement dont l'intensité dépend du rapport qui existe entre les masses des deux corps. Ainsi, lorsqu'un convoi de chemin de fer s'engage sur un pont, le poids quelquefois énorme de la locomotive, des wagons et des objets transportés avec une grande vitesse, donne lieu à une composante horizontale qui agit avec d'autant plus d'énergie que la masse du pont est moins grande, et l'on comprendra facilement pourquoi les ponts en pierre, composés de matériaux qui ont un poids considérable, seront beaucoup moins ébranlés que les ponts en bois, par le passage des trains.

Il faut conclure de là que les ponts en bois ne doivent être adoptés que dans certains cas exceptionnels comme seraient, par exemple, la rareté ou le prix excessif de la pierre comparée à une très-grande abondance de bois, ou quelquefois aussi la nécessité d'établir rapidement un passage provisoire.

D'ailleurs si les ponts biais en pierres doivent être préférés pour les chemins parcourus par les convois, il n'en est pas toujours de même des ponts destinés au passage des piétons ou des voitures ordinaires, et c'est par quelques exemples de cette espèce que nous allons commencer l'étude des ponts biais en bois.

2. Si le pont dont il s'agit ne doit être fréquenté que par des piétons, ou des voitures légères, on peut se contenter de placer au-dessus de la voie que l'on veut traverser, un certain nombre de poutres parallèles disposées comme on le voit sur les **fig. 4** et **10**, **pl. 1**. Il est bien entendu que ces poutres devront être *armées*, ou fortifiées par des doublures, et soutenues, si cela est nécessaire, par des poteaux verticaux ou des colonnes de fonte, **fig. 4**.

3. Si l'espace ne permet pas de placer des colonnes, on soutiendra le tablier par des jambes de force, ou contre-fiches, comme on le voit sur les figures **1**, **3**, **14** et **16**.

4. Ces deux dernières figures sont des projections sur un plan vertical perpendiculaire à la droite CC, **fig. 8** et **9**.

Sur les figures **14** et **16**, les projections de toutes les fermes se confondent en une seule.

La poutre horizontale L, **fig. 14**, et la contre-fiche F, peuvent être considérées comme les deux arbalétriers d'une ferme inclinée, dont la jambe de force A serait le tirant.

La moise pendante M est le poinçon de cette ferme, et la petite moise *m* maintient l'assemblage de la jambe de force A, et de la pièce horizontale D placée comme doublure au-dessous de la poutre ou longeron L.

5. Ces deux dernières pièces peuvent être assemblées et reliées entre elles par des liens en fer, comme on le voit, **fig. 11**.

Enfin, les diverses parties des poutres L ou D pourront être réunies par un trait de Jupiter, **fig. 11**, ou **fig. 17**, par un joint vertical *u*, combiné avec des endentures, des bandes de fer et des boulons.

6. La figure 15 est une coupe par un plan vertical, contenant la droite BB des figures 8 et 9.

La figure 8 est le plan du pont vu par-dessous, et la figure 9 est vue en dessus.

7. Les cinq fermes qui composent le pont projeté sur les figures 1, 8 et 9, seront liées entre elles, d'abord par les solives et par le double plancher dont on voit une partie sur la figure 9, ensuite par les moises horizontales M′ qui embrassent les jambes de force des cinq fermes, fig. 8 et 1.

8. Au lieu de réunir par des moises les jambes de force des cinq fermes on aurait pu, comme on le voit, fig. 16, relier entre elles les moises pendantes M, par des moises horizontales M″. Enfin, on comprend que, dans un grand pont, il pourra être utile d'employer les deux méthodes.

9. L'étude de ces moises forme la partie la plus intéressante de la question qui nous occupe.

En effet soient, fig. 5, les projections H et H′ d'une partie de la pile d'un pont droit; supposons que le plan rectangulaire H de cette pile soit remplacé par le parallélogramme H″, déterminé par l'obliquité du pont que l'on veut construire. Si l'on veut faire subir à toutes les pièces de la charpente une transformation analogue, il faudra que les pieds rectangulaires A des jambes de force soient transformés en parallélogrammes tels que A″; mais alors chacun des parallélipipèdes rectangles qui formaient ces pièces deviendra un prisme oblique BB′, dont la section par le plan P rabattu en P_1 et projetée sur le plan horizontal, sera un parallélogramme A‴.

Il en résultera, il est vrai, plus de régularité dans l'assemblage des moises avec les jambes de force; mais ces dernières pièces devant être déduites de bois équarris suivant le rectangle R, fig. 6, ou R′, fig. 7, on perdra toute la force provenant des prismes triangulaires qu'il faudra enlever, et qui sont indiqués sur les figures 6 et 7 par une teinte plus foncée. Par

conséquent on aura sacrifié une garantie évidente de solidité à une régularité d'assemblage plus apparente que réelle.

On ne doit donc pas hésiter à conserver aux jambes de force leur section rectangulaire A'', **fig.** 5; mais alors on remarquera que les fermes employées dans ce cas ne diffèrent en rien de celles qui conviendraient à un pont droit, de sorte que les faces des pièces de bois qui composent ces fermes, étant parallèles ou perpendiculaires aux plans de têtes du pont, tandis que les faces longitudinales des moises M', **fig.** 1 et 8, sont obliques par rapport aux mêmes plans, il s'ensuit que les jambes de force A, et les moises horizontales M', **fig.** 18, 12 et 13, se rencontreront obliquement, ce qui introduit dans les assemblages quelques difficultés que nous allons étudier.

10. La planche 2 contient les détails d'épures nécessaires pour tracer les moises horizontales M' du pont qui est projeté sur les figures 1 et 8 de la planche précédente. Les figures 13 et 2 de la planche 2 sont les projections horizontale et verticale d'une partie des deux premières fermes du pont.

Pour obtenir ces projections, on commencera, **fig.** 14, par le plan de la pile, sur lequel on déterminera la distance des fermes et les pieds des poteaux ou moises verticales V, dans lesquels doivent être assemblées les jambes de force A et les contrefiches F, **fig.** 2. On déterminera également, sur la figure 14, les contours des sablières S, dans lesquelles sont assemblées les moises verticales dont nous venons de parler. Les projections de ces sablières ne sont indiquées sur la figure 14 que par une teinte ponctuée, parce que cette figure est une coupe par le plan horizontal P, **fig.** 2, et que cette projection étant vue pardessous, la sablière est supposée enlevée.

La perspective, **fig.** 12, fera comprendre comment la sablière S est engagée en partie dans l'épaisseur de la première assise G, au-dessus de la corniche X, **fig.** 2. Les quadrilatères *m* teintés en points sur la figure 12 sont les pieds des moises verticales V.

On construira la projection, **fig.** 2, d'après l'étude d'ensemble que nous supposons avoir été faite sur la figure 1 de la

planche 1. Il suffira de projeter une seule ferme sur la figure 2 de la planche 2, et l'on pourra même se dispenser d'y tracer la projection de la moise horizontale M', dont la place et la grandeur ne seront déterminées que par les opérations suivantes. Quand les moises verticales V, la jambe de force A, la contre-fiche F, et la moise pendante M seront projetées sur la figure 2, on construira les projections horizontales de toutes ces pièces sur la figure 13, puis on projettera les mêmes pièces, fig. 4, sur un plan vertical perpendiculaire à la plus grande face de la pile et par conséquent à la longueur des moises, dont il devient facile alors de déterminer les dimensions. On sera guidé dans cette opération par la quantité plus ou moins grande de bois que l'on veut consacrer à cet usage, et cette quantité dépendra elle-même du plus ou moins de fatigue que le pont doit éprouver.

11. Les faces *ac*, *vu* des moises M', fig. 4, sont perpendiculaires sur la projection de la jambe de force A, d'où il ne faut pas conclure que ces deux pièces se rencontrent à angle droit. Leur obliquité est suffisamment mise en évidence par la projection horizontale, fig. 13, et l'on conçoit que si l'on avait voulu que les moises fussent perpendiculaires aux jambes de force, il aurait fallu que leurs projections sur la figure 2 fussent parallèles à celles des moises pendantes M. Or, dans ce cas, les jambes de force A des cinq fermes n'auraient pas été moisées à la même hauteur; ce qui, au surplus, est quelquefois utile, comme nous le verrons par la suite.

12. Les moises M' projetées, fig. 4, se réduisant à leur section droite *acuv* indiquée par une teinte, on construira leur projection horizontale, fig. 13, et si l'on veut, comme exercices, on en déduira la projection verticale, fig. 2.

Cela étant fait, et l'épure étant disposée comme nous venons de le dire, on projettera sur la figure 13 les deux parallélogrammes 1-2-3-4, suivant lesquels les faces *ac*, *vu* des moises M', fig. 4, sont pénétrées par le prisme rectangulaire qui forme la jambe de force A.

Les sommets de ces deux parallélogrammes seront déterminés sur les arêtes correspondantes de la jambe de force A, fig. 13, par des perpendiculaires à la droite A'Z', menées par chacun des points suivant lesquels les faces *ac*, *vu* des deux moises M', fig. 4, sont percées par les quatre arêtes du prisme rectangulaire qui forme la jambe de force A. Il ne faut pas oublier que la figure 13 est une projection vue en dessous.

Les côtés 1-2, 3-4 des parallélogrammes 1-2-3-4, fig. 13, peuvent être vérifiés en abaissant des perpendiculaires par les points suivant lesquels les arêtes horizontales des moises M', fig. 2, sont coupées par les plans projetants qui contiennent les faces HH et NN de la jambe de force A. Cette opération n'a pas été conservée sur l'épure.

13. Quand les deux parallélogrammes 1-2-3-4 seront déterminés sur la figure 13, on les projettera, fig. 16, sur un plan P_1 parallèle aux faces *ac*, *vu* des moises M', fig. 4, et l'on fera tourner cette projection auxiliaire P_1 jusqu'à ce qu'elle soit arrivée dans la position P_2 parallèle au plan horizontal de projection. On obtiendra ainsi dans leur véritable grandeur, fig. 15, les deux quadrilatères 1-2-3-4 qui, étant tracés sur les faces correspondantes des deux moises, détermineront les entailles nécessaires pour le passage de la jambe de force A.

La figure 17 est la perspective de la pièce A et de la moise inférieure M', et la figure 18 représente cette moise toute seule.

14. Pour ne pas compliquer l'épure, nous n'avons pas indiqué d'embrèvements sur les projections de la jambe de force, parce que ces coupes se déduisent facilement, sur le chantier, de celles que nous venons de déterminer par l'opération précédente.

En effet, il suffira de réserver, en creusant les entailles des moises, une épaisseur de bois égale à la profondeur de l'embrèvement que l'on veut obtenir; embrèvement que l'on doit faire peu profond, afin de ne pas affaiblir la jambe de force A.

15. La section des moises par le plan vertical P_3 fig. 13,

sera déterminée sur la figure 15, par les perpendiculaires abaissées des points suivant lesquels ce plan P_3 est percé par les arêtes horizontales des moises M'. Le résultat de cette opération ne pouvant pas être obtenu sur l'épure, nous supposerons que le plan P_3 est transporté en P_4 et nous obtiendrons alors les deux droites 9-10, 11-12, fig. 15, ce qui suffira pour tracer les coupes obliques qui forment les extrémités des deux moises M'. Les projections des points correspondants du plan P_3 sur les arêtes horizontales des moises M', fig. 2, détermineront sur cette projection les extrémités des deux moises.

16. Les boulons indiqués sur toutes les figures, indiquent suffisamment comment les moises seront assemblées. Si l'on craint que la force de ces pièces soit diminuée par un trop grand nombre de boulons, on pourra remplacer quelques-uns d'entre eux par des liens (5).

17. On peut encore augmenter la force des moises en les écartant comme on le voit, fig. 7. Ce qui diminue la profondeur des entailles pratiquées par le passage de la jambe de force; mais alors, pour éviter le fouettement, on placera de distance en distance, et surtout dans le voisinage de la pièce moisée, des tasseaux ou coins T, fig. 7 et 6.

18. Nous avons dit, au numéro 8, qu'au lieu de moiser les jambes de force A, fig. 14, pl. 1, on préférait quelquefois relier entre elles les moises pendantes M par des moises horizontales M''M'', fig. 16. Dans ce cas, on pourra placer les faces latérales des moises M'' perpendiculaires aux projections des moises M. Mais cette disposition n'est pas obligatoire et l'on peut aussi, comme cela est indiqué sur la figure 4 de la planche 2, appuyer les faces principales des moises M'' sur les arêtes de la jambe de force A.

Cette méthode serait surtout convenable si l'on voulait, comme cela arrive quelquefois, que les moises pendantes fussent embrassées au-dessus et au-dessous de la jambe de force par les deux couples de moises M'' et M''', fig. 4.

C'est la disposition précédente que nous allons adopter pour deuxième étude des moises ; et pour simplifier l'épure, nous ne projetterons sur la figure **13** que les moises qui sont indiquées sur la figure **4** par une teinte de point. Cela suffit, car il évident que les moises M‴, indiquées sur la même figure par un simple trait ponctué, se construiraient de la même manière.

Pour déterminer les entailles des moises M″, on projettera dabord les moises pendantes M sur le plan horizontal, **fig. 13**. Cette projection se déduira de la figure **2** par les moyens ordinaires; puis on projettera les mêmes moises sur la figure **4**, et l'on déterminera sur cette projection les dimensions des moises M″ que l'on veut construire.

On abaissera ensuite une perpendiculaire à A′Z′, par chacun des points suivant lesquels les faces des deux moises M″ sont percées par les quatre arêtes extérieures des deux moises pendantes M, **fig. 4**. Cette opération déterminera sur les faces verticales de ces deux moises, **fig. 13**, les huit sommets des deux parallélogrammes 5-6-7-8, suivant lesquels les deux faces 6-7 des moises horizontales M″, **fig. 4**, sont pénétrées par les deux moises pendantes M. Cela étant fait, on projettera, **fig. 8**, tous les sommets des deux parallélogrammes que l'on vient d'obtenir sur un plan P_5 parallèle aux faces 6-7 des deux moises M″, et l'on fera tourner le plan P_5 autour de l'horizontale projetante du point Q, jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans la position horizontale P_6 On obtiendra ainsi la projection, **fig. 9**, et par suite les deux quadrilatères 5-6-7-8 suivant lesquels les moises pendantes M, **fig. 4**, pénètrent dans les faces 6-7 des moises horizontales M″.

La coupe oblique des moises M″ par le plan vertical P_3 pourra être obtenue comme nous l'avons dit au numéro **15**, en supposant que ce plan P_3 est remplacé par le plan vertical P_7 parallèle au premier.

19. On remarquera sans doute, **fig. 9**, que, dans le cas actuel, les quadrilatères 5-6-7-8 sont des rectangles compris entre les deux droites parallèles LL, EE. Cela provient de ce que les deux faces LL, EE de la moise M, **fig. 2**, sont perpendicu-

laires sur l'arête HH de la pièce A, et par conséquent, **fig. 4**, sur les faces parallèles 6-7 de la moise M″, puisque l'une de ces faces contient l'arête HH.

20. Si l'on veut augmenter l'épaisseur du bois compris entre les angles 7 et 6 des quadrilatères de pénétration, **fig. 9**, et les faces externes des moises, on emploiera le moyen qui est indiqué sur les figures **7** et **6**.

21. Enfin, si l'on voulait faire un embrèvement, il faudrait éloigner un peu les moises M″ et M‴ de la jambe de force A, comme on le voit, **fig. 5**. Car, si l'on faisait passer l'une des faces 6-7 de ces moises par le point *o* qui appartient à l'arête HH de la jambe de force A, **fig. 4**, il ne resterait plus assez d'épaisseur entre ce même point *o*, **fig. 5**, et la face U de la moise M″.

22. Les deux épures que nous venons d'étudier, **pl. 1** et **2**, contiennent tous les détails nécessaires à la construction du pont qui est projeté sur la figure **1** de la planche **1**. En effet, les dimensions des piles, la hauteur, la largeur du pont, la disposition du plancher, du tablier et des trottoirs, seront données par la planche **1**; et la planche **2** contient tous les détails d'assemblage des pièces de charpente qui doivent entrer dans la construction des fermes. Ainsi, les figures **1**, **2** et **11** donneront les dimensions en équarrissage et en longueur de la jambe de force A. Les figures **2** et **3** expriment celles de la contre-fiche F.

Les figures **2** et **13** détermineront les épaisseurs, largeurs et longueurs des moises pendantes M. La figure **14** donne l'équarrissage des poteaux ou moises verticales V. Enfin, les entailles à creuser dans les moises horizontales M′ ou M″ seront déterminées par les figures **15** ou **9**.

23. Deuxième étude des ponts biais en charpente. Pour sujet de cette deuxième étude, nous ferons une application du système qui avait été adopté par M. Clapeyron, ingénieur du chemin de fer de Saint-Germain, pour le pont construit à

Asnières. Ce pont, brûlé en 1848, a depuis été remplacé par un pont en tôle.

24. Le but que je me propose dans l'ouvrage actuel étant surtout d'exposer les méthodes générales, je ne crois pas devoir m'assujettir à la reproduction rigoureusement exacte des ouvrages exécutés. Il peut arriver, d'ailleurs, que les dimensions de ces ouvrages ne soient pas favorables à la disposition d'épure qui conviendrait le mieux pour l'explication des principes.

Ainsi, la figure 5 de la planche 3 n'est pas une représentation fidèle du pont d'Asnières, mais une application du même principe à un autre exemple.

Cela étant admis on reconnaîtra, par la figure 17, que le pont dont il s'agit contient six fermes également espacées. Mais, s'il est destiné au service d'un chemin de fer, il sera préférable de régler l'écartement des fermes comme nous l'avons dit au numéro 442 (*Ponts biais en pierre*); c'est-à-dire que les deux fermes extrêmes formeraient les têtes du pont, tandis que chacune des quatre fermes intermédiaires serait placée exactement au-dessous d'une ligne de rails; d'où il résulte que, pour un chemin à trois voies, le pont devra contenir huit fermes.

L'arc intérieur de chaque ferme se compose, fig. 5, de trois cours de poutres cintrées à la hache, ou courbées à la vapeur. Ces trois cours de courbes sont liés aux longerons qui supportent le plancher, par quatorze moises pendantes dont les places résultent de considérations que nous allons développer.

Les six fermes qui composent la charpente du pont étant disposées comme on peut le voir sur la projection horizontale, fig. 17, il ne reste plus qu'à trouver le meilleur moyen de les contreventer.

25. Tous les systèmes de ponts biais en charpente se rattachent au principe des arcs droits disposés en retraite, et la partie importante de la question à résoudre consiste principalement dans les moyens employés pour relier entre elles les fermes droites qui composent la charpente du pont.

Dans l'exemple que nous avons étudié sur les planches 1 et 2, les fermes ont été réunies par des moises horizontales parallèles à la direction des piles; mais alors, les arbalétriers ou jambes de force des fermes sont rencontrées par ces moises, suivant des angles qui dans certains cas pourraient être très-aigus. Or c'est précisément cette acuité que l'on a voulu éviter, ou au moins diminuer dans l'exemple que nous étudions actuellement; et pour y parvenir, on a placé les moises comme on le voit, fig. 5, c'est-à-dire que les deux couples correspondants de moises transversales et toutes les moises pendantes qu'elles embrassent forment un pan de bois perpendiculaire au plan vertical de projection. L'un de ces pans de bois est projeté et rabattu en vraie grandeur sur le plan horizontal, fig. 20.

26. Si l'on regarde la figure 5, on reconnaîtra que les moises pendantes ne rencontrent pas, suivant des angles droits, les diverses parties de la grande courbe qui forme le cintre de la ferme; mais la condition dont nous venons de parler ne pouvait pas être obtenue dans le cas actuel; car une moise qui serait perpendiculaire sur la courbe de la première ferme ne serait pas perpendiculaire sur les autres, et réciproquement. Pour diminuer autant que possible les angles aigus que l'on aurait rencontrés dans ce cas, le constructeur du pont d'Asnières a employé le principe connu en coupe de pierres sous le nom de *biais passé*, c'est-à-dire qu'il a placé les moises pendantes perpendiculaires à la courbe d'une ferme réelle ou imaginaire dont le plan P, fig. 17 et 20, partagerait la largeur du pont en deux parties égales. Par suite de cette disposition, les moises sont à peu près perpendiculaires sur toutes les courbes qui forment le cintre intradossal des fermes.

27. La place des moises est en outre déterminée par cette condition, qu'elles partagent en parties égales la courbe située dans le plan P; car, si on les plaçait à égale distance sur l'un des arcs de tête, elles seraient trop inégalement espacées sur l'arc opposé; tandis que si les moises partagent en parties égales

la courbe située dans le plan P, fig. 17 et 20, les inégalités d'écartement sur les têtes seront beaucoup moins sensibles.

28. La disposition précédente donne lieu à une irrégularité d'assemblage qu'il est très-essentiel de signaler. En effet, si l'on fait abstraction de l'épaisseur des fermes, les arêtes inférieures des grandes courbes sont des arcs de cercles égaux et parallèles, dont les centres, situés sur l'axe de la voûte intérieure du pont, auraient leurs projections verticales à environ cinq centimètres au-dessous du cadre de l'épure. Le lieu qui contient tous ces arcs sera donc une surface cylindrique du second degré, ayant pour directrice l'un des arcs qui forment les arêtes inférieures des grandes courbes.

Or, la section de cette surface cylindrique par un plan P_1 perpendiculaire à la tête du pont, fig. 5, sera un arc d'ellipse *mon*, fig. 20, tandis que la section de la moise, correspondante par le même plan, sera une ligne droite qui ne pourra toucher qu'en deux points *m* et *n* l'arc elliptique dont nous venons de parler; de sorte que la moise inférieure ne touchera que deux des grandes courbes dont l'ensemble forme l'intrados du pont.

Cette relation est rendue plus sensible par les figures 21 et 22, sur lesquelles on a exagéré avec intention la courbure et le biais du pont. Les piles étant indiquées sur la figure 22 par des teintes ponctuées, et l'arc de tête, fig. 21, étant une demi-circonférence, la section par le plan P_2 sera une demi-ellipse *am'o'n'u's'c*, que l'on peut facilement construire en déterminant les points suivant lesquels le plan P_2 rencontre les cinq demi-circonférences qui remplacent ici les grands arcs de la figure 5, ou bien en remarquant que cette demi-ellipse a pour ses deux rayons conjugués les droites *va*, *vu'*, fig. 22. Ou enfin, en déterminant les axes par le moyen que j'ai indiqué au numéro 106 du supplément au *Traité de Géométrie descriptive*, 3e édition.

La section par le plan P_2 fig. 21, étant rabattue sur le plan horizontal de projection, fig. 22, on obtiendra la demi-ellipse *amonusc* dont la partie *mon* seulement appartient à l'intrados de la voûte projetée sur la figure 21. On voit par ce rabattement,

sur lequel les moises pendantes sont désignées par un simple trait, que la moise transversale intérieure *mn* ne touchera que les deux arcs de tête du pont, tandis que la moise extérieure, parallèle à la première, ne touchera qu'en un point *x* l'arc d'ellipse suivant lequel le plan P_2 de la figure **21** rencontre le cylindre extérieur formé par les extrados des arcs ; de sorte que si le nombre des fermes est impair, la moise transversale extérieure s'appuiera sur l'extrados de l'arc qui appartient à la ferme moyenne *vx*, et si le nombre des fermes est pair, elle s'appuiera sur les deux arcs moyens, comme cela est indiqué sur la figure **20**.

29. L'irrégularité d'assemblage que nous venons de signaler est peu importante pour la solidité du pont ; car la stabilité des grandes courbes dépend surtout de la précision avec laquelle elles seront embrassées par les moises pendantes, tandis que les moises transversales, n'ayant d'autre but que de contreventer les fermes, on pourrait, sans qu'il en résultât aucun inconvénient, les éloigner des grands arcs.

30. Indépendamment des moises transversales, les six fermes sont encore liées entre elles et contreventées par des croix de Saint-André, assemblées dans les moises pendantes au-dessus des moises transversales supérieures, **fig. 20**.

31. Cette projection ou herse, très-utile pour piquer les bois sur le chantier, sera facilement obtenue en projetant toutes les pièces, **fig. 5**, sur le plan P_1 parallèle aux moises pendantes et transversales du pan de bois que l'on veut exécuter. Cette projection est rabattue sur l'épure, en tournant autour de l'horizontale projetante du point O. La figure **19** est la projection de la moise transversale inférieure sur le plan qui contient la face MN, **fig. 20**. Les différents points de cette figure sont déduits de leurs projections sur la figure **20**, et les largeurs sont déterminées en projetant les points correspondants de la figure **5** sur le plan P_4 que l'on ramènera dans la posi-

tion P_5 en le faisant tourner autour de la charnière de rabattement *e*.

32. Il est évident que les lignes projetantes perpendiculaires à P_4 ne sont tracées ici que pour lier les opérations et compléter l'explication de l'épure; car tous les ingénieurs savent que dans les applications on supprime souvent un grand nombre de lignes qui peuvent être déterminées directement sur le chantier, sans qu'il soit nécessaire de les tracer sur l'épure.

Ainsi, par exemple, on peut facilement piquer et tracer tous les assemblages du pan de bois qui est projeté sur la figure 20, sans construire sur l'épure une projection complète des moises et des croix de Saint-André. Pour cela, on établira sur le chantier les six moises pendantes dont les longueurs sont données par leurs projections, fig. 5. On déterminera le point *m* sur la première moise, et le point *n* sur la dernière, en prenant sur la figure 5 les distances de ces deux points à un plan quelconque P_6 perpendiculaire au pan de bois que l'on veut construire. Cette opération suffira pour déterminer l'angle suivant lequel les moises transversales rencontrent les moises pendantes, et pour tracer les coupes d'assemblage, sans qu'il soit nécessaire de construire la figure 19.

Les deux moises transversales MN et M'N' étant identiques se construiront de la même manière; enfin, il suffira de placer les croix de Saint-André sur le chantier pour en tracer les assemblages.

33. Il résulte de ce que nous venons de dire, que le tracé d'un pan de bois formé par les six moises pendantes, et par les deux moises transversales correspondantes, se réduit à la recherche de l'angle suivant lequel ces moises se rencontrent; d'où l'on peut conclure un moyen très-expéditif de tracer toutes les moises transversales.

On établira sur le chantier, fig. 14, six moises pendantes, ou simplement six madriers d'une longueur quelconque, ayant chacun la largeur et l'épaisseur de deux moises pendantes réunies. On déterminera bien exactement, entre ces pièces, les

distances qui doivent exister entre les fermes dont elles font partie; puis, si nous supposons que l'on veut tracer les moises MN du pan de bois H, fig. 5, on placera le point *m* à volonté, fig. 14, sur la droite *ms* suivant laquelle la première moise pendante est coupée par le plan qui contient la face intérieure des pièces courbes de la première ferme. On déterminera ensuite le point *n* sur la face extérieure des grands arcs de la sixième ferme, en faisant la droite *un* de la figure 14 égale à la droite *u'n'* de la figure 5.

En opérant de la même manière, on déterminera les angles que toutes les moises transversales font avec les moises pendantes, sans qu'il soit nécessaire d'indiquer sur la figure 14 les longueurs de ces dernières moises, que l'on déterminera sur le chantier, lorsque l'on piquera les pièces de chaque pan de bois.

La figure 14 ne contient que neuf moises transversales; savoir : huit moises intérieures, et une seule moise extérieure appartenant au pan de bois vertical qui contient le centre de la voûte.

Les sections des grands arcs et des longerons n'ont été tracées que pour le pan de bois qui contient la moise RS; enfin, les huit moises transversales tracées sur cette figure suffisent pour construire toutes les autres :

1° Parce que les deux moises de chaque pan de bois sont identiques;

2° Parce que les deux moises transversales qui appartiennent à l'un des pans de bois situés à droite du plan vertical P_7 fig. 5, sont identiques, en les retournant, aux deux moises transversales du pan de bois qui occupe le même rang à gauche du plan P_7

34. On remarquera sur les figures 14, 15 et 17, quelques moises transversales plus courtes que les autres; ce qui provient de ce que la pile ne permet pas de les prolonger. Ainsi, la moise inférieure du premier pan de bois transversal n'embrasse que deux moises pendantes, tandis que la moise supérieure en embrasse trois, et que la moise inférieure du second pan de bois embrasse quatre moises pendantes.

Quand toutes les moises transversales seront déterminées de longueur et d'inclinaison, comme on le voit sur la figure **14**, on pourra tracer tout le reste sur le chantier, sans qu'il soit nécessaire de faire une épure particulière pour chaque pan de bois.

35. Embrèvement. Les moises extérieures s'appuient sur les grandes courbes, tandis que les moises inférieures ne sont soutenues que par leur assemblage avec les moises pendantes. Or, si la sécheresse fait contracter le bois, les assemblages prendront du jeu et les moises inférieures tomberont. Il est donc nécessaire de les rattacher aux moises pendantes par des boulons B, **fig. 20**, ou par des embrèvements, comme on peut le voir sur la figure **8**, qui est une coupe par le plan P_9 de la figure **10**.

36. On sait que toutes les forces qui agissent d'une manière constante ou accidentelle sur les diverses parties d'une ferme, se composent en deux résultantes qui seraient appliquées aux pieds des arbalétriers. D'où il faut conclure que ces points doivent attirer toute l'attention des ingénieurs. Je ne sais pas exactement comment cette partie de la question avait été résolue dans la construction du pont d'Asnières. M. Émy, dans son *Traité de charpente*, donne une épure d'application du système que nous étudions. Il dit bien qu'il a eu entre les mains les dessins de M. Clapeyron; mais il ajoute qu'il s'en est écarté d'une manière sensible : et j'ignore si, parmi les détails qu'il a conservés, il faut compter les assemblages des grands arcs avec les assises de la pile.

Dans tous les cas, cette partie importante de la question ne me paraît pas suffisament développée dans l'ouvrage de M. Émy. La figure **7** représente la méthode qu'il indique. Il coupe les quatre cours de courbes qui forment le cintre de chacune des fermes, par un plan P_{10} perpendiculaire à la tangente au pied de l'une des courbes; puis il taille dans les premières assises, au-dessus du bandeau de la pile, les faces inclinées sur lesquelles viennent s'appuyer, *sans aucun lien apparent*, les extrémités inférieures des grandes courbes.

Si l'on adopte cette disposition, la pile devra être profilée suivant la ligne brisée *bcadefh*. Dans un pont droit construit à Ivry, M. Émery, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a coupé les abouts des arcs par une suite de plans normaux *ac*, **fig. 11**; puis il a encastré les pieds de ces arcs dans l'épaisseur de la maçonnerie, ce qui l'a dispensé de briser les arêtes verticales *au* de la pile.

37. On peut combiner les deux méthodes en opérant comme cela est indiqué sur la figure **16**. Ainsi, on coupera les angles aigus de la pile par les plans verticaux EF, perpendiculaires aux plans de tête, et l'on remplacera les angles obtus par les angles droits H. Par ce moyen les fermes des têtes seront assemblées comme celles d'un pont droit dans les faces verticales EF et KH perpendiculaires à leur direction.

Quant aux quatre fermes intermédiaires, on adopterait la disposition indiquée sur la figure **7**, c'est-à-dire que les deux rectangles ACAC, **fig. 16**, seraient deux plans inclinés que l'on entaillera pour former les faces destinées à recevoir les pieds des grands arcs, et la pile serait alors réduite à l'espace compris entre les deux plans verticaux qui ont pour traces les lignes CC. J'ai cherché à faire comprendre cette disposition par la figure **3**, qui contient en perspective les pieds des deux premières fermes du côté de l'angle E de la pile.

38. Il est bien entendu que les angles rentrants indiqués sur la projection horizontale de la pile, **fig. 16**, ne doivent exister qu'au-dessus du bandeau; et que la partie inférieure de la pile doit être appareillée, comme cela est indiqué sur le plan par un trait ponctué. On sait qu'une solution de continuité dans les faces latérales de la pile suffirait souvent pour donner lieu à des courants qui, par suite de leur obliquité, seraient de nature à dégrader les fondations.

39. Les faces verticales VU, prolongées dans toute la hauteur comprise entre le plan horizontal qui contient les points C, et le plancher du pont recevraient les abouts des moises et des

croix de Saint-André qui sont interrompues par la face verticale CC de la pile. En construisant sur la figure 5 les traces des plans verticaux HK, RS, VU, on déterminera les pénétrations dans les faces verticales de la pile.

40. Si l'on faisait pénétrer directement les pièces de bois dans la maçonnerie, comme on le voit, **fig. 33**, il existerait au point A de la pierre un angle très-aigu, qui n'opposerait qu'une très-faible résistance; et dans ce cas, pour éviter les éclats, il vaut mieux abattre la partie triangulaire VAU, comme on le voit, **fig. 3**. Mais cette disposition sera dangereuse, si aucun assemblage ne garantit les pieds des cintres contre l'échappement qui pourrait résulter d'une secousse imprévue, ou d'un choc oblique, tel, par exemple, que celui qui proviendrait d'un ouragan, d'une débâcle, ou de la chute d'une locomotive.

La solution que j'ai indiquée sur la figure **16**, fait disparaître cet inconvénient pour les fermes des têtes qui sont engagées dans les faces verticales EF et HK de la pile; mais le danger subsiste toujours pour les fermes intermédiaires, qui ne sont appuyées sur la maçonnerie que d'un côté IS.

41. Pour ne rien négliger de cette partie importante du problème à résoudre, j'ai cru devoir étudier un assemblage qui me semble réunir toutes les conditions de sécurité.

La figure 35 est la projection horizontale d'une pierre de l'assise qui est placée immédiatement au-dessus du bandeau. Les pieds des trois cours de courbes formant le cintre de chaque ferme, viennent aboutir sur la face inclinée *m* d'un sabot en fonte dont la coupe est indiquée sur la figure **34** par une teinte de points, et dont la perspective, **fig. 27**, fera comprendre la forme.

Les cuvettes rectangulaires désignées sur les figures **29** et **30** par la lettre C sont destinées à recevoir les pieds des deux moises verticales. V. **fig. 29**.

Ces moises embrasseront non-seulement les parties *m* et *n* du sabot **fig. 27**, mais encore les trois cours de courbes qui forment le cintre de la ferme correspondante.

Ce sabot sera engagé dans la pierre comme on le voit,

fig. 28. La pression exercée par les courbes sur le plan incliné *m* fixera d'une manière invariable la position du sabot, qui, de son côté, retiendra les pieds des moises verticales V, et ces moises, à leur tour, garantiront les pieds des grandes courbes contre toutes les chances d'échappement dont nous avons parlé plus haut.

On pourrait augmenter l'épaisseur des moises comme cela est indiqué sur la figure 29 par les lignes ponctuées *e*, mais il vaut mieux laisser libre cet espace entre la moise V et la face verticale IS du mur, fig. 32 et 35; d'abord, pour faciliter la manœuvre de l'écrou, si l'on veut placer la tête du boulon en dehors, comme on le voit, fig. 32; ensuite, pour aérer les bois, et les garantir de l'humidité qui pourrait résulter de leur contact immédiat avec le mur. On devra également, pour ce motif, fig. 35, augmenter la largeur de l'encastrement destiné à recevoir la partie D des courbes, fig. 34. Enfin, on laissera dans le sabot un passage pour l'écoulement des eaux qui pourraient s'introduire sur la surface des arcs A et des moises verticales V.

La figure 18 indique l'assemblage des moises V avec les croix de Saint-André N et les moises pendantes M, qui ne pourront pas être prolongées jusqu'aux longerons qui soutiennent le plancher.

La branche N de la croix de Saint-André sera comprise entre les moises V; mais il ne pourra pas en être de même des moises pendantes M, dont les faces verticales sont dans les mêmes plans que celles des moises V. Dans ce cas, on pourra relier toutes ces pièces par un soliveau S, que l'on boulonnera avec les quatre moises V et M comme cela est indiqué sur la figure.

Les figures 12, 13, 1 et 2 compléteront l'explication de ce qui précède.

La figure 12 est une projection sur un plan vertical parallèle à la plus grande dimension de la pile, et la figure 1 est une projection parallèle au plan de tête. Pour construire cette dernière projection, j'ai supposé, fig. 2, que toutes les fermes se mouvant parallèlement à elles-mêmes, étaient amenées dans le plan de la première, ce qui m'a dispensé de construire sur la figure 2 la projection entière de la pile.

42. Pose des fermes. Si le pont n'a pas une grande portée, on pourra construire entièrement chaque ferme sur le chantier et la lever ensuite pour la mettre en place; mais, s'il s'agit d'un grand pont, on devra successivement assembler toutes les parties sur un cintre disposé pour cet usage. Dans ce cas, on commencera par entailler les piles dans toute la hauteur comprise entre la naissance et le plancher, suivant le contour ISRO de l'encastrement destiné à recevoir les deux moises verticales V, **fig.** 34, 35, 31 et 32.

On creusera dans les premières assises, l'espace qui doit être occupé par la partie *m* du sabot, **fig.** 28, et par les extrémités D des grands arcs, **fig.** 34.

On placera le sabot comme on le voit sur les figures 28 et 34, et l'on posera successivement, **fig.** 31, la moise verticale V, les premières pièces A des grands arcs, et la seconde moise V'. Puis on boulonnera les deux moises verticales comme on le voit **fig.** 31, et 29 en plaçant entre elles une cale destinée à détruire le fouettement.

Si l'on ne veut boulonner les moises qu'après leur pose, on placera la tête du boulon comme on le voit, **fig.** 32; mais, avant de l'enfoncer, on tiendra l'écrou au moyen d'une pince, et lorsque le tout sera en place, on tournera l'écrou avec une clef anglaise.

Si l'on veut au contraire que la tête du boulon soit du côté de la face IS de l'encastrement, **fig.** 35, on commencera par boulonner les deux moises V et V' que l'on mettrait en place, en les faisant descendre comme on le voit, **fig.** 29; après quoi, on serrera les boulons d'une manière définitive. Dans tous les cas il faut toujours se réserver la faculté de resserrer les boulons, si la contraction des bois rendait cette opération nécessaire.

43. Si l'on ne pense pas que les pieds des grands arcs soient assez solidement maintenus par le sabot et les moises verticales, on pourra placer un ou plusieurs boulons intermédiaires entre le boulon B et le sabot; mais toutes les vibrations, se

composant en résultantes tangentes aux pieds des grandes courbes, on pourrait craindre que les boulons, agissant comme des coins, ne fissent fendre les arcs dans le sens de leurs fibres, et peut-être vaudrait-il mieux augmenter l'équarrissage des moises et les dimensions du sabot.

On réunira les pièces courbes qui forment les cintres par des joints plans, perpendiculaires à leur direction; et pour éviter l'écrasement des fibres, ou leur pénétration mutuelle, on placera entre les deux pièces une plaque de métal, à laquelle on pourra donner la forme d'un T, **fig. 26** et **23**, ou celle d'un manchon, **fig. 25**. Dans le premier cas, on taillera l'extrémité de la pièce comme on le voit au point T de la figure **24**, et dans le second cas on adoptera la coupe M. Ces joints doivent être placés aux endroits où les courbes sont embrassées par les moises pendantes.

Il ne faut pas oublier de donner à ces courbes une force capable de résister aux efforts produits par les masses plus ou moins pesantes qui peuvent accidentellement rouler ou stationner sur le pont.

On pourra encore obtenir plus de force par un plus grand nombre de fermes, ou par une plus grande quantité de pièces dans chaque ferme.

Ainsi, on peut augmenter le nombre des moises pendantes, ou le nombre des cours de poutres qui composent les arcs. Les cintres du pont d'Asnières étaient formés par quatre cours de poutres.

44. Plancher. La figure **9** est une section par le plan vertical P_7 **fig. 5**, et la figure **10** est la section par le plan P_8 Ces deux figures feront comprendre la disposition du plancher.

Ainsi, un premier plancher *a* sera composé de planches placées perpendiculairement à la direction des fermes sur les longerons L de la figure **5**. Ce premier plancher *a*, **fig. 9**, supportera les quatre cours de poutres sur lesquels sont posés les rails. Ces poutres seront boulonnées avec le prolongement des moises pendantes qui traversent dans ce but le premier plancher *a*. Des solives longitudinales *m*, placées à côté des poutres

qui supportent les rails, soutiendront un second plancher *c* dont les pièces formant entretoises, fixeront l'écartement des rails.

La figure **10** laisse voir l'équarrissage des pièces *m*, tandis que sur la figure **9** ces pièces sont cachées en partie par le prolongement des moises pendantes.

Ces deux planchers contribuent beaucoup au contreventement des fermes; mais cela ne suffit pas, et sans les croix de Saint-André projetées sur la figure **20**, il est évident que les espaces compris entre les moises pendantes ne seraient autre chose que des *quadrilatères articulés*. Or, dans le pan de bois vertical H, **fig. 5**, et dans ceux qui en sont voisins, l'espace compris entre les longerons qui soutiennent le plancher et les moises transversales supérieures M', étant peu considérable, on pourra remplacer les croix de Saint-André par de simples diagonales D, **fig. 9** et **10**.

45. Nous avons dit que les planches ou madriers qui composent le second plancher formeraient entretoises, et maintiendraient le parallélisme des rails. Cette disposition, adoptée dans un grand nombre de ponts en bois et en fer, n'est pas toujours suffisante. En effet, sur tous les chemins de fer à deux voies, le mouvement d'allée et de retour qui a lieu sur les voies peut être représenté par les forces F et —F, **fig. 17**. Or l'une de ces forces tend à pousser les deux fermes X suivant la direction de la flèche F, tandis que par le mouvement de retour, les deux fermes Y seront poussées dans le sens de la flèche —F, d'où il résulte que l'entrevoie G et les espaces U compris entre les voies et les fermes de tête, seront encore dans les conditions de parallélogrammes articulés, ce qui tend à produire dans l'ensemble un couple de rotation : c'est pourquoi, en conservant entre les rails d'une même voie des traverses perpendiculaires à la direction du mouvement, je crois qu'il faudrait placer des croix de Saint-André entre les deux planchers, dans l'entrevoie, et dans les espaces compris entre les voies et les fermes de tête, dont il serait peut-être utile d'augmenter la force.

6. Sur les fig. **4**, **5** et **6**, nous avons supposé un garde-

fou en fer, dont une partie est enlevée sur la figure 6, afin de laisser voir la projection verticale des rails et des deux planchers.

On peut remplacer la balustrade en fer par un garde-fou en bois, disposé comme on le voit sur les figures 1 et 10. Dans ce cas, fig. 10, la main courante serait une solive horizontale S comprise entre le prolongement des moises pendantes qui, dans ce but, traverseraient les deux planchers.

47. En résumant, les figures comprises dans cette planche suffisent pour construire entièrement le pont qui fait le sujet de l'étude actuelle. En effet, les figures 5 et 17 donneront les longueurs et les épaisseurs de toutes les pièces qui sont parallèles aux plans des têtes, et les figures 14 et 20 détermineront toutes les dimensions des moises transversales et des croix de Saint-André nécessaires pour relier et contreventer les fermes.

48. **Ponts américains.** Lorsque nous avons étudié la construction des ponts biais en pierre, nous avons cherché surtout à détruire la poussée au vide, et nous avons fait voir qu'au moyen des joints cylindriques, pl. 17 et 18, ou des arcs droits disposés en retraite, pl. 19, on pouvait ramener toutes les forces dans une direction parallèle aux têtes. On obtient le même résultat dans les deux exemples de ponts en bois projetés sur les planches 1 et 3; car il est évident que les fermes ne sont autre chose que des arcs droits disposés en retraite.

Mais il existe toujours une poussée sur les piles, et cette force qui tend à les renverser agirait évidemment, si elle n'était détruite par la résistance des fermes qui appartiennent à l'arche adjacente.

En effet supposons, fig. 2, pl. 4, que la poussée de la ferme H, sur la pile, soit appliquée au point A de la face BD; cette force que nous exprimerons par F peut être remplacée par ses deux composantes F_1 et F_2 La première F_1 perpendiculaire à la face BD agit pour renverser la pile, tandis que F_2 parallèle à cette même face, exprime la force qui tend à faire échapper le pied de la ferme en glissant de A en B.

La poussée F de la ferme K donnerait également lieu à deux

composantes F_1 et F_2 disposées d'une manière analogue. Or les deux forces F_1 étant égales et parallèles, forment un couple qui tend à faire tourner la pile autour de la verticale projetante de son centre de gravité C.

Il semblerait donc que la poussée au vide existera toujours, malgré l'emploi des arcs droits ou des fermes en retraite d'un pont en charpente.

Heureusement, les choses ne se passent pas comme nous venons de le supposer, parce que les arcs droits ou les fermes n'agissent pas sur un seul point de la face oblique; nous avons vu dans les exemples qui précèdent, que les fermes H et K, fig. 5, doivent être appuyées sur des plans inclinés ou verticaux, dont les traces *ac*, *vu* sont toujours perpendiculaires à l'axe du pont : de sorte que les forces F qui expriment la poussée des fermes contre la pile, n'agiront que sur la partie de maçonnerie qui est indiquée par une teinte plus foncée; c'est pourquoi il serait peut-être convenable de placer une chaîne de pierres entre les deux fermes. Dans tous les cas, si l'on remplit les intervalles par des briques ou des moellons appareillés, il faut disposer les assises de maçonnerie comme on le voit sur les planches 1 et 3; car, si les joints qui séparent les rangs de moellons, fig. 5, étaient parallèles aux faces de la pile, et que les matériaux ne soient pas bien liés, la pression exercée par les deux forces F, sur des joints parallèles à la droite MN, pourrait faire glisser les pierres et fendre la pile dans le sens de sa longueur.

49. Lorsqu'un pont n'a qu'une seule arche, il est presque toujours possible de donner aux culées une force suffisante pour résister à la pression des fermes, quelque grande que soit cette force. Mais il n'en est pas de même dans les ponts à plusieurs arches, que l'on est souvent forcé de construire au-dessus des rivières, et pour que la navigation soit plus libre, il ne faut pas donner aux piles une épaisseur trop considérable. Or la force qui supporterait le poids vertical du pont, ne sera pas toujours suffisante pour résister à la poussée latérale d'une arche; dans le cas ou l'arche adjacente serait détruite. D'où nous

conclurons que si l'on pouvait supprimer complétement la poussée qui agit sur les piles, on aurait obtenu un résultat précieux. Nous allons voir comme on est parvenu à résoudre ce problème.

50. Supposons, **fig. 1**, qu'une poutre droite et *inflexible*, A, soit posée sans aucun point intermédiaire sur des culées C, il est évident que l'on aura ainsi le plus simple de tous les ponts. Si l'on pense qu'il soit utile de poser cette poutre sur une ou plusieurs piles B, elle ne produira sur ces piles et sur les culées aucune poussée horizontale. Enfin, si l'on veut avoir un **pont oblique**, on placera la poutre A' comme on le voit, **fig. 6**, et dans ce cas il suffira qu'elle soit un peu plus longue qu'il ne serait nécessaire si le pont devait couper à angle droit la rivière qu'il s'agit de traverser.

C'est la faculté de poser ainsi cette poutre dans toutes les directions, qui nous autorise à classer parmi les ponts biais ceux qui sont construit d'après ce principe.

Par suite de la solution précédente, l'espace au-dessous du pont ne sera plus embarrassé par le grand nombre d'arbalétriers, jambes de force, contre-fiches et moises, qui entrent dans la construction des ponts que nous avons étudiés sur les planches **1**, **2** et **3**, ce qui, en facilitant la navigation, permettra de diminuer la hauteur du tablier, et rendra par conséquent les abords du pont plus faciles.

Il semble que tout ce qui vient d'être dit ne peut s'appliquer qu'à un pont de très-petite dimension; car on ne comprend pas comment il serait possible de trouver une poutre *inflexible* assez longue pour traverser un grand fleuve, et l'on se demande d'ailleurs comment *une seule poutre* suffirait pour former un pont. Mais il est évident qu'il ne s'agit pas ici d'une poutre d'un seul morceau de bois; mais d'une poutre d'assemblages, formée par un nombre plus ou moins considérable de pièces. Et l'on concevra sans doute, que si j'ai employé le mot *poutre*, c'est uniquement pour mieux faire comprendre le principe en le réduisant à sa plus simple expression.

Il nous reste donc actuellement à voir par quels moyens on pourra résoudre le problème proposé.

51. On sait (*Statique*) que si un poids P, **fig. 7**, est suspendu au point le plus bas d'une corde, la force F, qui exprime l'action produite par ce poids, divisera l'angle CAC en deux parties égales. Cette force F peut être remplacée par ses composantes F_1 qui sont égales entre elles, et si l'on exprime l'angle CAC par 2α, la formule $F_1 = \frac{F}{2.\cos\alpha}$ sera la force qui agit sur chacun des cordons AC, et qui par conséquent tend à les rompre.

Si l'on remplace la corde CAC par deux tringles AC, en bois ou en métal, les relations seront les mêmes; et si l'on fait faire à ces tringles une demi-révolution autour de l'horizontale qui contient les deux points C, on obtiendra la figure **12**, dans laquelle chacune des forces F_1 agit par la *pression* exercée au point A, suivant la direction AC de la tringle correspondante. On sait que ces tringles ont reçu le nom d'*arbalétrier*.

Si nous supposons actuellement que les deux forces F_1 soient détachées du point A et transportées au pied C des arbalétriers, il n'y aura rien de changé dans les conditions d'équilibre.

Mais chacune de ces forces F_1 transportées au point C, peut être remplacée par ses composantes F_2 et F_3 Les forces F_2 seront détruites par les masses M, sur lesquelles sont appuyés les pieds C des deux arbalétriers. De sorte que tout se réduit aux deux forces horizontales F_3 qui, agissant en sens contraire, auront pour effet d'écarter les points C, comme on le voit sur la figure **11**. Or on sait que, pour empêcher cet écartement, il suffit d'assembler les pieds des arbalétriers AC, **fig. 16**, dans une pièce de bois horizontale CC que l'on nomme *tirant*; et l'on obtient ainsi la plus simple de toutes les fermes.

Au lieu de nommer *tirant* la pièce horizontale CC, on devrait la nommer *tirée*; car il est évident qu'elle ne tire pas, mais qu'elle *retient* les pieds des deux arbalétriers par lesquels elle est par conséquent tirée.

Les deux forces horizontales F_3 qui agissent en sens contraire suivant la direction du tirant, tendent à lui faire perdre

la courbure qui pourrait résulter de sa pesanteur, et si pour un moment nous faisons abstraction de cette pesanteur, la réunion des arbalétriers AC et du tirant CC formera un triangle rectiligne CAC.

52. Ce qui précède étant admis, concevons, **fig. 3**, une suite de fermes triangulaires A égales entre elles, et dont les tirants *o - o* seraient réunis aux points *o* par des articulations telles qu'en tournant autour de ces points les triangles A soient toujours situés dans un même plan. Chacun de ces triangles, pris séparément, aura une figure invariable; mais la ligne formée par les bases sera un polygone. Cela étant admis, supposons, **fig. 4**, que l'on réunisse les sommets des triangles par des tringles rigides 1 - 1, égales aux bases *o - o*. Les triangles B seront égaux aux triangles A; ce qui donnera l'angle $b' = b$. On aura également l'angle $c' = c$.

Ajoutant l'angle *a* de chaque côté, et réduisant, il viendra

$$a + b' + c' = a + b + c = 2 \text{ angles droits.}$$

Donc les points *o, o, o* seront *nécessairement* en ligne droite, ainsi que les points 1, 1, 1, et l'on aura composé un pan de bois invariable, auquel on pourra donner une grande force en augmentant l'équarrissage des bois, et remplaçant chacune des droites 1 - 1 - 1 et *o - o - o* par une seule pièce, ou, ce qui sera encore mieux, par des moises qui embrasseraient les extrémités des arbalétriers, et formeraient deux tirants communs à toutes les fermes triangulaires ainsi réunies.

53. Supposons actuellement qu'après avoir composé un second pan de bois exactement égal au premier, on les superpose comme on le voit figure **9**, de manière que les sommets des triangles qui forment le premier pan de bois étant désignés par les numéros 1, les sommets des triangles du second pan de bois soient désignés par les numéros 2, on obtiendra un pan de bois qui aura deux fois la force du premier. Enfin, si à ces deux pans de bois on en superpose deux autres dont les som-

mets seraient désignés par les numéros 3 et 4, on aura, **fig. 14**, un pan de bois quatre fois aussi fort que le premier, et l'on conçoit qu'en continuant de cette manière, on obtiendra autant de force que l'on voudra.

54. La construction des pans de bois dont nous venons de parler sera extrêmement simple. En effet, on placera sur le chantier, **fig. 20**, deux fortes moises horizontales et parallèles M, espacées d'une quantité égale à la hauteur du pan de bois que l'on voudra construire. On rangera, comme on le voit sur la figure **20**, une suite de madriers égaux *a*, parallèles entre eux, et dont l'épaisseur est indiquée sur la coupe, **fig. 21**; on disposera ensuite sur ce premier pan de bois, **fig. 24**, une seconde rangée de madriers égaux aux premiers et inclinés de la même quantité, mais en sens contraire. Enfin on placera, **fig. 24** et **23**, deux moises M' égales aux moises M des figures **20** et **21**; puis on boulonnera toutes ces pièces, comme cela est indiqué sur les figures **23** et **24**.

55. Cela étant fait, supposons que deux pans de bois *ac*, construits comme nous venons de le dire, soient placés verticalement et à égale distance l'un de l'autre, comme on le voit figure **13**; si on relie ces pans de bois par deux planchers horizontaux *aa*, *cc*, le premier *aa*, d'une force suffisante pour supporter les efforts qui agissent ordinairement sur un pont, le second *cc* plus léger et dont la fonction sera de contreventer les deux pans de bois verticaux, on aura obtenu un pont américain. L'ensemble formera une espèce de poutre *aacc* creuse ou *tubulaire*, dans l'intérieur de laquelle pourront passer les piétons, les voitures ordinaires ou les trains d'un chemin de fer, suivant la force plus ou moins grande que l'on aura donnée au pont.

C'est dans le principe que nous venons d'exposer que consiste le système employé par M. Town, ingénieur américain.

On voit combien, dans un pays où il y aurait abondance de bois, il sera facile d'établir à peu de frais un pont de cette espèce. Tous les madriers égaux qui forment les parois latérales

seront promptement débités par une scierie mécanique, et la simplicité, on pourrait dire l'absence des assemblages, permettra d'employer pour ce travail des ouvriers d'une habileté très-ordinaire.

56. Nous venons de dire au n° 55, que le plancher supérieur *ce* **fig. 13**, avait pour but de contreventer les deux pans de bois verticaux *ac*, et par conséquent d'augmenter leur roideur; mais quand nous admettrions que l'on soit parvenu à obtenir une rigidité absolue, il resterait encore à faire un reproche à la disposition précédente. En effet, les deux pans de bois verticaux de la figure **13** et les deux planchers horizontaux *aa*, *cc* par lesquels ces deux pans sont réunis, formeront évidemment un *quadrilatère articulé*, dont la stabilité ne dépend que des assemblages qui ont lieu aux quatre sommets *a*, *a*, *c*, *c*; on pourra bien, il est vrai, fortifier ces assemblages par des ferrures en équerre, ou par des contre-fiches disposées de manière à empêcher les angles de se déformer; mais ce dernier moyen, qui diminuerait l'espace compris entre les parois, ne serait pas toujours suffisant, et si le pont doit éprouver une grande fatigue, il vaudra mieux, **fig. 15**, établir des croix de Saint-André entre les deux planchers et les pans de bois verticaux; mais alors le passage entre ces pans de bois ne sera plus possible, et les voies devront être établies sur le plancher supérieur *cc*, auquel, pour cette raison, il faudra donner toute la force nécessaire. Il est vrai que, dans ce cas, le chemin étant plus élevé, les abords en seront moins faciles; c'est pourquoi le système précédent est quelquefois préféré.

57. Pour ne pas trop compliquer la question, nous avons d'abord supposé :

Que les pièces de bois étaient inflexibles, mais il n'en sera pas ainsi dans l'application, ainsi par exemple, si la ferme simple qui est représentée sur la fig. **16** avait de grandes dimensions, le tirant fléchirait, et prendrait une courbure COC plus ou moins prononcée, suivant l'équarrissage et l'élasticité du bois que l'on aurait employé. On sait que pour détruire cette courbure, il suf-

fit d'attacher au point A, **fig. 17**, une pièce ou tige verticale AO′ que l'on nomme *poinçon*, et dont le but est de soulager le tirant en le soutenant par suspension au moyen d'un étrier.

Enfin, la flexion des arbalétriers sera combattue, **fig. 19**, par l'addition des contre-fiches qui les soutiennent au milieu *m* de leur longueur. Ces pièces sont assemblées dans le poinçon, et tous les efforts, transmis au point A se réduisent, comme nous l'avons dit au numéro 51, en composantes horizontales F_3 qui, agissant suivant la longueur du tirant, contribuent par conséquent à en rectifier la courbure.

Ainsi, en plaçant une tige verticale ou poinçon au sommet de chacune des fermes triangulaires qui composent le pan de bois représenté sur la figure **18**, on détruira complétement la flexibilité des moises inférieures.

Les moises supérieures seront soutenues par les arbalétriers des fermes; enfin si l'on place un boulon, partout où ces arbalétriers se croisent, leur flexion sera détruite par les parties *au*, *a′u′* qui remplissent ici les fonctions de contre-fiches par rapport aux arbalétriers *a*-1 ou *a′*-2, et l'on conçoit que si l'on ne mettait pas de poinçons ou tiges verticales, les vibrations qui auraient lieu aux points *u* ou *u′* se décomposeraient en résultantes dirigées dans le sens des arbalétriers, et les boulons agissant comme des coins, tendraient à faire fendre les bois dans le sens de leur longueur; d'où il faut conclure que les tiges verticales sont indispensables, lorsqu'il s'agit d'un pont qui doit résister à une grande fatigue.

La figure **23** est un pan de bois complet du système précédent; les tiges verticales sont terminées, à leurs extrémités inférieures, par des sabots en fonte, et les écrous placés au sommet des fermes, permettent de relever les tirants, si quelque flexion résultait du relâchement des assemblages. Les tiges verticales passent entre les pièces inclinées, sans les traverser, et les boulons ne sont placés qu'aux points de croisement où il n'y a pas de tiges verticales. Les dispositions que nous venons d'exposer ont été appliquées par M. Long, ingénieur américain, à la construction d'un pont dont nous donnerons les détails sur la planche suivante.

58. En résumant, on voit que les ponts américains ne sont autre chose que des espèces de poutres *tubulaires*, **fig. 13**, ou armées à l'intérieur de pièces destinées à combattre toute espèce de flexion. La poussée, au lieu d'agir sur les piles, comme dans un pont ordinaire, est remplacée par une suite de résultantes horizontales, agissant suivant la direction des moises inférieures, qui forment un *tirant* commun à toutes les fermes triangulaires dont se composent les deux pans de bois verticaux.

Les moises supérieures peuvent être considérées comme des *entraits;* car il ne faut pas confondre, comme le font presque tous les charpentiers, un tirant avec un entrait.

Les forces auxquelles ces deux pièces doivent résister sont dirigées, il est vrai, dans le sens de leur longueur, mais sur le tirant elles agissent par *extension*, tandis que sur un entrait les forces agissent par *pression*. Cela complète l'analogie qui existe entre un pont américain et une poutre horizontate, dans laquelle les fibres inférieures tendent à s'allonger, tandis que les fibres supérieures tendent à se raccourcir.

59. J'ai réuni sur la planche **5** quelques-unes des applications les plus intéresantes des principes précédents. Les figures **6**, **7**, **8** et **9** sont empruntées à un article inséré, en 1839, dans le tome XXVI des *Annales des ponts et chaussées*. Cet article, extrait d'un ouvrage anglais publié par M. l'ingénieur Stevenson, contient des considérations du plus grand intérêt sur les travaux publics de l'Amérique du Nord.

Nous y renverrons le lecteur, et nous ne parlerons ici que de ce qui se rattache d'une manière directe à la question spéciale qui fait le sujet de ces études.

60. La figure **8** est la projection verticale d'un pont construit suivant le système de M. Town. Le dessin donné dans les *Annales* se rapporte à un pont droit; mais on a dû comprendre, par ce que nous avons dit au numéro 50, que le principe est également applicable à un pont biais, puisque la pile n'est ici qu'un point d'appui sur lequel on peut placer le pont dans la direction qui convient le mieux, sans qu'il y ait

jamais aucune poussée horizontale. Les deux pans de bois verticaux, construits comme nous l'avons dit au numéro 54, contiennent chacun quatre cours de moises, entre lesquelles on distingue les extrémités des traverses qui soutiennent les deux planchers, *aa*, *cc*, **fig. 6, 7** et **9**.

Ces traverses sont plus fortes et plus rapprochées pour le plancher supérieur qui porte les deux voies d'un chemin de fer, **fig. 7** et **9**.

Le déversement des deux pans de bois verticaux est combattu comme nous l'avons dit au numéro 56, par des croix de Saint-André espacées d'environ $3^m,60$, **fig. 9**.

61. Dans tous les ponts observés en Amérique par M. Stevenson, il n'y a que deux pans de bois verticaux; mais il serait sans doute plus prudent d'en placer un troisième au milieu de l'entrevoie, comme je l'ai indiqué sur la figure **9**, par une double ligne de points.

62. Le système de pont qui est projeté sur la figure **17**, vient d'être employé à Paris, pour la construction d'une passerelle destinée aux piétons pendant la construction du nouveau pont Saint-Michel. Le passage est établi entre les deux pans de bois verticaux, comme on le voit par les coupes, **fig. 16** et **19**.

Le pont ne devant pas éprouver une grande fatigue, l'ingénieur s'est contenté de deux cours de moises pour chaque pan de bois vertical. Lorsque toutes les pièces ont été taillées et boulonnées sur le chantier, on a démonté les moises que l'on a d'abord mises en place, en les appuyant sur des soutiens provisoires *u*, **fig. 17**; puis on a décomposé chaque pan de bois en fragments de 4 à 5 mètres de longueur, que l'on a dressés et boulonnés successivement en avançant d'une rive à l'autre.

Pour diminuer la distance des points d'appui, et sans doute aussi pour empêcher le déversement des deux pans de bois verticaux, l'ingénieur a placé en *a* sur les chemins de halage deux chevalets dont l'un est projeté sur la figure **19**. Enfin, des tiges verticales *vv*, attachées aux extrémités d'une traverse horizontale *nn*,

sont scellées dans une masse M de maçonnerie faisant équilibre à la résultante de toutes les forces qui agissent sur le pont.

63. Malgré ces précautions, les moises ont un peu fléchi; ce qu'il faut attribuer sans doute à des circonstances exceptionnelles qu'il serait facile d'éviter, s'il s'agissait d'une construction définitive.

On pourrait peut-être attribuer en partie cette courbure à l'emploi des boulons. En effet, si le trou est trop petit, le boulon qui est incompressible, fera fendre le bois; et si le trou est trop grand, l'assemblage prendra du jeu, l'angle *v* s'ouvrira, le centre s'abaissera un peu; et l'on comprend que, si petit que soit l'effet qui a lieu au point de croisement de deux madriers, la somme de tous ces affaissements successifs, en partant de l'un des points d'appui, doit devenir sensible vers le milieu du pont, tandis que dans les ponts américains, construits suivant le système que nous venons d'exposer, les madriers sont réunis aux points où ils se croisent, par des chevilles en bois de chêne, qui, chassées avec force, remplissent très-exactement, en se comprimant le vide destiné à les recevoir; de sorte que si le trou vient à s'élargir un peu, par suite des variations de la température, la cheville moins comprimée se dilatera de manière à remplir toujours exactement l'espace qu'elle doit occuper.

64. Les parties A et B des moises horizontales, **fig. 17**, sont réunies par des endentures dont on voit le profil sur la fig. **14**; cet assemblage doublé par une planchette *va* en bois de chêne, de deux ou trois centimètres d'épaisseur, est serré par des liens *mn* et par une clef rectangulaire *a*; on aurait pu remplacer la planchette *vu* par une doublure KH disposée comme cela est indiqué sur la figure **41**. Enfin, quelques ingénieurs préfèrent employer le joint plan qui est projeté, **fig. 36**, et dont la force peut être augmentée indéfiniment en donnant plus d'épaisseur et de longueur aux deux plaques de métal *aa*, *cc*, entre lesquelles les longerons L et L' que l'on veut réunir seront compris et solidement serrés par des boulons et des liens.

65. La flexion d'un pont en treillis peut encore provenir d'une grande élévation de température. En effet, la chaleur, agissant constamment sur les fibres supérieures des moises, leur fera éprouver de la contraction; tandis qu'au contraire les fibres inférieures seront allongées sous l'influence de l'humidité produite par l'évaporation de la rivière.

Supposons, par exemple, que la poutre A, **fig. 63**, placée au-dessus d'un cours d'eau, soit exposée à un soleil très-ardent, la face inférieure plus humide et constamment dans l'ombre se contractera moins que la face supérieure, et la pièce prendra la forme que nous avons indiquée sur la figure, en exagérant la courbure afin de mieux faire comprendre le principe. Chacune des croix de Saint-André, **fig. 61**, se déformera comme on le voit, **fig. 62**, et le pan de bois vertical d'un pont en treillis, se courbera comme cela est indiqué sur la figure **64**.

66. C'est pour combattre les effets produits sur le bois par les intempéries de l'atmosphère que les constructeurs allemands et américains enveloppent tous leurs ponts d'un revêtement en planches peu épaisses; et c'est dans le même but que, dans nos pays, on a le soin de peindre les bois exposés aux variations de la température.

On pourra éviter la flexion dont nous venons de parler en resserrant les boulons quelques jours après la pose, et surtout, en disposant les bois de manière que le milieu de la travée soit un peu plus élevé que les points d'appuis. Mais cela aurait un inconvénient, si l'un des deux planchers devait recevoir les rails d'un chemin de fer; et dans ce cas, il faudrait ne donner de la courbure qu'à celui des deux planchers qui ne contient pas les voies.

Enfin, c'est pour augmenter la rigidité des moises et détruire toute espèce de flexions, que dans certains ponts, on a employé les tiges verticales ou poinçons dont nous avons parlé au numéro 57.

67. Les figures **54**, **52**, **49** et **50** extraites de l'article cité

plus haut (Annales 1839) représentent le système adopté par M. Long, ingénieur américain. La figure 54 est la projection verticale, la figure 49 est le plancher supérieur, et la figure 50 est le plancher inférieur auquel on a donné plus de force parce qu'il supporte les voies, comme cela est indiqué par la coupe en travers, fig. 52.

Les tiges verticales sont réunies avec les grandes moises horizontales par des assemblages que l'on peut resserrer à volonté, ce qui permet de détruire la courbure provenant du relâchement des mortaises.

Les figures 25, 26, 27 et 28 feront comprendre les assemblages employés pour réunir les pièces pendantes et inclinées avec les moises horizontales ou longerons inférieurs, et les figures 55, 57, 58 et 59 indiquent les assemblages avec les moises horizontales supérieures. Les lettres semblables sur toutes ces figures désignent les mêmes pièces.

Ainsi, sur les figures 25, 26, 27 et 28, les trois moises horizontales ou longerons sont désignés par les lettres L, L′ et L″, et les deux poinçons verticaux par V et V′. La perspective, fig. 28, fera comprendre facilement la disposition de toutes ces pièces, dont quelques-unes ont été supprimées sur les figures 25, 26 et 27. Ainsi, la figure 27 ne contient que les deux longerons L et L′ dont la projection est commune, la moise verticale V, la moise inclinée D, et la pièce E comprise entre les deux moises D et D′, comme on le voit, fig. 28. La figure 27 contient encore la projection d'une pièce F posée sur le longeron L′, fig. 26, et qui soutient le pied de la pièce inclinée E.

Enfin, la lettre C, fig. 27, indique la projection commune à deux coins destinés à serrer l'assemblage des pièces V et D avec les deux moises horizontales ou longerons L et L′. L'un de ces coins est dessiné en perspective sur la figure 28 qui contient en outre la place réservée à un second coin semblable au précédent, et qui doit serrer l'assemblage des pièces V′ et D′ avec les deux longerons L′ et L″.

68. M. Stevenson, dans l'ouvrage d'où nous avons extrait ce qui précède, dit que cet assemblage ne contient ni *clous*, ni

chevilles; mais cette remarque n'est sans doute applicable qu'aux pièces verticales ou inclinées; car, il est évident que si les trois moises ou longerons horizontaux L, L′ et L″, **fig. 25** et **26**, n'étaient pas solidement reliés et *serrés* par des boulons ou des liens placés très-près des assemblages que nous venons d'étudier, l'écartement qui pourrait provenir de l'élasticité des bois laisserait échapper toutes les pièces qu'elles sont destinées à réunir; les coins C ne pouvant exercer aucune pression horizontale dans le sens perpendiculaire à la direction du pont.

69. La figure **55** est la perspective de l'assemblage qui a lieu au point H de la figure **54**, et qui est projeté sur les figures **57**, **58** et **59**. Les pièces déjà projetées sur les figures **25**, **26** et **27** sont indiquées ici par les mêmes lettres, à l'exception des moises horizontales supérieures que nous désignerons par les lettres M, M′ et M″.

Sur la figure **57**, nous supposerons que l'on ait enlevé la moise horizontale M″, la moise verticale V′, et la moise inclinée D′. Le reste sera facile à comprendre. Ainsi, la pièce D taillée en biseau dans sa partie supérieure fera l'office de coin, et contribuera à serrer la moise verticale V contre les faces verticales de la mortaise comprise entre les moises M et M′, tandis qu'un coin C serrera l'assemblage des deux pièces M′ et E.

Il est bien entendu, comme nous l'avons dit plus haut, que toutes ces pièces devront être fortement serrées par les trois moises horizontales M, M′ et M″, qui, pour cette raison, devront être réunies solidement par des boulons ou des liens.

70. Pour prévenir la flexion, M. Long place au milieu de la travée, **fig. 51**, une ferme dont le tirant est formé par la moise supérieure M.

71. La figure **42** fait voir de quelle manière le plancher inférieur est soutenu par les longerons horizontaux. Je ne sais pas si, malgré les nombreux exemples observés en Amérique par M. Stevenson, il est bien prudent d'appuyer le plancher sur des longerons suspendus aux tiges verticales V, V′, auxquelles

ils ne sont attachés, **fig. 25**, que par des embrèvements serrés avec des coins. Si l'on pense que ce plancher, à *deux voies*, et sans aucun soutien intermédiaire, doit, dans certains moments, porter deux convois, on se demandera sans doute si des combinaisons aussi hardies, sont suffisamment compensés par la facilité avec laquelle on peut resserrer les assemblages.

Dans tous les cas, nous allons voir que les ingénieurs allemands n'ont pas cru devoir employer les mêmes moyens de suspension.

72. Ainsi, on trouvera dans le cinquième cahier des *Annales des ponts et chaussées* (*septembre et octobre* 1854), un mémoire extrêmement intéressant sur la construction projetée, à cette époque, du pont de Wittemberg sur l'Elbe.

La figure **29** est la projection de la partie de pan de bois vertical qui est au-dessus de l'une des piles.

Le principe adopté est une combinaison des systèmes représentés par les figures **6** et **54**; c'est-à-dire qu'aux pans de bois en treillis qui constituent le système de M. Town, **fig. 6**, on a cru devoir ajouter les tiges verticales ou poinçons dont nous avons parlé au numéro 57. On remarquera cependant, que les tiges verticales en bois qui existent dans le pont de M. Long, **fig. 54**, sont remplacées, **fig. 29**, par des tiges en fer; et c'est probablement pour combattre la flexion, que l'on a donné $0^{m},0525$ de flèche à la moise supérieure *kh*, **fig. 40**, ce qui me paraît bien faible pour une travée de 53 mètres de portée. La coupe, **fig. 39**, indique la disposition du plancher et des voies latérales destinées aux piétons.

Les assemblages indiqués en perspective par les figures **28** et **55**, sont remplacés dans l'exemple actuel, par des sabots en fonte, dont nous allons donner les détails.

73. Les figures **1**, **2**, **4**, **44**, **45** et **46** indiquent les assemblages des tiges verticales et des pièces inclinées avec les moises horizontales.

La figure **2** est l'assemblage, au point G, de la figure **29**; et la figure **44** représente l'assemblage au point H.

La figure 21 est la perspective du sabot en fonte destiné à recevoir les pieds de toutes les pièces de bois qui aboutissent au point G de la figure 29, et le sabot, représenté par la figure 60, est destiné à recevoir les extrémités supérieures des pièces qui aboutissent au point H.

La figure 4 est le plan, et la figure 1 est la coupe par le plan P des figures 2 et 4.

Les deux tiges *m* et *n*, situées dans un plan perpendiculaire à la projection, fig. 2, sont cachées sur cette projection par la pièce verticale V.

Ces tiges, fig. 4, passent entre les moises L, L′ et L″.

Ainsi le sabot, fig. 21, réunit les pieds de huit pièces de bois, savoir :

1° Les deux moises D, formant les arbalétriers de la ferme qui a son sommet au point H′ de la figure 29.

2° Les deux moises B, formant l'un des bras de la croix de Saint-André comprise entre les tiges verticales GH et KR.

3° Les deux pièces de bois verticales désignées par la lettre V sur les projections, fig. 2 et 29, enfin :

4° Les deux bras S de deux croix de Saint-André qui ont une projection commune sur la figure 29.

Ainsi, les huit pièces dont les pieds sont réunis par le sabot, fig. 21, sont des moises; tandis que le sabot dessiné sur la figure 60, ne réunit que six pièces de bois, savoir : les quatre moises désignées par les lettres V et F sur les figures 29, 44 et 46, et les deux pièces N et U comprises entre les moises D et B de la figure 29.

Les deux croix de Saint-André situées entre les montants verticaux V et V′, fig. 29, ont une projection commune, leur distance est maintenue par les deux soliveaux *aa* et *cc*. Les pièces F et S sont assemblées à mi-bois, et leur fouettement est détruit par un tasseau projeté en points, fig. 29, et dessiné en perspective, fig. 43.

Les figures 35, 37 et 38 sont les perspectives des sabots en fonte placés aux extrémités des tiges verticales et destinés à réunir les pièces de bois inclinés. La forme de ces sabots dépend du nombre de pièces qu'ils doivent recevoir. Ainsi, le sabot des-

siné sur la figure 35 serait placé au point K de la figure 29 et réunirait 3 pièces, savoir : les deux moises E, et la pièce moisée N; le sabot, fig. 37, serait placé au point *m* de la figure 40 où il réunirait les deux pièces moisées *mn*; enfin, le sabot, fig. 38, serait placé au point *u* de la même figure et réunirait quatre moises dont les projections *uv* se confondent deux à deux.

Les écrous placés aux extrémités supérieures des tiges verticales permettent de relever les fermes.

Les boulons ne seront placés, fig. 29, qu'aux points de croisement où il n'y a pas de tiges verticales.

Aux points *x*, les tiges passent entre les moises et les pièces moisées, que l'on n'a pas besoin d'entailler puisque ces pièces sont écartées comme on le voit, fig. 1 et 4, d'une quantité égale à l'épaisseur des parois en fonte qui séparent les compartiments des sabots. Les figures 32 et 33 sont les projections horizontales des deux planchers; la figure 33, est le plancher supérieur et la figure 32 est le plancher inférieur, dont les solives sont plus rapprochées afin d'obtenir la force nécessaire pour supporter les convois.

74. Afin d'éprouver la force du pont dont nous venons de donner les détails on a monté dans le chantier, fig. 40, une travée de 53^{m},669 de longueur. On a établi cette travée à une hauteur suffisante seulement, pour que l'on pût observer les oscillations, sans qu'il y ait aucun danger en cas de rupture.

75. Pour bien comprendre ce que nous allons dire, il faut distinguer l'élasticité absolue de l'élasticité partielle. Ainsi, par exemple, supposons qu'après le temps nécessaire pour que les assemblages soient complétement serrés, le plancher inférieur *ac* du pont qui est projeté, fig. 40, soit parfaitement horizontal, la pression verticale produite par le passage d'un train, fera descendre le milieu *m* d'une quantité, qui sera la *flèche* de l'arc *am'c* par lequel la droite *amc* sera momentanément remplacée.

Or, si après le passage du train le point *m'* se relève, et vient reprendre exactement sa position primitive, de manière que la

moise horizontale *amc* soit de nouveau parfaitement droite, on pourra dire que *l'élasticité est complète*. Mais, cela n'arrivera presque jamais ainsi, parce que, malgré le serrement des assemblages, les bois sans perdre toute l'élasticité qui dépend de leur longueur, éprouveront par l'action des forces verticales une compression, et par suite un affaissement qui subsistera encore, lorsque la cause de cette déformation aura cessé. De sorte, que le point *m'*, au lieu de revenir à la place qu'il occupait avant l'épreuve, restera un peu au-dessous; la courbure de la moise persistera encore après le passage du train, et la distance verticale comprise entre le milieu de la droite horizontale *ac* et la hauteur à laquelle le point *m'* sera parvenu en remontant après l'épreuve, se nomme la *flèche permanente*, de sorte que, pour évaluer l'effet produit par le passage d'un second train, il ne faut tenir compte que de la quantité dont cette seconde épreuve aura augmenté la flèche provenant de l'épreuve précédente.

Ce que nous venons de dire pour le passage des trains, s'appliquerait également aux pressions produites en un ou plusieurs points du tablier, par la présence ou la chute de corps plus ou moins pesant.

76. La question d'obliquité qui fait le sujet des études actuelles, n'exige pas que nous exposions ici tous les détails des expériences qui ont été faites pour constater la solidité du pont de Vittemberg. Je renverrai le lecteur à l'article des annales que j'ai cité plus haut, et je me contenterai de rappeler qu'après cinq épreuves consécutives, parmi lesquelles deux, trois et quatre locomotives pesant ensemble 130 tonnes, ont marché et se sont arrêtées au milieu du pont, où elles sont retombées après avoir passé sur deux coins de $0^m,029$ de hauteur, la flèche permanente n'était parvenue qu'à $0^m,00931$.

Deux cent quarante hommes sautant ensemble et en mesure, vingt à trente fois de suite, au centre de la travée, n'ont fait augmenter cette flèche que de $0^m,01962$, ce qui a porté la flèche totale à $0^m,02893$.

Cette expérience a été répétée trois fois.

Les mêmes hommes traversant le pont au pas, n'ont produit

qu'une augmentation de $0^m,00486$ sur la flèche permanente ce qui a donné $0^m,01417$ pour la flèche totale. Enfin, *trois* locomotives et 51 tonnes uniformément réparties sur le pont, n'ont fait parvenir la flèche totale qu'à $0^m,07319$.

La plus grande flèche égale à $0^m,07916$, a été obtenue par deux locomotives placées au centre, et un poids de 103 *tonnes* uniformément réparties, ce qui équivaut à un poids de 205 tonnes. C'est alors seulement qu'une plaque dont la fonte était poreuse s'est brisée.

En resserrant les écrous des tiges de fer entre les 7e et 8e épreuves les fermes se sont relevées.

77. L'auteur de l'article que nous citons, ajoute que « ces expériences avaient pour l'Allemagne un intérêt beaucoup plus grand que pour la France, parce que les ponts en bois y sont généralement adoptés pour les grandes portées, tandis qu'en France, on les a bannis complétement des chemins de fer. »

Je ferai remarquer cependant, que les ponts et passerelles en treillis pourraient être utilement employés pour les voies de communications secondaires destinées aux piétons et aux voitures ordinaires, et que, sous le rapport de l'économie et de la sécurité, ces constructions seraient préférables au système si dangereux des ponts suspendus.

78. Le pont dont nous venons de parler est un pont droit, mais il est évident que tout ce qui vient d'être dit peut s'appliquer également à un pont biais.

S'il est possible de traverser la rivière avec une seule travée, nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons dit au numéro 50, mais, s'il doit y avoir une ou plusieurs piles, on fera bien d'avoir égard aux considérations suivantes.

Les ponts construits d'après les principes précédents, ne donnant lieu à aucune poussée horizontale; nous en avons conclu, qu'il suffirait de les poser sur la pile sans les attacher par aucun lien à cette partie de la construction. On pourra donc demander quel est le but des jambes de force ou contre-fiches indiquées sur les figures **29** et **40**.

Il est certain que ces pièces seraient inutiles, si l'on pouvait parvenir à donner au plancher une roideur absolue. Mais il n'en est pas ainsi dans l'application, et les bois conservant toujours un peu d'élasticité, la brusque transition qui aurait lieu au moment où le convoi quittant le corps dur et non élastique de la pile, arriverait sur les parties plus flexibles du tablier, pourrait faire rompre quelques-unes des pièces qui le supportent; et c'est pour éviter ce danger que les jambes de force sont principalement utiles.

C'est probablement aussi pour diminuer un peu la différence d'élasticité entre la pile et la travée que l'ingénieur du pont que nous étudions, a placé sur la pile, trois poutres, dont on voit les abouts, **fig. 40**. Mais dans un pont biais, **fig. 53** et **56**, il sera convenable de remplacer ces poutres par une enrayure composée de solives *u* perpendiculaires à la direction du mouvement. Ces pièces seraient contreventées par des croix de Saint-André ou simplement par des diagonales *a*. La figure **10** est une coupe horizontale par le plan P de la figure **29**, et la figure **53** est une section par le plan P_1

La figure **11** indique comment on pourrait établir le passage sur le plancher supérieur. Nous avons fait remarquer au numéro 56, que cette méthode aurait l'avantage de contreventer les pans de bois verticaux; mais le chemin se trouverait plus élevé, et les abords en seraient moins faciles. D'un autre côté, si l'on adopte la disposition représentée sur la figure **39**, les pans de bois verticaux ne seront pas contreventés, et pour empêcher le déversement, il serait peut-être utile d'ajouter des ferrures en équerre *mon* ou des contre-fiches suivant les lignes *vu;* ce qui exigerait alors que les pans de bois verticaux eussent un peu plus de hauteur pour ne pas gêner la circulation des trains.

79. On a dû reconnaître par ce qui précède, que les différentes manières d'assembler les moises horizontales ou longerons, avec les pièces inclinées ou verticales, sont une des parties les plus importantes de la question qui nous occupe. On doit encore étudier avec le plus grand soin le meilleur mode

d'assemblage au point où se croisent les pièces inclinées des pans de bois latéraux.

80. Si l'on se contente d'un seul boulon en fer, il peut exister deux inconvénients :

1° Les bois peuvent se fendre dans le sens de leur longueur;

2° L'angle formé par les deux pièces peut s'ouvrir.

Les bois pourront se fendre si le trou du boulon n'est pas assez grand, mais encore dans le cas contraire; en effet, l'air qui pénètre dans un trou de boulon trop large, s'introduit entre les fibres du bois, l'humidité pénètre dans ces fibres et ne tarde pas à y produire la pourriture. On ne peut remédier à cet inconvénient qu'en fermant hermétiquement toute espèce d'ouverture, c'est pourquoi des chevilles qui, par suite de leur compression, remplissent très-exactement le trou, sont quelquefois préférables à des boulons. D'ailleurs la pression verticale exercée sur le boulon tend à faire fendre le bois dans le sens de sa longueur.

81. En effet, si les voies sont établies sur le plancher supérieur, comme pour le pont de M. Thown, **fig. 6.** Le passage d'un convoi au point a de la figure **10**, produira une pression qui peut être remplacée par ses composantes F_2 et F_3 Mais il est évident, que la force F_2 appliquée en a, et perpendiculaire à ac, fera de cette pièce un levier du second ordre, dont le point d'appui est au point c, et pour lequel le boulon fixé dans la pièce $a'c'$ est la résistance. Or, la pression F_4 exercée sur le boulon, agira comme un coin, parallèlement aux fibres de la pièce $a'c'$ et pourra faire fendre cette pièce dans le sens de sa longueur. Lorsque le convoi passera au point a', il se produira un effet analogue, c'est-à-dire que la pression agira dans le sens de la pièce ac. Ainsi, au passage de chaque train, le trou du boulon reçoit deux chocs, agissant successivement dans la direction de l'une des pièces croisées.

Les effets seront les mêmes, si les voies sont établies sur le plancher inférieur. La seule différence, **fig. 12**, c'est que dans ce dernier cas, la puissance est appliquée au point c et l'appui du levier est en a.

82. Si les deux pièces croisées sont fortement comprimées entre l'écrou et la tête du boulon, les forces produites par le passage des convois seront promptement transformées en vibrations, qui se communiqueront sans aucun danger à toutes les parties de la charpente : mais, si le boulon n'est pas bien serré et que le trou soit un peu large, les effets que nous venons de signaler auront nécessairement lieu, et l'on comprend alors pourquoi il est utile de serrer fréquemment les assemblages.

83. Quant à la variation de l'angle formé par les pièces croisées, elle ne peut provenir que d'un changement produit dans la direction de ces pièces par l'altération on par le gauchissement de quelque autre partie de la charpente.

Si les points de croisement sont peu nombreux, cela sera insensible sur l'ensemble général de la construction, mais s'il y a un grand nombre de croisements, comme dans un pont en treillis, la somme de tous les effets très-petits qui ont lieu dans un grand nombre de points, finira par produire une déformation sensible.

84. Quelques ingénieurs américains ont cherché à combattre les variations de l'angle, en plaçant quatre chevilles, comme on le voit au point *a* de la figure **22**, mais il est évident que cette méthode affaiblira le bois, d'autant plus que, pour obtenir le plus grand effet, il faut écarter les chevilles et les placer par conséquent très-près des arêtes de chacune des pièces. On diminuera l'inconvénient dont nous de parler en ne plaçant comme on le voit au point *c* que deux chevilles, entre lesquelles on ferait passer une tige ou poinçon *vu* qui, en supprimant la pression verticale, ne laissera aux deux chevilles que la fonction de détruire ou au moins de diminuer l'élasticité du bois. On peut aussi dans ce but rapprocher les deux pièces, comme on le voit sur la figure **24**, au lieu de les écarter pour le passage des tiges.

Si l'on craint que les bois ne soient trop affaiblis par plusieurs chevilles, on peut n'en placer qu'une seule, et dans ce cas, on fera passer la tige à droite ou à gauche du point de croisement, **fig. 15.**

On peut aussi écarter les chevilles en employant la combinaison qui est projetée fig. **47** et **48**. Les tasseaux H, boulonnés ou chevillés avec les moises D, seraient assemblés avec la pièce E, par de simples embrèvements, qui suffiraient pour détruire tout mouvement de sciage entre les deux pièces croisées.

Enfin, on peut fortifier la pièce moisée E par l'addition de deux soliveaux S, placés entre les moises D, comme on le voit en projection sur les figures **20** et **23**, et en perspective sur la figure **3**. Ces deux soliveaux seraient attachés à la pièce E par des chevilles ou par des boulons *m* parallèles aux moises D, et reliés à ces dernières pièces par des boulons ou chevilles *u* perpendiculaires à leur direction.

La figure **5** indique l'entaille ou embrèvement destiné au passage de la tige verticale, ce qui permettra de rapprocher les trois longerons M, M′ et M″, comme on le voit figure **23**. Je crois que cette combinaison, en augmentant la roideur de l'assemblage, serait préférable à l'écartement indiqué sur les figures **1** et **4** pour le passage des tiges verticales. En effet, il ne suffit pas qu'un pont ait la force nécessaire pour supporter les convois, il faut encore que l'élasticité ne soit pas assez grande pour les faire dérailler; et l'on n'obtiendra ce résultat qu'en diminuant les distances comprises entre les points d'assemblages. C'est pourquoi il vaudrait peut-être mieux, dans certain cas, employer des bois plus minces et augmenter le nombre des pièces afin de rapprocher les points de croisement.

85. La manière d'assembler les moises horizontales doit encore attirer toute l'attention du constructeur. Ainsi, le trait de Jupiter, **fig. 34**, peut convenir pour réunir les deux parties d'une pièce qui ne doit pas être exposée à de grands efforts, mais dans le cas contraire, cet assemblage ne vaut rien, à moins qu'il ne soit fortifié par des doublures comme l'assemblage qui est projeté, **fig. 41**, car les liens ne suffiront pas toujours pour empêcher la rupture.

En effet, sur un entrait, **fig. 30**, les forces F agissent par *compression* (58) et tendent à rapprocher les deux parties A et B. Mais les angles *vou*, agissant comme des coins, feront

fendre les parties A et B suivant les lignes *os*. Dans ce cas, les faces *vo*, *v'o'*, glissant sur des plans inclinés, la partie A montera, tandis que B descendra; ce qui augmenterait l'épaisseur *xy* de la pièce si les liens *mn* ne s'opposaient pas à cette augmentation. Mais, l'angle *hzv* formé par les faces *hu* et *vo* étant très-aigu, la force qui tend à faire éclater le lien sera considérable, et je ne crois pas qu'il soit prudent de se fier à cette armature.

Nous venons de voir que lorsqu'il s'agit d'un entrait, les liens peuvent quelquefois s'opposer à la rupture du trait de Jupiter, mais, dans un tirant, les liens ne serviront à rien. En effet, sur le tirant, **fig. 31**, les forces F_1 agissant par *extension*, tendent par conséquent à écarter les deux parties A et B que l'on s'est proposé de réunir.

Or, il est évident, que dans ce cas, **fig. 31**, la seule résistance à la rupture se réduit aux fibres très-courtes *ac*, suivant lesquelles les parties triangulaires *acu* se rattachent aux parties A et B de la pièce; et l'on comprend, que si un seul des deux crochets *acu* vient à être arraché comme on le voit figure **31**, les liens *mn* n'opposeront plus aucun obstacle au mouvement des deux pièces A et B dans la direction des forces F_1 par lesquelles elles sont sollicitées.

36. Nous conclurons de ce qui précède, que si le trait de Jupiter peut quelquefois être employé sans inconvénient pour réunir les deux parties d'un *entrait*, il ne vaut absolument rien pour assembler les parties d'un *tirant;* que par conséquent, si l'on croit pouvoir employer cet assemblage pour les moises supérieures d'un pont en treillis, on doit le rejeter d'une manière absolue lorsqu'il s'agit de réunir les moises inférieures ou longerons, à moins, que ces pièces ne soient doublées par d'autres, ou fortifiées par des plaques de fonte solidement boulonnées, comme on le voit sur la figure **36**; et, dans tous les cas, les joints rectangulaires projetés sur les figures **14**, **41** et **36** seront encore préférables.

37. Quelquefois, il sera utile d'augmenter le nombre des moises horizontales, et l'inspection de la figure **6** suffira sans

doute pour faire comprendre combien chaque pan de bois sera fortifié, d'abord, par les quatre couples de moises inférieures et supérieures; ensuite, par le garde-fou que l'on peut considérer lui-même comme un second pan de bois qui, en augmentant la hauteur du premier, contribue par conséquent à en accroître la force.

88. Les pans de bois en treillis ne sont pas les seuls que l'on puisse appliquer à la construction des ponts biais; et toutes les fois qu'une ferme *auc*, **fig. 1**, **pl. 6**, aura un *tirant*, on pourra la poser sur les culées ou sur les piles dans telle direction que l'on voudra (50). Les solives qui supportent le plancher *mm* seront posées sur les tirants, **fig. 2**, et les fermes seront contreventées comme dans un comble ordinaire, par les faitages horizontaux *uu*, *u'u'*.

Il ne peut donc entrer dans le plan de cet ouvrage de donner la description de tous les combinaisons qui peuvent remplir le but que l'on se propose d'atteindre, et quelques exemples remarquables suffiront pour indiquer dans quel sens les ingénieurs doivent diriger leurs études.

89. Au lieu de réunir tous les tirants en un seul, comme nous l'avons vu sur les deux planches précédentes, on peut rassembler les arbalétriers. Ainsi, par exemple, **fig. 4**, si l'on superpose les fermes *a*-1-*c*, *a*-2-*c'*, *a*-3-*c''*, etc., on aura une ferme composée dont l'arbalétrier *as* sera la réunion des arbalétriers *a*-1, *a*-2, *a*-3, etc.

Les poinçons 1-*o*, 2-*c*, 3-*c'*, etc., et les tiges verticales *mm* empêcheront la flexion du tirant *ao*, et soutiendront par suspension les pieds des arbalétriers 1-*c*, 2-*c'*, 3-*c''*, etc., qui à leur tour empêcheront la flexion des arbalétriers principaux *as*.

On peut remplacer ces arbalétriers par des courbes, et l'on aura la ferme AMO dont on n'a conservé que la moitié sur la figure 3.

Cette ferme appartient à un pont droit construit sur la Delaware à Trenton.

Ce pont est à deux voies et se compose de cinq fermes. Les

trois fermes intérieures, plus fortes que les deux autres, contiennent entre elles, deux chemins pour les voitures; les espaces compris entre ces fermes et les fermes des têtes sont réservés au passage des piétons. La disposition de ces voies et des planchers, est exprimée par une coupe que l'on trouvera dans le numéro déjà plusieurs fois cité des *Annales* (année 1839).

90. Quelquefois on se contente de réunir les pieds des arbalétriers. Ainsi, la ferme composée qui est représentée sur la figure **6**, peut être considérée comme la réunion des fermes simples *a*-1-*c*, *a*-2-*c'*, *a*-3-*c''*, *a*-4-*c'''*, etc.

Cette ferme fait partie d'un pont biais construit en Amérique sur le Patapsco près d'Ellicots-Mills. On en trouvera une description complète dans le 4e cahier des *Annales*, juillet et août 1847.

Dans cet exemple, l'ingénieur a rassemblé les pieds des seize jambes de force ou contre-fiches qui remplissent ici les fonctions d'arbalétriers pour les deux fermes adjacentes, dans un seul sabot en fonte représenté en perspective sur la figure **7**.

La figure **5** est la perspective de l'un des sabots qui remplissent les mêmes fonctions sur les culées.

91. Je terminerai ces études des ponts biais en bois, par les projections, **fig. 9, 11** et **14**, du pont construit à Harpers-Ferry, entre la côte de Cumberland et le canal de la Chesapeak à l'Ohio. La figure **11**, extraite du numéro que nous venons de citer, contient un peu après la seconde pile, en allant de gauche à droite, le point de jonction du chemin de fer droit AC de Winchester au Potomac, avec le chemin COD en ligne courbe qui se dirige vers le Cumberland.

Chaque raie est indiqué sur ce plan par un simple trait, les pièces *vu*, VU, sont les solives en charpente qui supportent le plancher KH, **fig. 9**, et les pièces ombrées *mn* sont les tirants ou longerons sur lesquels s'appuient les solives dont nous venons de parler. Ces fermes, au nombre de deux seulement pour chaque chemin, sont composées comme on le voit sur la figure **9**, qui est la projection verticale d'une partie de la ferme *mn*, **fig. 11**.

Les pieds des arbalétriers sont assemblés dans des sabots de fonte réunis et boulonnés comme on le voit par la perspective, fig. 10. L'un de ces sabots est dessiné en projection sur la figure 8. La figure 15 est la perpective d'une plaque en fonte, placée figure 10, entre les longerons L et L', avec lesquels elle est solidement boulonnée.

92. Ainsi, les ponts en charpente ne sont autre chose que de grandes fermes composées par la réunion de fermes plus simples. Dans les unes, pl. 4 et 5, on a réuni les tirants, tandis que dans d'autres, pl. 6, fig. 3, on a réuni les arbalétriers ou simplement leurs pieds comme on le voit, fig. 6 Mais, dans tous les cas, le but principal était d'éviter la poussée sur les piles et l'on y est évidemment parvenu pour les ponts projetés sur les figures 6 et 9, en ramenant tout au principe général énoncé au numéro 505. Mais il n'en est pas ainsi pour les fermes du pont qui est projeté, fig. 3, et malgré les éloges donnés à ce système par M. l'ingénieur Stevenson, je ne crois pas que cette combinaison soit irréprochable. En effet, on sait que dans une ferme, simple ou composée, toutes les forces se réduisent à deux résultantes dirigées suivant les tangentes aux pieds des grands arbalétriers. Or, dans l'exemple actuel, ces résultantes agissent évidemment sur la pile et pourraient la renverser, si la poussée produite par l'une des fermes n'était pas détruite par la poussée de la ferme adjacente; mais au moment où un convoi est engagé sur l'une des deux travées, l'équilibre n'existe plus et, dans ce cas, il se produit un double effet.

D'abord le poids du convoi agissant sur les tiges verticales, tend à redresser l'arbalétrier en augmentant sa corde; tandis que le même poids, en faisant prendre de la courbure au tablier, diminue la distance horizontale de ses deux extrémités, qui pourront alors s'éloigner des piles, en abandonnant le pied de l'arbalétrier, malgré les liens, dont la disposition, fig. 3, ne peut opposer qu'un faible obstacle au mouvement horizontal que nous venons d'indiquer.

93. Cet assemblage est donc évidemment contraire aux

principes les plus élémentaires de la charpente; car on sait que, dans la composition d'une ferme, toutes les forces doivent être combinées de manière que la résultante agisse par extension suivant la direction du tirant, dont la fonction principale est de s'opposer à l'écartement des arbalétriers, afin de soulager la pile de la pression latérale qui résulterait de cet écartement.

Nous avons fait remarquer plus haut que ce but était rempli par les dispositions indiquées sur les figures **6** et **9**; mais, si l'on veut employer le système de charpente projeté sur la figure **3**, je crois qu'il serait possible de satisfaire à toutes les conditions de sécurité, en adoptant l'assemblage qui est indiqué en projection sur les figures **12** et **13**, et en perspective sur la figure **20**.

94. La figure **12** est le plan, et la figure **13** est l'élévation des longerons L, L′, et des arbalétriers A des deux fermes qui sont projetées, **fig. 3**.

Le tirant est formé par les longerons L et L′. Ces deux pièces, continues suivant la longueur du pont, comprennent entre elles les grands arbalétriers A, dont les pieds sont encastrés dans deux sabots en fonte, désignés sur la figure **13** par une teinte de points. Ces sabots sont en outre dessinés en perspective sur la figure **17**.

Les pieds des arbalétriers sont attachés par des liens à un tasseau B projeté sur la figure **13**, et dessiné en perspective sur la figure **17**. Le sabot S et le tasseau B sont compris entre les longerons L et L′, et toutes ces pièces sont réunies par six boulons, qui traversent des plaques de fonte désignées par les lettres *mn* sur les figures **12** et **13**.

Pour fortifier les longerons L et L′, et racheter la différence de hauteur qui existe entre ces pièces et les tasseaux, on doublera chacun des deux longerons par une pièce D, indiquée en projection sur la figure **13**, et en perspective sur la figure **17**.

Ces pièces, **fig. 13**, sont réunies par des liens et par les six boulons qui traversent chacune des plaques de fonte *mn*; trois de ces boulons pénètrent dans le tirant, et les trois derniers dans la pièce D. On voit sur la figure **17**, les en-

tailles ou *embrèvements* destinés au logement des liens qui réunissent le tasseau B avec le pied de l'arbalétrier. La figure **16** est la perspective de la pièce D, à laquelle je suppose que l'on a donné quartier pour mieux faire comprendre la forme de ces embrèvements.

Si l'on exécute ces entailles avec précision, elles rempliront un double but. D'abord, elles empêcheront les écrous de se dévisser; ensuite, l'encastrement des liens entre le tasseau B, le longeron L et la pièce D, détruira le frottement qui pourrait exister entre ces pièces au moment du passage des trains.

95. Dans cet assemblage, la résultante qui agit au pied de chaque arbalétrier, et suivant la direction de sa tangente, se décompose en deux forces, dont l'une verticale, est détruite par la pile, tandis que la composante horizontale tend à faire glisser le pied de l'arbalétrier : mais cette force sera évidemment transmise aux longerons L et L' par les boulons qui traversent les plaques de fonte *mn*, **fig. 12** et **13**, et sera en outre combattue par la pièce de bois M placée entre les deux sabots, comme on le voit en projection figure **13**, et en perspective, **fig. 17**. Ainsi toutes les forces viendront se composer suivant la direction du tirant, et aucune action oblique ne sera exercée sur la pile.

96. De plus, tout cet assemblage peut facilement être démonté sans interrompre le service. Dans ce cas, on commencerait par détacher les liens qui réunissent les longerons avec leurs doublures, on ôterait ensuite les plaques de fonte *mn*, et les deux longerons L et L'; on pourrait alors faire tourner les écrous et enlever les liens qui réunissent le tasseau B avec le pied de l'arbalétrier. Puis, après les réparations nécessaires, on replacerait le tout en suivant un ordre inverse.

FIN DES PONTS BIAIS EN BOIS.

TABLE DES MATIÈRES.

POUR LES PONTS BIAIS EN BOIS.

Pages.

Pl. 1. — Pont destiné aux piétons et voitures ordinaires. 2
Pl. 2. — Étude des moises. — *Épure*. 3
Pl. 3. — Pont en charpente pour chemin de fer. 9
Pl. 4. — Ponts en treillis. 23
Pl. 5. — Exemples divers de ponts en treillis. 31
Pl. 6. — Ponts américains. 47

FIN.

Imprimé par E. Thunot et Cᵉ, rue Racine, 26.

HM

JUL 15 1941